

Formación continua: 2011

Materiales para el Primer ciclo



Números

Números



Habilidad general

Conocer y aplicar algunos conceptos en el área de *Números* para Primer ciclo en el planteamiento de situaciones didácticas en el aula.

Introducción

A continuación se hace una breve descripción acerca de algunas ideas importantes a considerar para la enseñanza de las matemáticas en el área de *Números*. Si bien es cierto que la parte operatoria en la resolución de operaciones ha sido y seguirá siendo parte fundamental en el Primer ciclo, se aboga por un mayor desarrollo de habilidades que estimulen el sentido numérico, la estimación y el cálculo mental, así como la resolución de problemas del contexto inmediato al estudiante.

Este material está dirigido a docentes de primaria con el fin de analizar algunos tópicos en el área de *Números* y poder construir actividades didácticas y situaciones-problema. Tomando en cuenta el enfoque de los nuevos programas de estudio de matemática, se presentan actividades, recomendaciones metodológicas y definiciones de algunas de sus nociones básicas.

Nota: Las actividades que se describen en este material están dirigidas para docentes de primaria, por lo cual en algunas de ellas no es conveniente replicarlas tal y como se desarrollaron a los estudiantes. Es importante que el docente las estudie y realice las adaptaciones pertinentes para su utilización en el salón de clases o bien pueda implementar nuevas situaciones.

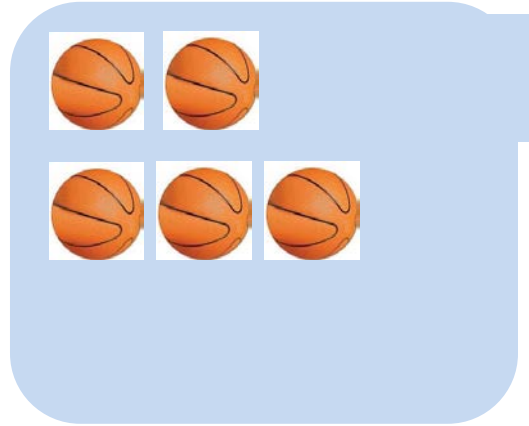
Tabla de contenidos

I. Reconocimiento de números naturales	4
II. El enfoque	10
III. Estimación y cálculo mental	15
IV. Uso de la tecnología	24
V. Operaciones	28
VI. Recomendaciones metodológicas	32
Bibliografía	37

I. Reconocimiento de números naturales

Actividad 1

a. Dibuje los balones que permiten completar un total de 8.



b. Escriba en cifra y en letras el número que representa la cantidad de elementos que hay en la siguiente colección.



c. Cuente y complete la siguiente tabla con el número que representa el conteo realizado.






































Análisis de la Actividad 1

Es importante desarrollar este tipo de actividades durante el 1^{er} Año para que el estudiante pueda ir familiarizándose con la noción de número natural a partir de una representación simbólica, de una representación nominal y de una representación contextualizada (colección de objetos). Muchas de las estrategias que se utilizan en la resolución de problemas recurren a una representación gráfica o dibujo que represente los elementos involucrados en el problema.

Actividad 2

¿Quién llega primero a la meta?

Mediante un juego de tablero (tipo Escaleras y serpientes o dibujado) y un dado, los estudiantes en grupos de cuatro personas realizan una competencia a la meta. El estudiante busca una fichita o moneda que señalice su posición en la salida y tira el dado para determinar la cantidad de lugares que puede avanzar y ver quién llega primero al final del recorrido.

Salida →									
									
									
									
									
									
									
									
									
									

Análisis de la Actividad 2

Es claro que durante el inicio de la educación primaria, los estudiantes deben comenzar el proceso de reconocimiento de los números naturales en diferentes contextos. Esta actividad permite que el joven vaya estableciendo una correspondencia entre:

- la cantidad de puntitos que posee la cara que obtuvo al lanzar el dado;
- la forma verbal de denominarla;
- la cifra que lo representa;
- la cantidad de espacios que este debe avanzar en el tablero de juego.

Como el lanzamiento del dado es sucesivo y los participantes están observándolo continuamente, esto propicia una familiarización visual que permite conectar directamente la cifra con la cantidad de puntos obtenida, hasta que los niños ya no tengan que contar los puntitos para saber qué número le corresponde desplazarse.

El reconocimiento de los números naturales mediante la visualización de una colección de objetos sin recurrir al conteo permite fomentar desde edades tempranas habilidades relacionadas con la estimación.

Actividad 3

El docente previamente solicita a sus estudiantes traer un puñito de frijoles. Luego anota en la pizarra el siguiente número:

32

Solicita a sus estudiantes lo siguiente:

- Formen un grupo de frijoles que represente este número.*
- Formen dos grupos que al unirlos formen la cantidad solicitada.*
- Formen grupos de 10 frijoles hasta completar la cantidad representada.*
- El docente brinda unos cuadritos de papel a los estudiantes donde les solicita escribir el número que representa cada uno de los subgrupos formados con anterioridad.*
- El docente solicita a los estudiantes que describa con sus palabras qué relaciones existen entre los subgrupos formados y el grupo unitario de 32 frijoles.*

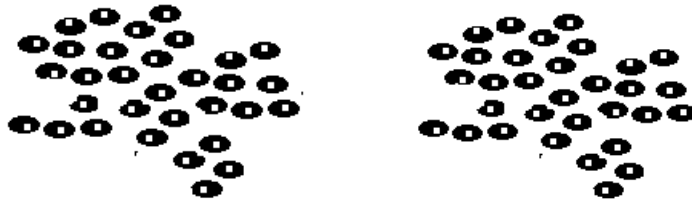
Análisis de la Actividad 3

Esta actividad permite que el estudiante pueda seguir reforzando la noción de número a su vez que permite establecer diferentes formas para representarlo.

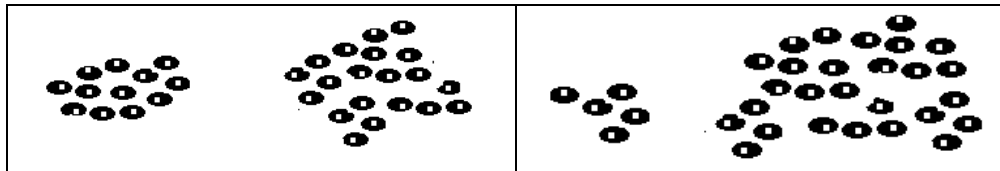
Cuando los estudiantes empiezan a resolver el problema, es claro que no van a tener problemas en formar el grupo de 32 frijoles:



Puede ser que los estudiantes hayan entendido mal las instrucciones y procedan a construir dos grupos de 32 frijoles:



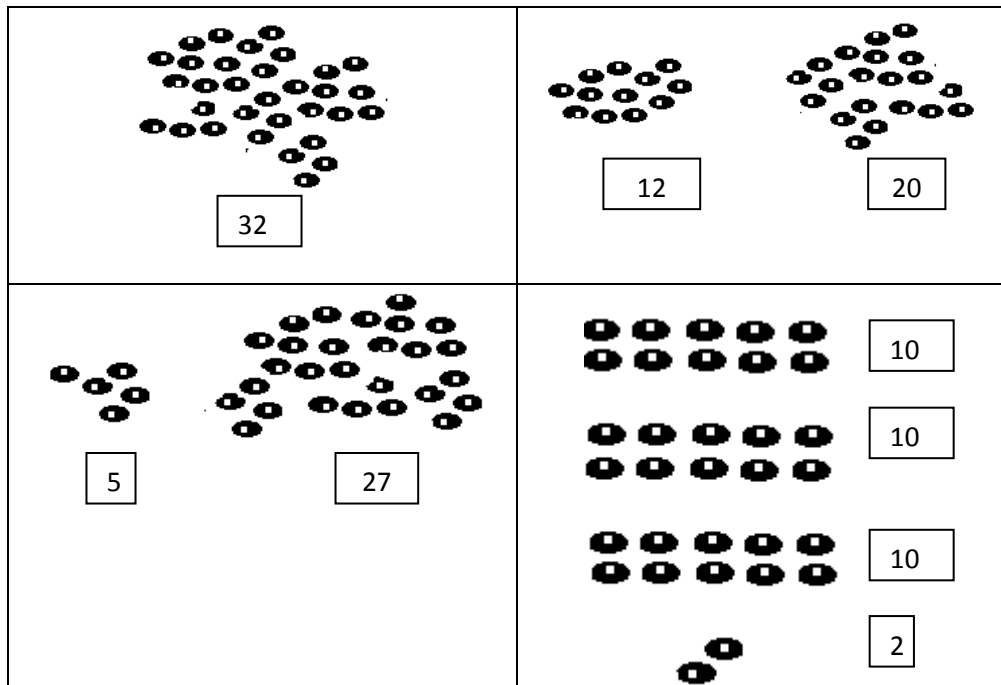
En este caso, se puede sugerir a los estudiantes que subdividan los grupos de la forma que ellos quieran, sin separarlos mucho de la agrupación original.



