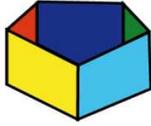

Reforma de la Educación Matemática en Costa Rica



Curso bimodal para el Segundo Ciclo: Enfoque de Resolución de problemas



Estadística 2012

Presentación

El *Curso bimodal para el Segundo Ciclo: Enfoque de Resolución de problemas* forma parte del proyecto *Reforma de la Educación Matemática en Costa Rica*. Este proyecto del Ministerio de Educación Pública es apoyado por la Fundación Costa Rica-Estados Unidos de América para la Cooperación y cuenta con el soporte administrativo de la Fundación Omar Dengo.

Este proyecto ha buscado y buscará apoyar la reforma de la educación matemática en Costa Rica por medio de la elaboración de un nuevo currículo escolar y de documentos de apoyo curricular, la capacitación de docentes y la creación de medios que apoyen la implementación de los programas, objetivos macro a realizar con base en prácticas exitosas en la enseñanza de las matemáticas y resultados positivos de la investigación tanto a nivel nacional como internacional. La población con la que este proyecto trabaja directamente son educadores de primaria y secundaria que deben enseñar matemáticas, asesores pedagógicos y nacionales, y otros funcionarios del MEP.

Este proyecto cobra gran trascendencia luego de conocerse en el 2011 los resultados en el rendimiento de Costa Rica en las pruebas PISA 2009+, que revelan que el país posee importantes debilidades en matemáticas. El progreso nacional obliga a medidas de gran envergadura para poder responder con seriedad a esta realidad. Este proyecto ofrece una respuesta integral a los desafíos colocados por este diagnóstico ineludible de tomar en cuenta.

El curso bimodal para el Segundo Ciclo posee como objetivo familiarizar a los docentes con el enfoque principal de los nuevos programas de estudio: la resolución de problemas, con especial énfasis en contextos reales. Para ello incluye dos tipos de unidades didácticas: el primero busca aportar elementos de la fundamentación del currículo, y el segundo presentar varias situaciones educativas en las diversas áreas matemáticas de este ciclo mediante las cuales se pueda trabajar con ese enfoque. Dominar los principales elementos de la fundamentación general es indispensable para poder comprender y llevar a las aulas con efectividad los nuevos programas. Es por eso que se solicita a los participantes de este curso comenzar con una amplia dedicación a su estudio y a la realización de las prácticas que se incluyen. Solo así será posible visualizar y manejar con propiedad las otras unidades. No obstante, se da flexibilidad al participante para realizar las prácticas a lo largo de todo el curso.

Se ha decidido, en cuanto al segundo tipo de unidades, abarcar áreas como *Números y Medidas* que en lo que refiere a contenidos no posee gran diferencia con los programas anteriores, aunque el enfoque sí es muy distinto. Luego, *Geometría* sigue la misma línea, solo que incorporando contenidos básicos como geometría analítica y transformaciones geométricas. *Estadística y Probabilidad* aunque sí se contemplaba en los programas anteriores, no existía un trabajo continuo y articulado de los conceptos estadísticos y de probabilidad como el que se ofrece ahora. Por último, *Relaciones y Álgebra* que no estaba presente en el plan anterior y busca por medio del uso de representaciones ir evolucionando hacia el uso y comprensión del concepto de variable para modelar relaciones. Estas cinco unidades poseen una gran unidad que se la brinda el propósito de todo el curso: comprender y usar el enfoque del currículo. No todos los tópicos del Segundo ciclo se incluirán en este curso, solo algunos que son más novedosos o que se prestan mejor para mostrar el enfoque. Es decir, este curso no pretende ofrecer una capacitación completa. Se busca dar algunos elementos al docente para que éste en el desarrollo de su acción profesional autónoma siga ampliando su dominio del enfoque curricular, de los contenidos programáticos y de la forma de trabajarlos en las aulas.

En la elaboración de esta unidad han participado diversas personas como autores, revisores, editores temáticos y de estilo y forma y varios colaboradores. Ha sido producto de un amplio esfuerzo

colectivo realizado con mucha seriedad y profesionalismo, con mucho cariño y con ritmos de tiempo muy intensos.

En el 2013, sin embargo, se desarrollarán otros cursos bimodales en esencia con los mismos propósitos, pero esta vez enfatizando algunas dimensiones incluidas en los programas, como el uso de la historia de las matemáticas y el uso de las tecnologías.

En el 2014, otros cursos bimodales brindarán mayor atención a la Estadística y Probabilidad.

A partir del 2013 se aportarán cursos totalmente virtuales que permitirán repetir los cursos bimodales con otra modalidad, y reforzar los medios para ampliar la capacitación a más educadores.

A partir del 2013 también se contará con una comunidad virtual especializada para la educación matemática que permitirá integrar varias de las diversas acciones de capacitación y de implementación de los programas, y servir como un medio dinámico para compartir experiencias y para obtener recursos didácticos.

Para la implementación eficaz de los nuevos programas y para avanzar en la reforma de la Educación Matemática en el país, se está diseñando este año un plan de transición, y también se llevarán a cabo planes piloto en la Primaria y Secundaria del 2012 al 2014.