En lo que respecta a la pregunta c, esta permite introducir la noción de *decena* y su importancia para procesos de representación, cálculo mental y estimación. Podría suceder que los estudiantes se confundan por el hecho de que el grupo final no tenga 10 frijoles. Ante eso, el docente interviene y le comenta lo bien que lo ha hecho y que eso no importa pues ya hizo lo posible por hacer los grupos que se pidieron.



En lo que respecta a la parte d, con ello se intenta nuevamente reforzar el significado y la contextualización del concepto de número, al asociar una representación simbólica con una cantidad determinada de objetos:



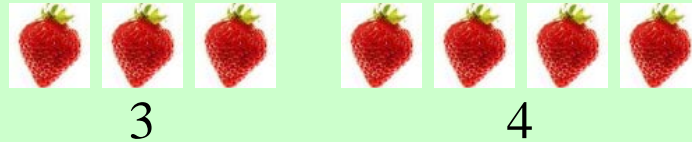
En e, se espera que los estudiantes puedan emitir frases como:

- Un grupo de 32 frijoles se puede formar a partir de un grupo de 5 frijoles y otro de 27.
- 3 grupos de 10 y otro de 2 frijoles forman un grupo de 32.
- Si reúno un grupo de 20, y otro de 12 frijoles formo un grupo de 32.
- Si agrupo 2 y 10 frijoles, formo un grupo de 12.

Al término de esta actividad, el docente puede institucionalizar el siguiente concepto:

Diferentes representaciones de un número natural

Un número natural puede representarse de diversas formas. Por ejemplo el número 7 se puede representar:



Si a tres fresas le agrego cuatro fresas se obtienen siete fresas

$$3 + 4 = 7$$



Si a dos fresas le agrego cinco fresas se obtienen siete fresas

$$2 + 5 = 7$$

Es decir,

$$7 = 2 + 5 = 3 + 4$$

Recomendación: Es necesario que el joven primero aproveche la forma verbal y escrita de describir estas relaciones antes de propiciar la representación simbólica.

II. El enfoque

En la implementación de esta propuesta metodológica es importante no utilizar los problemas como un medio de contextualización forzada al final de un tema. Se busca que al inicio de la lección y cuando sea pertinente, el docente plantee una situación-problema que permita al estudiante con su desarrollo adquirir ese nuevo conocimiento o habilidad que el docente pretende enseñar, de una forma natural, contextualizada y llena de significado, respaldada por la vivencia del estudiante durante el proceso de resolución. Posterior a la etapa de resolución, se discuten los resultados obtenidos para enriquecer más el proceso. Los aspectos simbólicos y conceptos que se pretenden formalizar se retoman al final de la actividad en una etapa desarrollada por el docente que se denomina *institucionalización*.

A continuación se presentan diversas actividades que permitirán observar cómo se usa este enfoque en una actividad de aula para ciertos tópicos de la enseñanza de las matemáticas en el Primer ciclo.

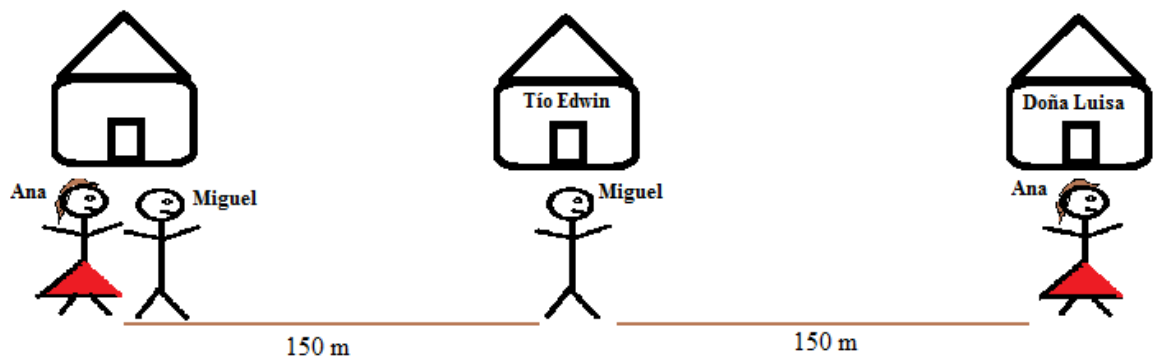
Actividad 4

Miguel se desplaza desde su casa 150 metros para visitar al tío Edwin que se encuentra enfermo. Su esposa Ana lo acompaña pero al llegar a dicha casa, recuerda que debe recoger un pantalón que le estaba arreglando doña Luisa, la cual vive a una distancia igual a la que ya han recorrido. ¿Cuántos metros recorrió Ana desde que salió de su casa hasta la casa de doña Luisa?

Análisis de la actividad 4

Este problema sirve para desarrollar el concepto del *doble* de un número natural. Se espera que los estudiantes lean despacio y con calma el enunciado del problema hasta comprenderlo. Es importante que el docente asigne el tiempo suficiente para esta tarea y que esté atento con aquellos estudiantes que todavía presentan dificultades de lectura para leerles la información y que puedan entender el problema.

Es necesario fomentar en el niño la realización de dibujos que le permitan interpretar el problema de una forma más fácil y observar así que las distancias que hay desde la casa del tío Edwin a la de Ana y a la de doña Luisa son iguales.



De ese modo, el estudiante puede visualizar la estrategia que puede implementar, ya sea mediante el cálculo mental

$$150 + 150 = (100 + 100) + (50 + 50) = 200 + 100 = 300 \text{ metros}$$

O bien acomodando los sumandos y efectuando la operación:

$$\begin{array}{r} 150 \\ + 150 \\ \hline 300 \end{array} \text{ m}$$

El docente puede realizar preguntas a algunos estudiantes acerca del razonamiento empleado para la resolución del problema y comenzar desde estas edades a promover en el estudiante procesos de argumentación y comunicación de resultados. Finalmente, el docente puede institucionalizar el siguiente concepto:

Doble de un número

El doble de un número se obtiene sumando sucesivamente dos veces dicha cantidad. Por ejemplo:

- ✓ El doble de 17 es 34, pues $17 + 17 = 34$.
- ✓ El doble de 48 es 96 pues $48 + 48 = 96$.

Nota: cuando se haya visto el concepto de multiplicación, la noción de doble de un número se puede institucionalizar como la multiplicación de un número por 2.

Actividad 5

El docente propone la resolución de los siguientes problemas. Se puede trabajar en grupos de tres estudiantes. El docente asigna a cada grupo uno y solo uno de los problemas planteados.