Todas estas acciones poseen un efecto integrador y sinérgico.

Deseamos que este curso pueda resultarles de gran provecho y sobre todo de motivación para avanzar en los cambios que en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas requieren nuestros niños y jóvenes.

Cordialmente

Ángel Ruiz

Director general

Proyecto Reforma de la Educación Matemática en Costa Rica.

Índice

Presentación.....	2
I. Introducción.....	5
II. Generalidades acerca de la Estadística.....	7
III. La Estadística.....	9
1. Conceptos básicos de la Estadística.....	9
2. Muestras y muestreo.....	11
3. Variabilidad de los datos.....	13
4. Características o variables.....	16
5. Recolección de datos.....	18
6. Base de datos.....	20
IV. Presentación tabular y gráfica.....	26
1. Construcción de cuadros de frecuencia.....	28
2. Cuadros comparativos.....	29
3. Construcción e interpretación de representaciones gráficas.....	30
4. Tipos de gráficas.....	30
a. Gráficas de barras simples.....	30
b. Diagrama de puntos.....	31
c. Gráfica circular.....	33
d. Diagramas lineales (gráficas lineales).....	34
V. Medidas estadísticas.....	36
1. Análisis con datos cuantitativos.....	36
2. Análisis con datos cualitativos.....	40
VI. Recomendaciones metodológicas.....	41
Créditos.....	44
Bibliografía.....	45

I. Introducción

Desde hace varios años, el uso de la Estadística es indispensable para la toma de decisiones de la vida cotidiana, en aspectos que afectan a todos, por ejemplo, en áreas como medicina, ecología, biología, química, política, entre otras. Según Batanero (2002):

La estadística ha jugado un papel primordial en el desarrollo de la sociedad moderna, al proporcionar herramientas metodológicas generales para analizar la variabilidad, determinar relaciones entre variables, diseñar en forma óptima estudios y experimentos y mejorar las predicciones y toma de decisiones en situaciones de incertidumbre (p.1)

Debido a la importancia de esta área del saber, muchos países deciden incluirla en los currículos desde primaria hasta cursos universitarios. Con la inclusión al currículo de la Enseñanza de la Estadística, se pretende la formación de ciudadanos estadísticamente cultos (Batanero, 2002) es decir personas capaces de evaluar críticamente información estadística y de discutir o comunicar, cuando sea relevante, sus opiniones respecto a tales informaciones estadísticas.

En Costa Rica la Estadística fue incluida en los programas de la Educación General Básica del MEP desde 1995; sin embargo, a pesar de la importancia que muchos autores dan a la enseñanza de la Estadística, son pocos los docentes que desarrollan esta temática en sus aulas y, en otras ocasiones, cuando se enseña, se hace de manera superficial, ya sea por falta de tiempo, para dar mayor énfasis a otros temas del currículo, o porque no han recibido una adecuada formación para enseñar esta disciplina.

Con la aprobación de los nuevos programas de matemática que incluye el estudio de la Estadística desde el primer año de primaria se espera que en el Primer Ciclo de la Educación General Básica los estudiantes adquieran habilidades vinculadas con la interpretación de los datos que se generan a su alrededor, además que reconozcan la importancia de analizar e interpretar datos generados en su entorno y de esta manera puedan tener un mejor entendimiento de la realidad. En el Segundo Ciclo deben tomarse en cuenta estos antecedentes, pero además, se debe profundizar y ampliar las expectativas en materia de tratamiento de la información, de modo que se pueda generar una cultura sobre la temática y su rol en la sociedad.

Por lo anterior, en el Segundo Ciclo se incluyen otras estrategias para la recolección de información, así como el uso de frecuencias absolutas y porcentuales en cuadros y gráficas. También se amplía el uso de medidas estadísticas con la incorporación de la media aritmética para analizar la tendencia central de los datos y el recorrido como una primera aproximación para medir la variabilidad de los datos.

Las habilidades generales que se incluyen para el Segundo Ciclo son:

- Interpretar información estadística del contexto que haya sido representada mediante diferentes técnicas.
- Utilizar diferentes estrategias para el proceso de recolección de datos: observación, interrogación, medición y cuestionario.
- Combinar el uso de estrategias para resumir datos: tabular, gráfica o medidas de resumen.
- Identificar eventos más probables, menos probables o igualmente probables de acuerdo con el número de resultados simples pertenecientes a cada evento.

-
- Determinar probabilidades elementales vinculadas con eventos particulares.
 - Plantear y resolver problemas vinculados con situaciones aleatorias.
 - Plantear y resolver problemas que requieran de recolección, ordenamiento, presentación y análisis de datos vinculados con diversos contextos.

Este material, dirigido a docentes de Primaria, pretende ser un apoyo para el educador en cuanto a conceptos y tipos de actividades que puede realizar al abordar el tema de Estadística en el Segundo Ciclo de la Educación obligatoria Costarricense.

II. Generalidades acerca de la Estadística

Actividad 1

Reflexione sobre las siguientes preguntas y encuentre posibles respuestas:

1. *¿Qué es la Estadística?*
2. *¿Para qué sirve la Estadística?*
3. *¿A qué se le llama variabilidad en los datos?*
4. *¿Cuál es el propósito de enseñar Estadística en Segundo Ciclo?*

Análisis de la Actividad 1

1. Se debe tener claro que la Estadística es mucho más que simples técnicas y métodos para recolectar, resumir y presentar información. La Estadística debe considerarse como una ciencia que analiza la forma en que la información debe ser utilizada para orientar la comprensión del entorno del que provienen los datos y, por ende, facilitar la argumentación y la toma de decisiones con base en esa información.
2. Es indispensable que el docente esté consciente de la importancia que esta área tiene en el desarrollo de un ciudadano, dado que el estudio de la Estadística aporta y potencia en los estudiantes, el razonamiento crítico y la resolución de problemas cotidianos. Los datos constituyen la unidad básica de los estudios estadísticos, todas las técnicas estadísticas que se han desarrollado históricamente tienen como propósito, la recolección, el resumen, la representación y el análisis de datos. En este sentido, el proceso educativo debe formar sobre la importancia de los datos, la diferencia en tipos de datos, la información que comunican, procesos de recolección, entre otros.

Holmes (1980) citado por Batanero (2002) indica las siguientes razones que justifican la enseñanza de la Estadística desde la Escuela primaria:

- La estadística es una parte de la educación general deseable para los futuros ciudadanos adultos, quienes precisan adquirir la capacidad de lectura e interpretación de tablas y gráficos estadísticos que con frecuencia aparecen en los medios informativos.
 - La Estadística es útil para la vida posterior, ya que en muchas profesiones se precisan unos conocimientos básicos del tema.
 - El estudio de la Estadística ayuda al desarrollo personal, fomentando un razonamiento crítico, basado en la valoración de la evidencia objetiva.
 - El estudio de la Estadística ayuda a comprender los restantes temas del currículo, tanto de la educación obligatoria como posterior, donde con frecuencia aparecen gráficos, resúmenes o conceptos estadísticos.(p.1)
3. Aunque en el punto 2 se indicó que los datos constituyen la unidad básica de los análisis estadísticos, el principio fundamental que sustenta estos análisis se basa en que existe variabilidad entre estos datos. La importancia del estudio de la variabilidad radica en que si los datos estadísticos no se repitieran o se repitieran sin variación la Estadística no tendría razón de ser; sin embargo la realidad es que la mayoría de fenómenos se repiten y lo hacen mostrando variaciones de mayor o menor intensidad.

4. El propósito de la enseñanza de Estadística para este ciclo es propiciar en el estudiante la capacidad de recolectar datos mediante el uso de técnicas vinculadas con la medición por medio de la experimentación simple o la interrogación mediante la implementación de cuestionarios simples. Además, los datos recabados deben ser ordenados y resumidos en cuadros, gráficas o medidas estadísticas que les ayuden a responder interrogantes, resolver problemas y tomar decisiones.

III. La Estadística

1. Conceptos básicos de la Estadística

Actividad 2

El director de la Escuela Sirenas desea potenciar el servicio de comedor estudiantil que brinda la institución. Para ello decide realizar un estudio para determinar el tipo de frutas que les gusta a sus estudiantes. Para recolectar los datos de este estudio, el director elabora un instrumento en el que se plantearon las siguientes preguntas a la totalidad de los estudiantes de la escuela:

- ¿Le gustan las frutas?
() Sí. () No.
- Normalmente, ¿cuántas veces al día consume frutas? _____
- Entre las siguientes frutas, seleccione la de su mayor preferencia
() Sandía
() Banano
() Papaya
() Melón
() Mango
() Piña
() Otra, ¿cuál? _____
- ¿Le gustan las frutas que le dan como merienda en la escuela?
() Sí. () No.



Con base en la información recolectada conteste las siguientes preguntas:

1. ¿Cuál es la interrogante o la problemática a la que se le quiere dar respuesta en este estudio?
2. ¿Cuál o cuáles son las fuentes que brindarán la información?
3. ¿Qué tipo de información se obtendrá de cada estudiante?

Análisis de la Actividad 2

1. La pregunta o problemática que se pretende resolver es ¿Cuáles son las preferencias en las frutas de los estudiantes de la Escuela Sirenas?
2. Las fuentes que brindan la información son todos los estudiantes de la Escuela Sirenas.
3. La información que se recolectará de los estudiantes es el gusto por las frutas, la cantidad de frutas que consume al día, el tipo de frutas que más les gusta y su agrado por las frutas que se ofrecen en el comedor estudiantil.

A continuación se describirán algunas nociones básicas de Estadística.

Unidad elemental o unidad estadística

En todo estudio estadístico se requiere tener muy bien definida la unidad básica que va a proporcionar la información necesaria. Por ejemplo, en la Actividad 2 la información recolectada proviene de cada uno de los estudiantes que asisten a la Escuela Sirenas, por lo que cada uno de ellos representa la unidad básica de estudio. Esta unidad básica de estudio recibe el nombre de unidad elemental o unidad estadística.