- a. Jaime desea hacer una colección de carros antiguos de juguetes. Hasta el momento lleva coleccionados 13, pero la colección total consta de 25 carritos. ¿Cuántos carros le faltan para completar la colección?*
- b. Lucía tiene un saco con 20 mandarinas. Sin embargo, detecta que entre ellas hay 11 que están podridas o presentan daños. Como Lucía desea regalar estas mandarinas a su madre piensa en una solución para remediar este problema. De qué forma puede ella resolver su situación.*
- c. Adriana tenía en su cartuchera 12 lápices de color y Rocío le pidió prestados 5 para pintar un dibujo. ¿Cuántos lápices le quedaron a Adriana?*

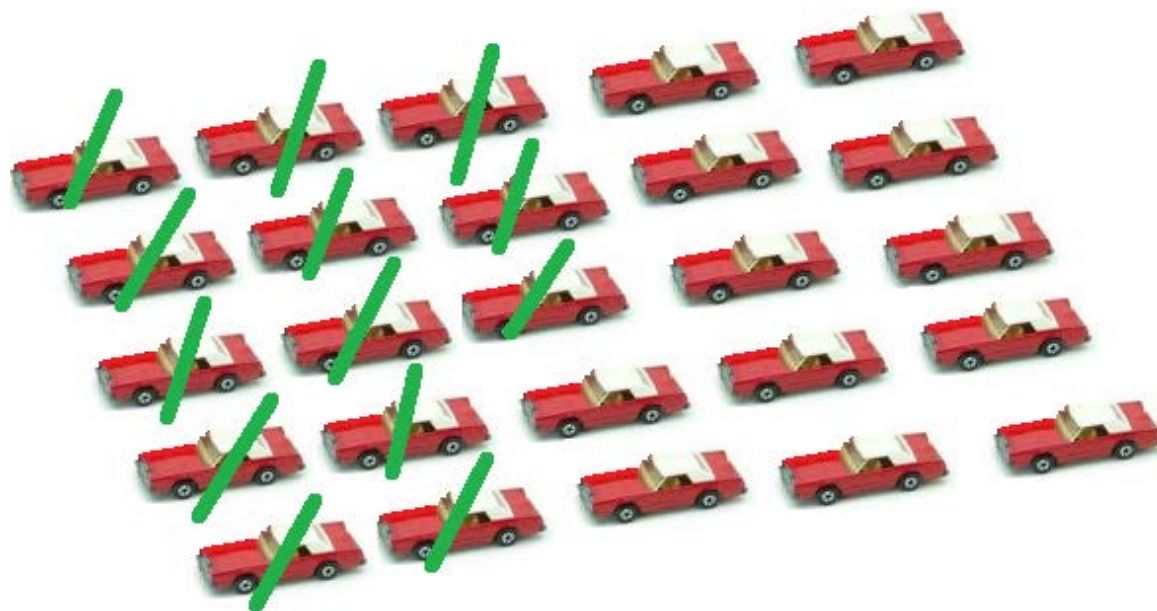
Análisis de la actividad 5

Esta actividad permite por medio de diversos problemas contextualizados ir preparando el terreno para el trabajo con la noción de resta de números naturales en primer año. Se debe recordar que en este punto los estudiantes no tienen la idea del significado de la resta, mas sí han trabajado con el concepto de suma.

En lo que respecta a la actividad *a*, después de la exploración del problema por parte de los estudiantes, ellos pueden implementar estrategias como el contar con sus dedos a partir de 13 y establecer cuántos carritos permiten completar la colección, con lo cual la respuesta esperada es de 12 carritos.



También otro grupo podría proponer una estrategia más gráfica donde busquen representar la totalidad de los carros y descartar la cantidad que ya posee Jaime.

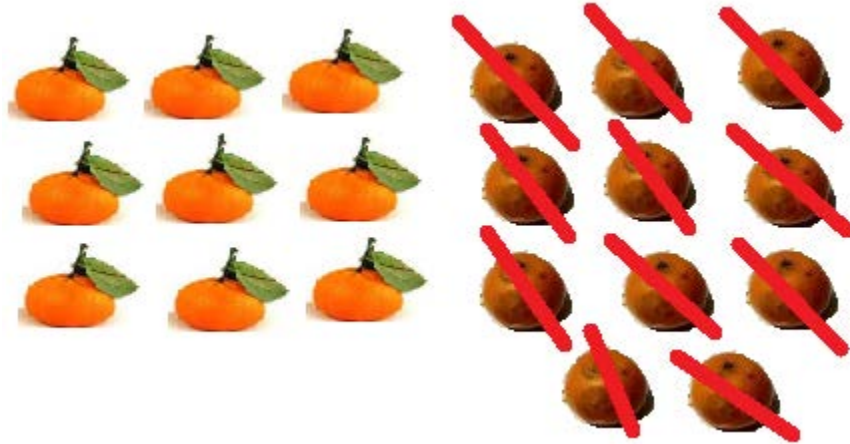


Así los estudiantes pueden concluir que el sobrante de 12 carros corresponde a la cantidad que completa la colección. No se debe descartar la posibilidad de que algunos estudiantes puedan haber utilizado el cálculo mental para tal cometido, por lo que el docente debe reafirmar la respuesta brindada por los estudiantes y solicitarles que la representen gráficamente.

En el caso del problema *b*, dado que el estudiante tiene que especular sobre cómo Lucía puede resolver su situación, es posible que surjan sugerencias que se salgan de la idea principal del problema. Por

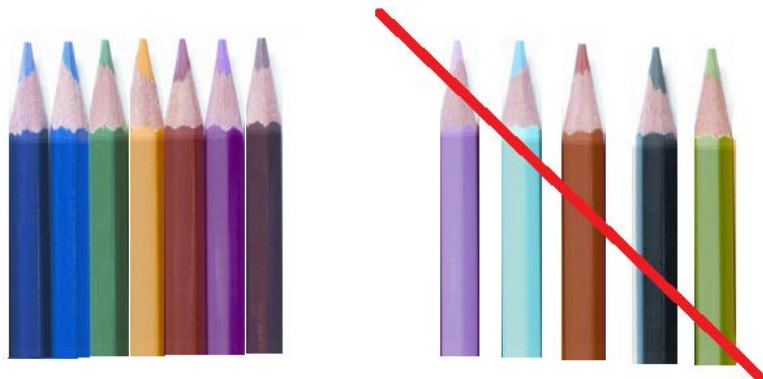
ejemplo, algunos podrían pensar en que ni siquiera debería llevarle esas mandarinas a la mamá, otros podrían decir que le compre otro saco con mandarinas de mejor calidad. Ante esto, el docente debe procurar encaminar a sus estudiantes sin sugerir la respuesta, planteándoles ciertas delimitaciones o interrogantes como por ejemplo, “*supongamos que no puede comprar otro saco porque se le acabó el dinero*”, o bien “*¿acaso no se le puede sacar provecho al saco de mandarinas que posee Lucía?*”

Una vez que los estudiantes llegan a la conclusión de que lo mejor es que Lucía extraiga las mandarinas podridas, estos podrían establecer representaciones donde las eliminen y después de un conteo llegar a la conclusión de que lo mejor es llevarle las 9 mandarinas que están buenas.



De igual forma, también es probable que ellos implementen el conteo con sus dedos de las mandarinas que Lucía debe llevarle a su mamá, contando a partir de 12.

Finalmente, la situación *c* se puede resolver de forma análoga a las anteriores y seguramente podrán simularla en clase pues los estudiantes cuentan por lo normal con este tipo de materiales.



Al término de la actividad es importante que los estudiantes muestren a sus compañeros cómo resolvieron sus respectivos problemas, para lo cual el docente puede guiarlos con preguntas relacionadas al desarrollo de la actividad.

De ese modo, el docente puede institucionalizar el concepto de resta de números naturales.

Resta de números naturales

Al restar dos elementos, se quita o sustrae al número inicial los elementos que indique el segundo número. A esta operación también se le llama **sustracción** y se utiliza el símbolo “-” para representarla.

Cuando restamos dos números, por ejemplo:

Si a un grupo de 7 le sustraigo 3 elementos me quedan 4

Esto se expresa simbólicamente:

$$7 - 3 = 4$$

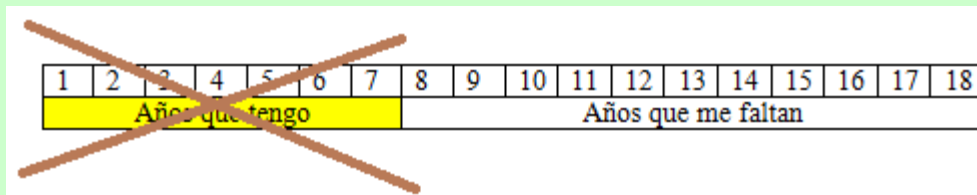


Al número que se encuentra antes del símbolo “-” se le denomina **minuendo**, al que se encuentra después **sustraendo** y el resultado final se le conoce como **diferencia**.

La operación resta, nos permite saber cuánto falta para completar una determinada cantidad. Por ejemplo:

Si tengo 7 años, ¿cuánto me falta para cumplir 18 años?

$$7 + \boxed{?} = 18$$



$$18 - 7 = 11$$

III. Estimación y cálculo mental

Actividad 6

El docente implementa un juego que consiste en solicitar a los estudiantes que representen con sus dedos las cantidades (de 1 a 10) que él les dirá.