Características o variables

En una situación particular, una vez establecida la unidad estadística, solamente algunas de sus características son necesarias para el estudio, es decir, dentro de todos aquellos aspectos que caracterizan a la unidad elemental, únicamente interesan los que se relacionen con el propósito del estudio. Por ejemplo, en la Actividad 2 se establecieron las siguientes características: el gusto por las frutas, cantidad de frutas que consume al día, el tipo de frutas que más les gusta y el gusto por las frutas que se ofrecen en el comedor estudiantil. A estas características tradicionalmente se les llama características de las unidades estadísticas; no obstante, debido a que el valor de una característica varía de una unidad estadística a otra, y esa variabilidad se convierte en la principal fuente de análisis estadístico, se acostumbra catalogar a las características con el nombre de variables.

Observación o dato

En la Actividad 2, al momento de aplicar el cuestionario, cada uno de los estudiantes proporciona información para cada una de las características o variables en estudio, estos valores se denominan observaciones o mejor aún datos. Es decir, una observación o dato representa el valor numérico o la cualidad que se obtiene de una unidad estadística para una variable en particular.

Por ejemplo, para la variable cantidad de frutas que consume al día, los datos podrían ser: 0, 1, 2, 3, entre otros; mientras que para el tipo de frutas que más les gusta pueden ser sandía, papaya, etc. Por lo anterior, para cada característica o variable de interés en un estudio, los datos estadísticos son conjuntos de números o de cualidades correspondientes a las observaciones obtenidas en el análisis de las diferentes unidades estadísticas incluidas en el estudio.

Cabe aclarar aquí que un dato aislado, sino no se compara con otros datos, no se considera como una observación estadística.

Población

Un estudio de naturaleza estadística involucra una cantidad grande de unidades estadísticas, todas ellas podrían ser objeto de estudio. En este sentido, la totalidad de unidades estadísticas recibe el nombre de población en estudio. En la Actividad 2, la población está representada por todos los estudiantes de la Escuela Sirenas.

2. Muestras y muestreo

Actividad 3

Lea cuidadosamente la situación planteada:

Mario acompaña a su mamá a un laboratorio clínico pues necesita realizarse un examen de sangre como parte de un chequeo médico cotidiano. Observa, detenidamente, que a su madre le extraen una pequeña cantidad de sangre y la depositan en un tubo de ensayo. Entonces Mario le pregunta al microbiólogo que realiza la extracción:

-¿Cuántos litros de sangre tiene el cuerpo?

El microbiólogo responde:

-Un adulto tiene en promedio entre 4,5 y 5,0 litros.

Mario consulta,

-¿Cuánta sangre le sacó a mi mamá?

El microbiólogo le responde:

-Aproximadamente 5 mililitros.

Entonces Mario confundido consulta de nuevo:

-Pero con tan poquita sangre que se extrajo, ¿cómo saben qué características tiene toda la sangre del cuerpo de mi mamá? ¿No deberían revisar toda la sangre?



¿Qué respuesta daría usted a Mario?

Análisis de la Actividad 3

La pregunta que realiza Mario tiene una respuesta fundamental dentro de los análisis estadísticos. La consulta es: ¿cómo se puede caracterizar la sangre de una persona analizando solamente una pequeña parte? Esto se debe a que la composición de la sangre es muy homogénea, sus principales características pueden ser determinadas incluso en pequeñas gotas, por esta razón basta con el análisis de una pequeña cantidad para aproximar con mucha precisión características generales de toda la sangre del cuerpo.

Muestras y muestreo

Es común que dentro de un estudio estadístico se analice solamente una porción pequeña de la población. Esta porción recibe el nombre de *muestra* y el proceso utilizado para la selección de la muestra se le llama *muestreo*. La necesidad de utilizar muestras en los procesos estadísticos obedece a que muchas veces la población es muy grande incluso puede ser infinita por lo que resulta muy difícil o incluso imposible realizar el estudio con todos los elementos o unidades estadísticas que la conforman, además de los costos económicos y el tiempo que ello implicaría.

En otros casos se debe seleccionar una muestra debido a que en el proceso de análisis de la información se requiere destruir esa muestra, tal como ocurre con las muestras de sangre. En estos casos, el análisis de la población significaría la destrucción de la población total, por ello se requiere utilizar muestreo.

Los elementos de una muestra pueden obtenerse de la población siguiendo un proceso aleatorio para seleccionar los individuos o unidades estadísticas, como por ejemplo, seleccionar diez niños de un determinado año educativo por medio de una rifa, donde todos los niños participan. La estrategia de emplear la rifa y la forma de implementarla sería la técnica de muestreo empleada. El estudio de las diferentes técnicas de muestreo aleatorio sobrepasa los alcances de este documento.

Otra estrategia utilizada para seleccionar una muestra es seguir un proceso no aleatorio donde los elementos o unidades de estudio que formarán la muestra se eligen por conveniencia o facilidad. Como por ejemplo, cuando un profesor o profesora quiere hacer un estudio con los estudiantes de la escuela y utiliza como muestra el grupo que tiene a cargo. Normalmente las muestras aleatorias son mucho más representativas de la población que las no aleatorias.

Por otra parte, el procedimiento de selección de los elementos que pertenecerán a la muestra depende del tipo de información que se quiere obtener de ella, las diferencias o similitudes que tengan las características de la población y las facilidades que tenga quien investiga, como disponibilidad de tiempo, recursos humanos y económicos, entre otros.

Es importante rescatar que si se quieren generalizar los resultados de una muestra hacia la población total se deben utilizar procedimientos de muestreo aleatorios y además emplear técnicas muy elaboradas para llevar a cabo el proceso de generalización. Sin embargo, esta temática no será estudiada en esta unidad pues no está incluida dentro de los propósitos de la misma.

Ejemplos

Cuando una persona quiere hacerse un diagnóstico de salud, normalmente el médico inicia enviándole exámenes de sangre, orina y heces; de este modo el paciente proporciona una pequeña muestra de cada una de esas sustancias, por medio de las cuales y mediante un estudio detallado, es posible identificar su estado de salud en relación con una serie de características relacionadas con un adecuado funcionamiento del organismo, tal como se analizó previamente con los exámenes de sangre.

La pequeña cantidad de producto que se utiliza se debe a que las características de cada uno de ellos presentan poca variación. Por ejemplo, en el análisis de la actividad 3 se observó que una muestra de cinco mililitros era suficiente para realizar el estudio solicitado para la madre de Mario, esto es válido pues la sangre es muy homogénea.

Por otra parte, cuando se realizan las elecciones presidenciales en el país, hay empresas que ofrecen el servicio de aplicar encuestas para determinar las preferencias de los votantes conforme se vaya acercando la fecha de la elección. Por razones de costo y tiempo, dichas encuestas no se realizan al total de la población, por eso estas empresas realizan encuestas a muestras relativamente pequeñas (normalmente entre 1000 y 2000 personas, a pesar que hay cerca de tres millones de electores). Este es un ejemplo donde la población de estudio es muy grande y lo más conveniente es analizar los datos obtenidos a partir de una muestra.

Es importante destacar que entre más variabilidad posean las características de las unidades estadísticas, más grande debe ser la muestra que se selecciona. De hecho, al momento de seleccionar una muestra para un estudio particular, la variabilidad es más importante que el tamaño de la población.

3. Variabilidad de los datos

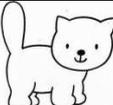


Actividad 4

Una profesora de primaria quiere realizar una actividad para que los estudiantes de su grupo puedan conocer acerca de sus gustos por las mascotas, ella desea crear conciencia acerca del amor por estos seres vivos y que no todo tipo de animal se puede tener como mascota; también quiere que conozcan los animales que son símbolos patrios de Costa Rica.

*Se pide a los estudiantes que realicen un dibujo donde representen el tipo de animal que quieran tener como mascota (como condición inicial se requiere que el animal seleccionado debe ser doméstico, **no** salvaje).*

Luego que sus estudiantes realizan el dibujo, hacen un conteo, como se muestra en el cuadro siguiente:

Tipo de animal	Conteo provisional	Cantidad de estudiantes
 Perro	- - - - - - -	8
 Caballo	-	2
 Pollo	- -	3
 Gato	- - -	4
 Pato	-	2
Total		19

Por otra parte, la profesora presenta las siguientes imágenes y pide a las y los estudiantes que escriban los nombres de estos animales que representan símbolos patrios de Costa Rica.



Con base en la situación planteada, ¿cuáles de las respuestas aportadas por cada estudiante son más variables: los tipos de animales que se tienen como mascotas o el nombre de los animales que son símbolos patrios de Costa Rica?

Análisis de la Actividad 4

Los animales, nombrados como símbolos patrios son *el yigüirro* (ave nacional) y el *venado cola blanca* (símbolos de la fauna nacional), para los cuales las y los estudiantes tienen gran conocimiento entonces se espera que las respuestas sean las mismas, aunque si algunas personas no lo tienen claro podrían presentarse pequeñas variaciones.

Por otro lado, en el primer caso se habla de preferencia de mascotas, evidentemente esto está vinculado con el gusto de cada persona, por esa razón las respuestas van a variar dependiendo de esa preferencia. En el ejemplo se presenta que entre las mascotas preferidas están: perro, gato, pato, pollo y caballo. De lo anterior, se puede concluir que el tipo de mascota preferida por niños y niñas tiene más variación respecto a los nombres de los animales que son símbolos patrios, por lo que decimos que las mascotas son más variables que los animales símbolos patrios.

Variabilidad de los datos

En la actividad 4 se pudo determinar que la escogencia de una mascota al estar vinculada con el gusto o preferencia de cada quien tiene más variabilidad que el indicar el nombre de los dos animales que son símbolos patrios, para los cuales, si todos los estudiantes conocieran el tema, no habría variabilidad. En este sentido, para representar la preferencia de mascota se requeriría resumir la información en un cuadro o gráfico, mientras que en el caso de los símbolos patrios basta con decir los nombres de ellos.

La variabilidad en los datos es un principio básico que fundamenta una realidad universal. En el contexto estudiantil resulta fácil determinar la existencia de esta variabilidad:



Las imágenes anteriores son ejemplos de la variabilidad presente en la cotidianidad estudiantil. En el ambiente escolar es fundamental que las y los estudiantes la visualicen. Para ello, se deben favorecer situaciones en donde se identifique la ausencia y presencia de variabilidad. Por ejemplo, el color de blusas o camisas escolares cuando se utiliza uniforme no presenta variabilidad, en su defecto normalmente los bolsos que utilizan para llevar los útiles escolares tienen variabilidad.