Análisis de la Actividad 6

El componente lúdico contribuye enormemente a que el estudiante pueda de una forma divertida irse familiarizando con la noción de número y sus diversas formas de representación. En esta oportunidad puede ser que el desarrollo del juego nos muestre que al inicio, los estudiantes tengan que recurrir al conteo de sus dedos y les lleve una mayor cantidad de tiempo mostrar su mano con la cantidad de dedos adecuada.



Posteriormente y producto de la repetición de la actividad, los estudiantes pueden mostrar la cantidad solicitada por el docente de una forma más rápida al hacer corresponder la palabra que expresa este cuando hace mención del número, con la agrupación de dedos correcta.



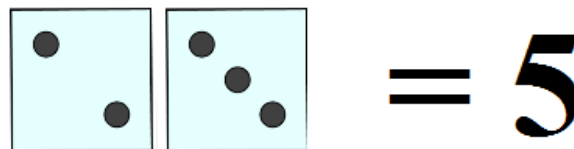
Actividades como las anteriores permiten progresar hacia el cálculo pensado (cálculo en línea) y después el cálculo mental. Es necesario desde el principio del Primer Año representar colecciones organizadas y visualizarlas sin contar, para desarrollar estrategias que permitan el cálculo mental de sumas o restas. A continuación se muestra una actividad que permite reforzar esta habilidad.

Actividad 7

Se forman parejas de estudiantes. Cada integrante debe tener dos vasos plásticos. El juego consiste en determinar de forma rápida el resultado exacto que se obtiene al sumar las cantidades mostradas por los dados cuando son lanzados antes que su contrincante le tape los dados con los vasos. Una vez lanzados, el contrincante debe esperar dos segundos para taparlos y el jugador tendrá 3 segundos para determinar el resultado. Se van anotando los aciertos de cada jugador y gana el que después de 15 rondas acumula mayor cantidad de aciertos.

Análisis de la Actividad 7

Esta actividad pretende el desarrollo de habilidades para el cálculo mental de sumas de dos con números naturales menores que 7 en 1^{er} Año. Es evidente que la limitante del tiempo exige que el estudiante tenga que recurrir al reconocimiento rápido de la cantidad y realizar el cálculo correspondiente de la suma. Es posible que dentro de las estrategias empleadas por los estudiantes esté el conteo rápido de los puntos que se obtienen después de realizar el lanzamiento de los dados, sobre todo si las cantidades obtenidas son menores que 5:



Pero también, se espera que los estudiantes puedan usar otras estrategias interesantes como por ejemplo visualizar el dado que tenga la mayor cantidad y a partir de él sumar la cantidad que arroje el otro dado, con lo que indirectamente se está aplicando una propiedad conmutativa de la suma de números naturales en este juego. Así se puede observar que si se considera a partir de tres sumarle 2, esto conlleva más tiempo que a partir de seis sumar tres.

				Más conveniente



Es importante habilitar espacios al final de la actividad que le permitan al estudiante comentar cómo hizo el cálculo mental del resultado y compartir su estrategia con el grupo en general.

También se pueden realizar actividades análogas como la que se presenta a continuación que permitan realizar estimaciones en los resultados de restas de números naturales durante el 1^{er} Año.

Actividad 8



¿Cuántos dedos faltan para llegar a 10?

En esta actividad, el docente muestra a los estudiantes con su (s) mano (s) una determinada cantidad de dedos y en 3 segundos el estudiante le muestra de forma análoga la cantidad correspondiente al faltante para completar los diez, al mismo tiempo que la menciona verbalmente.

Docente	Estudiante (s)
	

Análisis de la Actividad 8

Este juego puede ser desarrollado con el conjunto de la clase. También puede realizarse formando subgrupos de 4 estudiantes donde se escoge a uno de ellos para que muestre con sus manos las cantidades y los demás realicen el cálculo. Aquí lo importante es identificar las posibles estrategias que el estudiante puede utilizar. Por ejemplo, puede ser que el niño de momento muestre con sus manos la cantidad que el docente le dio y note que los dedos restantes (los que no se encuentran desplegados) corresponden automáticamente a la respuesta, por lo que despliega el equivalente a dicha cantidad mientras contrae los que estaban extendidos:

	El estudiante contrae los dedos que estaban extendidos.
	

Una vez que el niño se familiariza con la visualización de una cantidad que representa un determinado grupo de objetos, se puede ir más allá buscando implementar una actividad donde se intente realizar estimaciones acerca de la cantidad de objetos que tiene una colección.

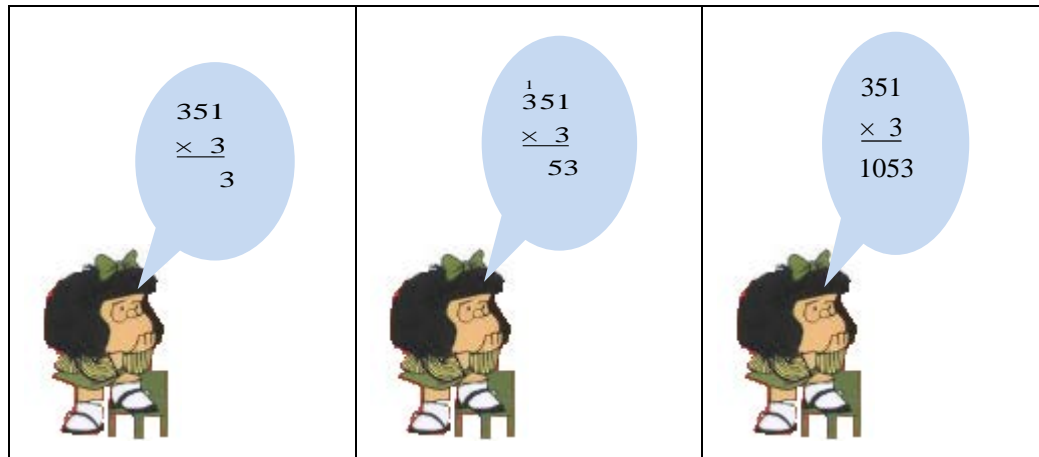
Actividad 9

Sin utilizar papel y lápiz, calcule el resultado de la operación 351×3 .

Análisis de la Actividad 9

Este reto de cálculo mental sirve para desarrollar habilidades relacionadas al uso de formas de representación alternativas de un número.

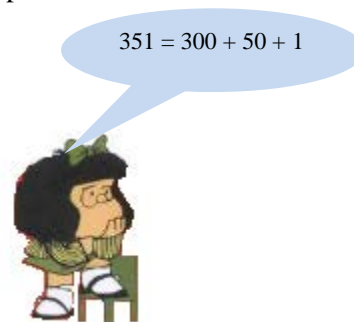
Cuando el estudiante se enfrenta al problema, es probable que decida implementar el algoritmo estudiado en clase:



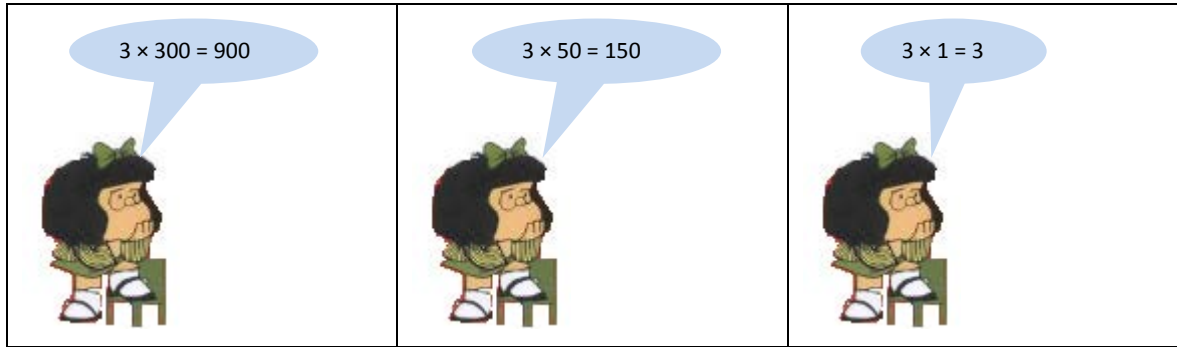
Esto está bien pero a algunos estudiantes podría dificultárseles esta metodología cuando no es desarrollada en el cuaderno, pues aparte de ir resolviendo los productos, debe considerar el número que lleva para efectuar el próximo producto y además debe recordar los resultados que ha ido obteniendo por lo que dependiendo de las habilidades que este tenga para visualizar y retener en la mente estos procesos, así puede esperarse o no que haga un cálculo correcto.