En términos generales, para una mejor comprensión de los fenómenos naturales, la Estadística ofrece diversas estrategias para determinar los patrones de variabilidad y posibilitar una mejor comprensión de la información que suministran los datos.

Entonces, entre más variabilidad presenten los datos, mayor atención hay que prestar a los análisis estadísticos de modo que dichos patrones de variabilidad puedan ser identificados. Pero si no existe variabilidad, es innecesario emplear técnicas estadísticas pues los datos serían todos iguales.

En síntesis, el análisis de la variabilidad en los datos es el principio fundamental que argumenta la necesidad de contar con técnicas estadísticas; las diferentes estrategias que se han desarrollado históricamente tienen como principal fundamento ayudar a describir, proyectar y analizar patrones de variabilidad en los datos.

4. Características o variables

Actividad 5

Retomando el análisis de la Actividad 2, suponga que para ese grupo de estudiantes se desea determinar, no sólo el consumo de frutas sino también el consumo de alimentos en general y su estado físico. Para ello se les consultó acerca de las siguientes características:

- Número de comidas que hace al día.
- Cantidad de personas que viven en su casa.
- Tipo de alimento que le gusta más (ensalada, arroz, frijoles, pastas, pizza, hamburguesa, frutas, verduras, entre otras).
- Agrado por el consumo de verduras (mucho, regular, poco, ninguno).
- Tipo de bebida preferida (agua, fresco natural, gaseosas, jugos de frutas naturales, jugos artificiales, entre otros).
- Peso en kilogramos.
- Estatura en centímetros.

Para cada una de esas características, determine si los datos obtenidos son cantidades o cualidades.

Análisis de la Actividad 5

Seguidamente se encuentra la clasificación de las características descritas según la condición de cuantitativa (en caso que el dato generado sea una cantidad) o cualitativa (si el dato generado es una cualidad)

<p>Características cuantitativas</p> <ul style="list-style-type: none"> ✓ Número de comidas que hace al día. ✓ Cantidad de personas que viven en su casa. ✓ Peso en kilogramos. ✓ Estatura en centímetros. 	
---	--

Características cualitativas	
<ul style="list-style-type: none"> ✓ Tipo de alimento que le gusta más (ensalada, arroz y frijoles, pastas, pizza, hamburguesa, frutas, verduras, etc.). ✓ Agrado por el consumo de verduras (mucho, regular, poco, ninguno). ✓ Tipo de bebida preferida (agua, fresco natural, gaseosas, jugos de frutas naturales, jugos artificiales, entre otros). 	

Actividad 6

Siguiendo con el análisis de la información nutricional de los niños, en la Actividad 5, identifique si existe alguna diferencia entre las características cuantitativas.

Análisis de la Actividad 6

Al analizar las características cuantitativas se pueden clasificar en dos grupos, las que se pueden obtener por conteo y las que se requiere de un instrumento de medición para obtenerlas. En el primer grupo están:

- ✓ Número de comidas que hace al día
- ✓ Cantidad de personas que viven en su casa

Mientras que en el segundo grupo se encuentran:

- ✓ Peso en kilogramos
- ✓ Estatura en centímetros

A continuación se presentan los conceptos de variables cuantitativas y cualitativas, así como sus clasificaciones.

Variables

Los análisis estadísticos están dirigidos a las características de los elementos o unidades estadísticas que son objeto de interés dentro del problema que se investiga. Por ejemplo, en la actividad 5 se determinaron siete características que son de importancia para el estudio.

Como se mencionó anteriormente, hay variabilidad entre los datos que se obtienen para cada una de estas características; por esta razón se acostumbra llamar también a las características con el nombre de *variables*, estas pues varían de una unidad estadística a otra.

Variables cuantitativas y cualitativas

Si los valores posibles de la variable (datos) pueden ser expresados numéricamente, entonces se denomina *variable cuantitativa*. A su vez las variables cuantitativas pueden ser *contables*

(también conocida como *variable cuantitativa discretas*), si se pueden enumerar o contar; por ejemplo: cantidad de estudiantes matriculados en cada grado, número de personas que viven en la casa, número de lados de una figura geométrica. Por otro lado, las variables cuantitativas pueden ser *medibles*, pues no pueden ser contadas y requieren de un instrumento de medición para obtener una aproximación a su valor. Por ejemplo: estatura, peso, edad, etc.

Por otra parte, si los datos de la variable no están expresados numéricamente, se les llama *variables cualitativas*. Aunque también se pueden realizar divisiones dentro de las variables cualitativas, para los propósitos del presente documento no es necesario realizar este análisis.

Dentro de los estudios estadísticos normalmente se combina el uso de características cuantitativas y cualitativas, pero ello va a estar en función de los requerimientos del estudio.

5. Recolección de datos

Se ha mencionado que en los estudios estadísticos, los datos constituyen el objeto básico de estudio; pero además, que a partir de datos aislados no es posible efectuar esos estudios. Por esta razón, una mención especial requieren los procesos de búsqueda y recolección de datos, debido a que la calidad de los análisis estadísticos va a depender, en primera instancia, de la calidad de la información que se ha recolectado.

Actividad 7

Lea y analice la siguiente situación:

El director de una institución particular requiere saber a qué dedican los estudiantes de Segundo Ciclo el tiempo fuera de clases, para reportar a los padres de familia en la próxima reunión. Esto con el fin de detectar posibles causas para la desmotivación que tienen algunos estudiantes de este ciclo en cuanto a realizar actividades deportivas.

Los aspectos a considerar para cada estudiante serían: sexo, nivel en el que se encuentra, tipo de actividad realizada fuera del horario de clase (mirar la televisión, practicar algún deporte, realizar deberes escolares, leer, compartir con amigos fuera de su casa, navegar en la Web y uso de redes sociales, practicar juegos electrónicos o computacionales, realizar deberes domésticos, dormir, entre otros) y cantidad de actividades deportivas que realiza a la semana.

¿Qué estrategia de recolección puede utilizar el director para obtener la información?

Análisis de la Actividad 7

Lo ideal es que el director construya un instrumento (cuestionario) y lo administre a los estudiantes de la institución. En este instrumento el director colocará las preguntas que considere pertinentes para el estudio.

El cuestionario

Este instrumento se usa como estrategia de interrogación en diferentes formas: individual, grupal, telefónica, Internet, para registro de hechos, entre otros. Por su importancia, en este apartado se analizan algunos detalles claves en su elaboración.

Las funciones fundamentales de este instrumento son las siguientes:

- 1) Obtener por medio de preguntas adecuadas, las respuestas que suministren los datos estadísticos necesarios para cumplir con los objetivos de la investigación. El cuestionario debe contener información pertinente, válida y confiable. Una pregunta es confiable si al ser aplicada en condiciones esencialmente iguales a los mismos individuos, en diversas oportunidades, da lugar a respuestas aproximadamente iguales. Una pregunta es válida si las respuestas a que da lugar reflejan exactamente la realidad que se desea obtener.
- 2) Ayudar al entrevistador en la tarea de motivar al informante para que brinde la información requerida. La redacción, el orden de las preguntas, el uso de palabras sencillas y claras, son fundamentales para lograr esa motivación en el informante. Por otra parte, de la estructura y contenido del cuestionario depende, en gran medida, la calidad de la información que se obtenga. Los cuestionarios pueden ser de diversos tipos y formas dependiendo tanto de los propósitos de la investigación como de la población a la cual van dirigidos y de la técnica de recolección que se emplee (entrevista personal, telefónica, por correo).

En la elaboración del cuestionario debe darse suma importancia a aspectos como: la escogencia de palabras (vocabulario adecuado y pertinente), el tipo de preguntas y la forma de hacerlas. Dentro de los tipos de preguntas se pueden mencionar las abiertas o cerradas. A continuación se presenta un ejemplo de una pregunta cerrada y una abierta, respectivamente:

- a. Sexo Masculino () Femenino ()
- b. Estatura (en metros, con dos decimales) _____

Algunas de las consideraciones importantes para la construcción del cuestionario se describen seguidamente.

- 1) Incluir un pequeño párrafo de introducción donde se explique al entrevistado cuáles son los propósitos de la encuesta, qué instituciones lo están realizando. También se puede utilizar para motivar al entrevistado a que conteste el cuestionario; para ello se debe indicar que la información que brinde es de gran importancia para el estudio que se realiza. Además, es muy importante aclarar en este párrafo que la información que se suministre será totalmente confidencial y que se tratará únicamente con fines estadísticos.
- 2) Las respuestas deberían estar redactadas de manera que permitan una generación de datos sencillos, de modo que se puedan sistematizar y resumir de una manera simple.

- 3) Evitar incluir directamente las preguntas de la investigación en el cuestionario sin antes asegurarse que serán comprendidas por el entrevistado y contestadas adecuadamente.
- 4) Utilizar palabras precisas que aseguren la validez de las respuestas. Palabras claras y sencillas que signifiquen lo mismo para todos. Evitar las palabras difíciles o de uso poco común, las palabras regionales, porque en distintos lugares tienen significados diferentes.
- 5) Las preguntas no deben ser ambiguas (puedan tener distintas interpretaciones), ni sugerir las respuestas. Tampoco se debe pedir consultar sobre más de una característica en una misma pregunta.
- 6) Ser breve. Colocar las preguntas en un orden conveniente. Al inicio las más fáciles de contestar o de carácter general y al centro o al final las más difíciles o de naturaleza muy personal.
- 7) Evitar las preguntas en las que aparezca una negación, pues frecuentemente son mal interpretadas.

Finalmente, una vez que se han completado los cuestionarios, la información que hay en ellos debe ser resumida en una base de datos, de modo que pueda ser sometida al análisis estadístico y luego presentarla en forma resumida mediante cuadros, gráficas y medidas descriptivas, con el propósito de comunicar, interpretar y describir la situación planteada.