Si un estudiante implementa el procedimiento normal satisfactoriamente, se le puede proponer como reto realizar dicho cálculo de una forma diferente a la empleada y así explorar otras formas o esquemas que le permitan realizar estos cálculos para tener varias estrategias a la mano que pueda valorar y comunicar a los compañeros.

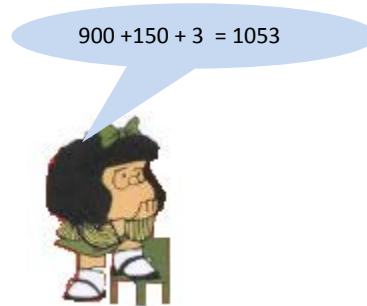
Se espera que el estudiante pueda recurrir a representar el número mediante su notación desarrollada:



y realizar el producto de 3 por cada uno de sus sumandos



Finalmente, se puede sumar dichos resultados y obtener el resultado final:



Esta estrategia consiste en tomar la operación de la izquierda hacia la derecha (como cuando se lee) en vez de la derecha a la izquierda como se acostumbra. Además, refuerza la noción del valor de cada dígito.

Es importante destacar aquí el papel que cumplen las diversas formas de representación que tiene los números, pues estas pueden facilitar algunos procesos de cálculo mental. Por ejemplo:

	Representación utilizada	Procedimiento
$23 \times 8 =$	$23 = 20 + 3$	$8 \times 20 = 160$ $8 \times 3 = 24$ $160 + 24 = 184$
$12 \times 17 =$	$12 = 10 + 2$	$17 \times 10 = 170$ $2 \times 17 = 34$ $170 + 34 = 204$

Es importante fomentar actividades lúdicas para este fin, donde el docente pueda identificar aquellos estudiantes que presentan facilidad para la estimación y el cálculo mental y de ese modo poder estimularlos más, o bien que contribuyan a que sus demás compañeros puedan desarrollar y entender las estrategias que ellos implementan.

Actividad 10

Cada estudiante anotará por uno de los lados de una tarjetita previamente brindada por el docente una operación matemática (la que ellos elijan) y por el otro su respuesta. El docente se asegurará de que el grado de dificultad de las operaciones planteadas sea acorde para el cálculo mental.

Luego las tarjetas se depositan en una bolsa y se conforman 2 equipos eligiendo aleatoriamente la mitad del grupo para un equipo y el resto para el otro. Ambos equipos formarán dos filas. El juego consiste en que dos estudiantes (uno por bando) compiten por ver quién realiza más rápido la operación que el docente extraerá de la bolsa (dentro del tiempo límite definido por el docente), diciendo su resultado en voz alta. Una vez que alguno de los estudiantes haya respondido, se pueden presentar cualquiera de las siguientes dos situaciones:

a) Que el jugador respondió bien y el contrincante llegue a la conclusión de que él tiene la razón. Así, el que contestó primero tiene 3 puntos y el otro tendría 1 punto.

b) Que el jugador respondió erróneamente y el contrincante corrija la respuesta y determina el resultado correcto. En este caso, el estudiante que contestó correctamente tiene 3 puntos y el otro 0 puntos.

c) Que el jugador respondió bien y el contrincante concluye equivocadamente que la respuesta es errónea. El que respondió bien tiene 3 puntos y al otro se le restaría 1 punto.

d) Que los dos estudiantes respondan erróneamente. Se resta 1 punto a cada equipo.

e) Que los dos estudiantes, a criterio del docente, hayan contestado correctamente al mismo tiempo. Los dos estudiantes reciben 3 puntos.

f) Que transcurrido el tiempo establecido por el docente para dar la respuesta, ninguno conteste. En ese caso estos estudiantes irán al final de sus respectivas filas y dos nuevos jugadores entrarán a escena a calcular una nueva operación.

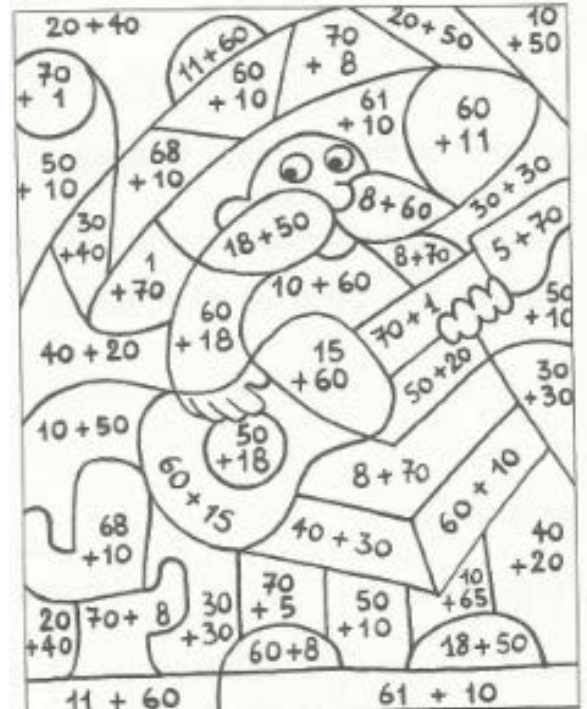
Es importante que el docente se abstenga de comunicar si el estudiante que respondió primero lo hizo en forma correcta o no. Debe dejar que transcurra el tiempo estipulado pues el segundo estudiante debe apoyar o refutar el resultado de su contrincante.

Análisis de la actividad 10

Es evidente que existen muchas formas o dinámicas que permiten desarrollar estas habilidades de cálculo mental. Lo importante a recalcar aquí es que el docente dé el espacio necesario para promover este tipo de actividades en el aula y permita que los estudiantes al final de la actividad puedan comunicar y compartir sus estrategias para que en conjunto se pueda fortalecer esta habilidad. Es muy importante trabajar la parte motivacional, pues no es conveniente señalar el error con expresiones inapropiadas, sino más bien hacer sentir bien a los estudiantes y exhortarlos a seguir compitiendo y mejorando sus técnicas de cálculo.

Actividad 11

Coloree la siguiente figura de acuerdo al patrón de colores establecido a continuación. Utilice cálculo mental.(actividad tomada del libro Maths CP, collection Spirales)



60	68	70	71	75	78

Análisis de la actividad 11

En la actividad 11, los estudiantes comunicaron sus estrategias para realizar cálculo mental y tuvieron la oportunidad de establecer su pertinencia o no de acuerdo al grado de comprensión alcanzado. Esta actividad permite poner en práctica dichas estrategias y continuar con el fortalecimiento de esta habilidad.

Actividad 12

Los estudiantes en subgrupos resuelven la siguiente situación planteada por el docente:

Eduardo tiene que leer un libro de 68 páginas para realizar un examen de Español. En promedio, Eduardo dura 3 minutos por página. Él comienza su lectura un sábado a las 2 pm, pero lo invitaron a jugar un partido de fútbol con sus compañeros ese mismo día a las 6 pm. Él pide permiso a su madre y esta le dice que podrá ir siempre y cuando termine de leer el libro. Considerando que Eduardo vive al frente del lugar donde jugarán el partido, estime si Eduardo podrá ir a jugar con sus amigos.

Análisis de la actividad 12

Es importante ir desarrollando en el estudiante habilidades relacionadas al cálculo mental y la estimación como una forma de evaluar diversas situaciones que se le pueden presentar en el contexto

para la toma de decisiones. Por ejemplo, al momento de ir a un establecimiento comercial y realizar compras, es necesario hacer estimaciones para no ser sorprendidos en la caja de que falta dinero para pagar. También una adecuada estimación del tiempo permite planificar el desarrollo de ciertas actividades como exposiciones y reuniones. La estimación de distancias puede ser importante a la hora de determinar si el tanque de gasolina del automóvil de la familia tiene el combustible necesario para hacer el recorrido.

En la situación planteada en esta actividad es importante que el docente esté atento a que realmente los estudiantes realicen una estimación de la situación, por lo cual no debe permitir el uso de papel y lápiz o calculadora. Para ello es conveniente dar un tiempo prudencial en donde ellos puedan argumentar sus cálculos y debatir sobre la situación.

Se pueden presentar diversas estrategias:

Los estudiantes acuerdan en que el libro tiene aproximadamente 70 páginas y calculan cuántos minutos tomaría leer dicho libro:

$$3 \text{ minutos por página} \times 70 \text{ páginas} = 210 \text{ minutos}$$

Como 210 minutos equivalen a menos de 4 horas (240 minutos), entonces se concluiría que Eduardo sí podría ir a jugar con sus amigos.

También los estudiantes pueden estimar o calcular cuántas páginas lee Eduardo por hora, lo cual pueden hacerlo mediante una división o bien formulando una multiplicación:

$$3 \text{ minutos por página} \times 20 \text{ páginas} = 60 \text{ minutos}$$

O bien

$$60 \text{ minutos} \div 3 \text{ minutos por página} = 20 \text{ páginas}$$

Así como el total es de 68 páginas los estudiantes estiman que se dura un poco más de 3 horas.

Nota: Las estimaciones de los resultados de operaciones permiten evitar errores grandes. Además el uso de unidades de medida permite clarificar y contextualizar las situaciones problema.



Un poco de historia

Situación: Prodigios del cálculo mental

Una de las habilidades generales que se quiere potenciar en este nivel es:

“Desarrollar y utilizar estrategias para el cálculo y la estimación”

Es por esto que es importante permitir momentos para que el estudiante resuelva operaciones (suma, resta, multiplicación) utilizando el cálculo mental o estimando el resultado. Se le pregunta ¿cómo lo resolvió? para conocer el proceso mental que realizó y así proporcionar estrategias al compañero que no lo logra. Una de las estrategias es usar las propiedades de los números: asociatividad y conmutatividad. Con esto muestra la ventaja de la descomposición de números con decenas para favorecer el cálculo. Por ejemplo, sumar primero las decenas y luego las unidades

$$23 + 57 = (20 + 50) + (3 + 7) = 70 + 10 = 80$$

También en las multiplicaciones, una estrategia es descomponer el producto en la suma de productos más sencillos, por ejemplo:

$$21 \times 73 = 20 \times 73 + 73 = 10 \times 73 + 10 \times 73 + 73 = 730 + 730 + 73 = 1533$$

Asimismo, es conveniente narrar algunas anécdotas y alcances de grandes prodigios del cálculo mental. El siguiente ejemplo fue tomado del libro *Entrenamiento mental* de Alberto Coto (Campeón del mundo en suma y multiplicación en el 2004) el cual menciona a varias personas que fueron grandes calculistas mentales a través de la historia, uno de ellos fue Zerah Colburn (1804-1839).

... fue uno de los más famosos calculistas habidos. Nacido en Vermont, EE.UU., tenía seis dedos en cada mano y en cada pie (me pregunto si sería determinante a la hora de que el joven Zerah se interesase por el cálculo)

Zerah aprendió la tabla de multiplicar del 100 antes de que pudiese leer o escribir.

Cuando se le pidió multiplicar 21 734 por 543 dijo en poco tiempo: 11 801 562. Al preguntarle como lo había hecho, explicó que 543 es igual a 181 veces 3, y como era más fácil multiplicar por 181 que por 543, había multiplicado primero 21 734 por 3 y luego el resultado por 181. (p. 174-175)

Otro eminente matemático John Wallis también estaba dotado de una extraordinaria memoria y capacidad de cálculo. Se cuenta de Wallis que en una noche de insomnio llegó a calcular la raíz cuadrada de un número de 40 cifras, recordándolo y escribiéndolo al día siguiente. Se sabe que el resultado era erróneo en solo dos dígitos. También es importante vincular estas anécdotas históricas con la actualidad, por ejemplo el calculista Alberto Coto es la persona más rápida del mundo haciendo cálculos mentales, como así lo certifican sus Récords Guinness y su doble título de Campeón del Mundo en suma y multiplicación conseguidos en Alemania en 2004. El primero por la suma mental de 100 dígitos en un crono de 19 segundos y el segundo por la multiplicación mental de dos números de 8 dígitos en una marca de 38 segundos.



En estos procesos de cálculo mental es importante verificar que todos los alumnos participan, para así motivar la comunicación. Es muy importante que el alumno en ningún momento sienta temor a equivocarse y a expresarse durante las lecciones.

IV. Uso de la tecnología

Actividad 13

Ingrese a la página

http://www2.gobiernodecanarias.org/educacion/17/WebC/eltanque/todo_mate/calculo_m/seriesCI_R/i_serie1115r_p.html y desarrolle la actividad que viene descrita en ella.



Análisis de la actividad 13

Para introducir al niño en el ambiente de la tecnología se puede incorporar el uso de Internet para repasar algún concepto o resolver actividades que lo llevan a la recreación del mismo concepto. Por ejemplo, en la actividad anterior se deseaba fomentar el área de cálculo mental y este sitio web es uno de muchos por medio de los cuáles se pueden fortalecer de una forma dinámica estas habilidades no solo para la resta de números naturales, sino para las demás operaciones elementales.

Existen formas dinámicas para desarrollar estas actividades. También el docente desde una laptop y un videobean puede hacer ingreso a esta u otras páginas que haya tenido la oportunidad de explorar y planear actividades más interactivas con sus estudiantes. Otra opción que puede manejar el docente es sugerir a sus estudiantes el trabajo y el refuerzo de su habilidad para el cálculo mental desde sus hogares, brindándoles previamente las direcciones de los sitios.

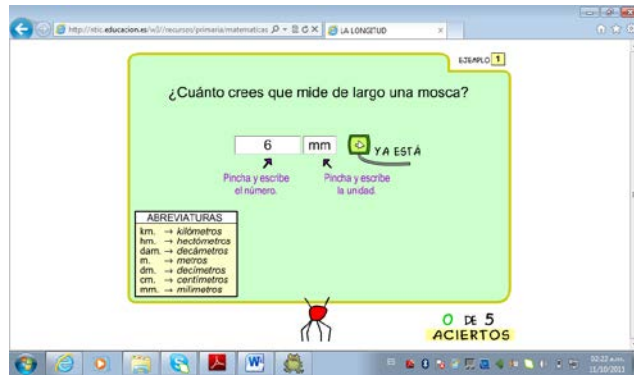
También existen otros sitios que permiten desarrollar habilidades relacionadas al área de *Medidas*. A continuación se describe una actividad que puede ser desarrollada con los niños para fomentar el sentido numérico, la estimación y la escogencia adecuada de las unidades para medir algunos objetos.

Actividad 14

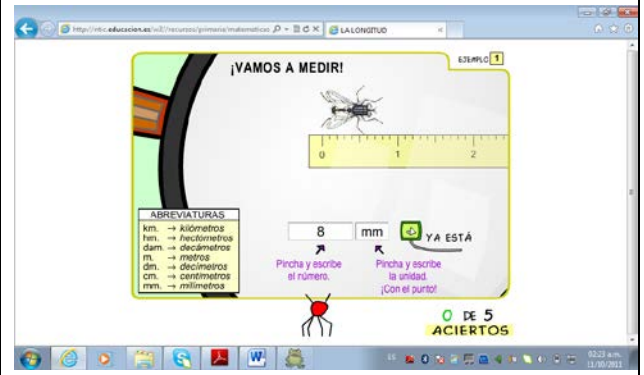
Ingrese al sitio <http://www.entrebichosylentejas.com/2009/03/juego-sobre-medidas-de-longitud.html> y busque desarrollar con sus estudiantes lo siguiente:

<p>Haga click en la imagen que describe los juegos relacionados a la noción de longitud</p> 	<p>Luego haga click en la Actividad 1</p> 
<p>Haga click en Práctica, Insectos.</p> 	<p>Vamos a medir la mosca de carne. Oprima seguir.</p> 

Primero se estima cuánto puede medir ese insecto. Oprime *ya está*.



Arrastra la regla con el mouse y proceda a medir la mosca de carne, anotando luego las mediciones hechas para su valoración. Oprime *ya está*.



La pantalla te mostrará la estimación y la medición. Para continuar, oprime *otro ejemplo*.



Luego aparecen más insectos a los cuales se les desarrolla la misma dinámica.

Análisis de la Actividad 14

Esta actividad puede ser desarrollada con estudiantes de 3^{er} Año. Se les da orientación inicial acerca de cómo ingresar, el manejo del mouse para la manipulación de la regla y el manejo de los botones de control. Algunos estudiantes tienen ciertas nociones sobre el ingreso a páginas web y esto puede ser aprovechado para que ellos mismos orienten a otros compañeros.

El docente debe estar muy atento acerca de la manipulación que el estudiante le esté dando a la regla, observando si la colocación es la correcta, o si se mide a partir de la primera rayita divisoria pues es dado que los estudiantes decidan medir a partir del borde de la regla lo cual en la mayoría de los casos es erróneo.

Nótese cómo esta actividad permite fomentar no sólo la medición, si no también la estimación de las medidas y las unidades adecuadas que se pueden utilizar. Además, es claro que estos espacios permiten fomentar en los estudiantes procesos de argumentación y comunicación pues ellos pueden discutir acerca del por qué algunas estimaciones o mediciones fueron erróneas, los detalles que permiten corregir esta situación, el grado de precisión de la regla, entre otros.

Es necesario aclarar que los recursos tecnológicos no sustituyen el valioso trabajo que realizan los docentes al implementar sus actividades mediante el uso de material concreto, la experimentación, el juego, etc. Ellos simplemente complementan ese esfuerzo de una manera diferente, cuando los estudiantes han pasado por ese proceso de apropiación del conocimiento.

V. Operaciones

Actividad 15

¿Qué valor hace verdadera la expresión $45 + \boxed{?} = 111$?

Análisis de actividad 15

Es conveniente que los estudiantes no sólo tengan dominio del algoritmo que permite resolver las operaciones básicas. También tienen que estar conscientes del sentido, los efectos y las relaciones que generan los números involucrados en la operación. Como la suma se asocia a un sentido de totalidad (representada por el número 111) es probable que los estudiantes recurran a sustraer 45 de dicha totalidad para obtener la cantidad deseada:

$$111 - 45 = 66$$

De ese modo se puede ir poco a poco estableciendo una relación entre la suma y la resta de números naturales que permitirá a futuro reforzar la noción de operaciones inversas y ecuaciones.

Si bien es cierto que el cálculo aritmético mediante los algoritmos correspondientes es de suma importancia, este debe estar vinculado a la resolución de problemas contextualizados. Aquí es primordial el área de *Medidas*, pues esta permite otorgar sentido a las operaciones y contextualizar un sin número de situaciones.

Actividad 16



























Luisa tiene ahorrado quince monedas de ¢500, veinte monedas de ¢100, veintiuno de ¢50 y dieciocho de ¢25. Ella quiere cambiar su dinero por billetes. ¿Por cuáles y cuántos billetes podría cambiar su dinero?

Análisis de actividad 16

Este problema no posee solución única. Es importante que el estudiante disponga de material recortable que le permita representar los billetes y las monedas con el objeto de que el problema sea trabajado de una forma muy natural y lo más real posible. Éste puede realizar los cálculos correspondientes a la cantidad total de dinero que posee Luisa en monedas, el cual puede ser realizado mediante cálculo mental o bien con papel y lápiz.

Tipo de moneda	Cantidad	Cantidad de dinero
	18	¢ 450
	21	¢ 1050
	20	¢ 2000
	15	¢ 7500
Total		¢ 11 000

De acuerdo con lo anterior, el estudiante podrá ver que Luisa tiene ahorrado ¢ 11 000. Algunas de las posibles respuestas se describen a continuación:

Nota: Actividades análogas a la anterior se pueden aprovechar para introducir el concepto de notación desarrollada de un número natural:



Actividad 17

El siguiente cuadro muestra información sobre la cantidad de casos de dengue reportados en el Istmo Centroamericano durante el año 2007.

Istmo Centroamericano. Casos de dengue según país (2007)	
País	Casos
Belice	40
Guatemala	5886
Honduras	33 508
El Salvador	12 476
Nicaragua	1415
Costa Rica	26 440
Panamá	3402
Total	83 167

Fuente: Estado de la Región en Desarrollo Humano Sostenible, 2008.

Resuelva los siguientes problemas:

- a. De los casos clínicos de dengue que se registran durante el 2007 en el Istmo Centroamericano, se reportan un total de 83 167. Si de esos casos Honduras registró 33 508 y Costa Rica 26 440, entonces ¿cuántos casos de dengue se registraron en el resto de la región?
- b. ¿Cuál es la diferencia entre la cantidad de casos que reportan en conjunto Guatemala, Panamá y El Salvador con respecto a la cantidad de casos que reporta Costa Rica? ¿Qué conclusiones se logran obtener a partir de la diferencia obtenida?

Análisis de la Actividad 17

Este problema muestra que no solo se debe estimular en el estudiante el cálculo operacional, sino que también desarrolle habilidades y estrategias en resolución de problemas de conexión y reflexión a su contexto inmediato y que dichos resultados tengan sentido en él para establecer conclusiones a partir de ellos.

Así se puede plantear y resolver la operación:

$$33\ 508 + 26\ 440 = 59\ 948$$

cuyo resultado corresponde al total de casos existentes en Honduras y Costa Rica. Luego,

$$83\ 167 - 59\ 948 = 23\ 219$$

Que representa el número de casos en los demás países centroamericanos.

Es posible que el estudiante implemente otra estrategia válida para resolver este problema y que consiste en sumar los casos de dengue en cada uno de los países que no corresponden a Honduras y Costa Rica.

Luego el número de casos presentes en Guatemala, Panamá y El Salvador corresponde a

$$5886 + 3402 + 12\ 476 = 21\ 764.$$

Costa Rica posee 26 440. La diferencia es de

$$26\ 440 - 21\ 764 = 4676$$

Se puede concluir que Costa Rica supera en casos de dengue a estos tres países por lo que se debe poner atención a dicha problemática pues parece que en nuestro país no se ha invertido suficientes recursos para combatirlo. Podría ser también que en otros países no se contabilicen todos los casos de dengue.

VI. Recomendaciones metodológicas

Como se desarrolló en la fundamentación teórica de la propuesta de nuevos programas de estudio, se promueve el énfasis en una organización de las lecciones, con base en 4 pasos o momentos centrales:

1. Propuesta de una “situación problema” para iniciar una lección.
2. Resolución o aporte de ideas por parte de los estudiantes, individualmente o en subgrupos.
3. Discusión interactiva y comunicación frente al conjunto del grupo de las soluciones o ideas aportadas por los estudiantes.
4. “Institucionalización” de los conocimientos por parte del educador.

Para ilustrar esto, se presenta la siguiente situación relacionada con el desarrollo de una habilidad propuesta para 3^{er} Año:

Concepto	Habilidades específicas
División	Identificar el cociente y el residuo en una división. Efectuar divisiones con el divisor inferior a 10, empezando con el dividendo inferior a 100 y después inferior a 1 000.

Si se quiere desarrollar en los estudiantes estas habilidades, se deberían planear los siguientes cuatro momentos:

1. Propuesta de una “situación problema” para iniciar una lección.

Antes de plantear la situación-problema el docente debe tener claro qué quiere lograr con ella. Se partirá de habilidades desarrolladas en niveles anteriores como:

- Resolver problemas utilizando la suma, resta y multiplicación.
- Identificar la multiplicación como la adición repetida de grupos de igual tamaño.
- Identificar y dar ejemplos de representaciones distintas de un mismo número.
- Memorizar las tablas del 1 al 10.
- Identificar la división como reparto o como agrupamiento.

Es importante que durante el planeamiento y desarrollo de una actividad de esta índole, se consideren aspectos como los siguientes:

- a. El docente no debe sugerir la respuesta al estudiante; más bien su rol debe ir orientado a promover la discusión por medio de *buenas preguntas* para que el estudiante pueda avanzar.
- b. El docente debe planificar las posibles etapas en las que podría desarrollarse la actividad, procurando anticipar las posibles estrategias que un estudiante realizaría (buenas o malas) para estar preparados sobre cómo el docente debe reaccionar y actuar ante ellas.

Para la presente actividad se pueden formar subgrupos de 3 o 4 estudiantes.

El docente plantea las siguientes situaciones-problema, las cuales deben resolver cada uno de los subgrupos.

Los estudiantes del grupo compran 2 metros de cinta tricolor para confeccionar lazos que colocarán en su brazo izquierdo el día de los desfiles del 15 de septiembre. Cada cinta debe medir 9 centímetros. Bajo el supuesto de que todos los estudiantes recibieron su cinta ¿Cuántos estudiantes hay en el grupo?



2. Resolución o aporte de ideas por parte de los estudiantes mediante el trabajo en los subgrupos.

Se espera que los estudiantes lean y comprendan los problemas planteados para comenzar a elaborar las posibles estrategias de solución.

Un primer aspecto que ellos deben considerar y que permite establecer una conexión con el área de *Medidas* es el manejo de las unidades, por lo cual se espera que identifiquen y apliquen en el problema la relación existente entre el metro y el centímetro para los cálculos y operaciones por realizar para que estos sean correctos y no existan malas interpretaciones. Es conveniente que desde un principio se considere la equivalencia $2\text{ m} = 200\text{ cm}$.

Es posible que los estudiantes decidan implementar como estrategia el tomar la totalidad de la longitud de la cinta e ir cortando las secciones que miden 9 cm hasta que la cinta se acabe.



Es importante que el docente vele por que la representación de la estrategia se realice ya sea mediante una representación tabular (o semejante a ella) o por medio de operaciones matemáticas.

Número de corte	Operación
1	$200 - 9 = 191\text{ cm}$
2	$191 - 9 = 182\text{ cm}$
3	$182 - 9 = 173\text{ cm}$
4	$173 - 9 = 164\text{ cm}$
:	:
.	.
20	$29 - 9 = 20\text{ cm}$
21	$20 - 9 = 11\text{ cm}$
22	$11 - 9 = 2\text{ cm}$
Hay 22 alumnos en dicho grupo.	Sobran 2 cm de cinta

Se refuerza el cálculo mental: para restar 9, se resta una decena y luego se suma 1 unidad.

Otra posible estrategia es que los estudiantes decidan ir sumando la medida de los listones sucesivamente hasta llegar a completar los 200 cm de cinta:

Número de listón	Operación
1	9 cm
2	$9 + 9 = 18$ cm
3	$18 + 9 = 27$ cm
4	$27 + 9 = 36$ cm
:	:
.	.
20	$171 + 9 = 180$ cm
21	$180 + 9 = 189$ cm
22	$189 + 9 = 198$
Hay 22 alumnos en dicho grupo.	Sobran 2 cm de cinta

Se refuerza el cálculo mental: para sumar 9, se suma una decena y luego se resta 1 unidad.

Quizás algunos estudiantes observen que de esta estrategia se puede derivar otra, la cual consiste en observar que el planteo de las sumas sucesivas está asociado al concepto de producto, por lo que podrían plantear que

$$9 \times \boxed{?} = 200 \text{ cm}$$

y realizar pruebas con diversos valores hasta intentar obtener los 200 cm correspondientes a la totalidad de la cinta. Aquí ellos pueden poner de manifiesto sus habilidades de cálculo mental para estimar cuál podría ser la cantidad buscada. Por ejemplo, pueden tomar como referencia el número 10 dada su facilidad para multiplicarlo por otras cantidades y escribir que

$$9 \times 10 = 90 \text{ cm entonces } 9 \times 20 = 180 \text{ cm.}$$

Por lo que se pueden usar números superiores a 20 para intentar buscar el resultado deseado. Sin embargo, si proceden a realizar los productos, notarán que no es posible obtener como resultado 200 cm

$$\begin{aligned} 9 \times 21 &= 181 \\ 9 \times 22 &= 198 \\ 9 \times 23 &= 207 \end{aligned}$$

Si los estudiantes muestran confusión por estos resultados, el docente puede intervenir recalando en sus estudiantes que busquen contextualizar la operación o bien encontrar sentido a las operaciones realizadas. También puede fomentar la discusión por medio de preguntas, por ejemplo, ¿qué significa el resultado de 198? ¿Qué representa el número 22? ¿Es posible que haya 23 estudiantes en dicho grupo? ¿Por qué?

Si los estudiantes realizan operaciones, procedimientos o cálculos en forma desordenada, el docente puede intervenir apelando a que intenten describir mediante una forma más ordenada los procedimientos realizados.

Hasta el momento se han descrito tres posibles estrategias de resolución. En caso de que algunas de ellas no se contemplasen, el docente puede retomarlas en la sección de discusión de los resultados, pues ellas son muy pertinentes para la comprensión del concepto de división.

3. Discusión interactiva y comunicación frente al conjunto del grupo de las soluciones o ideas aportadas por los estudiantes.

El docente puede proponer un intercambio de ideas y experiencias entre los grupos participantes para que comparen sus resultados y procedimientos. Posteriormente los diferentes subgrupos exponen frente a sus compañeros la estrategia utilizada.

El docente puede aprovechar este momento para establecer conexiones entre las estrategias utilizadas y mencionar otras que los estudiantes no consideraron.

4. “Institucionalización” de los conocimientos por parte del educador.

División de números naturales.

La división de números naturales está asociada a procesos donde se intenta agrupar o repartir una determinada cantidad de objetos dependiendo del tamaño de cada agrupación. Se representa mediante el símbolo “÷” y a continuación se nombran las partes que la componen:

Dividendo: Es el total que se desea agrupar o repartir.

Divisor: Establece el tamaño que tendrán las agrupaciones a realizar.

$$949 \div 23 =$$

El número total de agrupaciones que se pueden realizar se denomina *cociente* y como se vio en el desarrollo de la actividad anterior, después de realizar tales agrupaciones es posible que sobren elementos. Dicha cantidad se denomina *residuo*.

Las divisiones pueden realizarse mediante el algoritmo que se expone a continuación, el cual se deduce a partir de la representación tabular de los grupos que se van a realizar:

$$949 \overline{) 23}$$

Hay **94** decenas, entonces se busca en la tabla cuántos grupos (en este caso decenas) se pueden hacer de tamaño 23 y que no sobrepase la totalidad de ellas. Después se obtiene la diferencia (en caso de existir)

$$\begin{array}{r} 949 \overline{) 23} \\ -92 \quad 4 \text{ decenas} \\ \hline 2 \end{array}$$

Como sobran dos decenas, se añaden las unidades sobrantes, obteniendo 29.

$$\begin{array}{r} 949 \overline{) 23} \\ -92 \quad 4 \text{ decenas} \\ \hline 29 \quad 1 \text{ unidad} \end{array}$$

Hay 29 unidades, entonces se busca en la tabla cuántos grupos (en este caso de unidades) se pueden hacer de tamaño 23 y que no sobrepase la totalidad de ellas. Después se obtiene la diferencia (en caso de existir)

$$\begin{array}{r} 949 \overline{) 23} \\ -92 \quad 4 \text{ decenas} \\ \hline 29 \quad 1 \text{ unidad} \\ -23 \quad 1 \text{ unidad} \\ \hline 6 \end{array}$$

Como se acabaron las cifras, el cociente de la división es 41 y su residuo es 6.

# grupos	
1	23
2	46
3	69
4	92
5	115
6	138
7	161
8	184
9	207
10	230

Nota: Para institucionalizar el concepto de división se utilizó un ejemplo donde el divisor consta de dos cifras para ilustrar la idea a un nivel de complejidad mayor. Es claro que la habilidad específica establece la utilización de un divisor menor que 10 para ir introduciendo y así debe trabajarse para ir introduciendo paulatinamente el uso del algoritmo correspondiente.

Bibliografía

Martínez, A. (2005). *Matemáticas para educación primaria y secundaria*. Recuperado el 20 de septiembre del 2011 de <http://www.uco.es/~ma1marea/profesor/primaria/aritmeti/naturale/didactic/indice.htm>

García, R. (s.d). Cómo dividir de manera natural. *Timonel: Revista digital*. Recuperado el 23 de septiembre del 2011 de http://www.primaria.profes.net/especiales2.asp?id_contenido=41778

Bouchet, M., Colin, P., Ricadat, M. & Wormser, M. (2002). *Maths CP. Cycle des apprentissages Fondamentaux*. Editions Nathan

Programa Estado de la Nación. (2008). *Estado de la región en desarrollo sostenible, un informe desde Centroamérica y para Centroamérica*. San José, Costa Rica: autor.

Ministerio de Educación Pública. (2011). *Propuesta de Programa de estudios Matemáticas*. San José, Costa Rica.

Ministerio de Educación Pública. (2011). *Propuesta de Programa de estudios Matemáticas. Apoyo curricular I y II Ciclos. Educación General Básica*. San José, Costa Rica.