Es importante destacar que incluso las variables cualitativas pueden convertirse en cifras numéricas. Por ejemplo, la variable sexo es una variable cualitativa. Las dos posibles observaciones de esta variable son: masculino y femenino. Para convertir esta variable cualitativa a cifras numéricas se le asigna un código numérico a cada valor observado. Por ejemplo, al sexo masculino podría asignársele el número 1 y al femenino el 2.

6. Base de datos

Actividad 8

Volviendo a la actividad 5, se requiere aplicar un cuestionario para recabar información respecto a las variables sobre el tipo de alimentación de los estudiantes y la relación entre el peso y estatura para identificar riesgos de salud. En este sentido se considera oportuno aplicar el siguiente cuestionario:

Cuestionario:

Estimado (a) joven, los datos que se le solicitan tienen como propósito determinar información que permita identificar la conducta alimenticia de los miembros del grupo, así como la relación entre el peso y estatura. Esto permitirá que un especialista en nutrición realice un estudio que genere recomendaciones. Por favor conteste cada interrogante de la manera más precisa posible, la información suministrada será tratada de forma confidencial.

Marque una X dentro del paréntesis que corresponda a la respuesta correcta

- 1) Sexo Masculino () Femenino ()
- 2) Estatura (en metros, con dos decimales)_____
- 3) Peso (en Kilogramos con un decimal)_____

Para el cuadro siguiente, marque una X dentro de la casilla con la respuesta que mejor se adecúe al nivel de consumo de los siguientes alimentos:

Alimento	Mucho	Regular	Poco	Ninguno
Granos y cereales (Arroz, frijoles, lentejas, avena, y otros)				
Proteínas (Carne de res, cerdo, pollo, pescado u otros)				
Frutas				
Verduras, legumbres, ensaladas, entre otras				
Gaseosas o jugos artificiales				
Lácteos (leche, queso, natilla, entre otros)				
Comidas rápidas (hamburguesas, nachos, perros calientes, papas fritas, entre otros)				
Agua o frescos naturales				
Harinas (Pan, pastas, entre otros)				
Golosinas (dulces, helados, queques, entre otros)				

Muchas gracias por su colaboración

El cuestionario se aplica a los 32 estudiantes del grupo 5-A y se obtiene la información que se resume en la siguiente base de datos, para la cual los nombres de las variables se simplificaron:

Estudiante	Sexo	Estatura	Peso	Granos Cereales	Proteína	Frutas	Verduras	Gaseosas Jugos artif	Lácteos	Comidas Rápidas	Agua	Harinas	Golosinas
1	H	1,35	54,3	M	P	R	P	R	M	M	M	P	M
2	H	1,43	50,0	M	P	N	R	R	N	R	N	P	N
3	M	1,41	43,6	M	P	P	N	P	M	P	R	R	P
4	H	1,46	65,7	R	M	P	P	M	P	M	P	M	M
5	M	1,40	40,5	P	R	M	N	M	M	N	R	R	P
6	H	1,57	57,0	P	P	P	R	R	M	M	R	N	R
7	H	1,46	37,1	M	R	N	M	P	R	M	M	P	R
8	H	1,62	65,3	M	R	M	R	M	M	R	P	R	M
9	M	1,55	37,4	R	R	R	N	R	R	P	R	P	P
10	M	1,61	60,8	M	R	P	P	R	P	R	R	P	P
11	M	1,60	34,9	R	P	M	R	N	N	M	P	M	M
12	H	1,42	39,9	R	R	M	M	P	R	P	M	R	N
13	M	1,44	41,1	P	M	R	P	R	P	R	R	P	R
14	M	1,60	42,1	R	R	P	N	R	M	N	R	M	M
15	H	1,40	33,2	N	P	R	R	R	R	R	R	N	N
16	M	1,49	40,3	N	R	P	P	P	R	P	R	N	P
17	H	1,46	37,1	R	N	R	M	M	R	P	P	R	P
18	M	1,62	51,9	R	R	N	P	R	N	R	M	P	R
19	H	1,42	58,8	P	R	M	M	M	M	M	R	R	M
20	H	1,55	36,7	N	M	R	P	P	R	M	R	R	P
21	H	1,59	44,1	M	P	N	P	M	R	M	P	P	R
22	H	1,65	58,8	R	P	P	N	M	R	M	R	R	M
23	H	1,49	44,0	N	N	M	P	M	P	M	P	M	P

24	M	1,45	61,2	P	R	R	P	M	P	M	P	P	M
25	M	1,61	65,6	P	R	P	P	M	P	M	P	R	M
26	M	1,54	45,6	P	R	R	N	R	R	R	P	M	R
27	H	1,45	62,6	M	R	P	N	R	P	M	M	P	M
28	M	1,59	37,3	P	P	N	R	M	P	R	P	P	N
29	M	1,39	56,2	P	P	R	N	R	M	M	P	R	R
30	H	1,52	39,0	M	R	N	N	N	P	P	P	P	P
31	H	1,54	35,3	R	N	N	R	P	P	M	P	M	P
32	M	1,52	61,7	R	R	N	N	M	P	M	P	R	M

M: mucho, R: regular, P: poco y N: nada

Mediante esta base de datos se pueden realizar los conteos que permiten resumir la información. Utilízela para resumir la información de las variables sexo y consumo de gaseosas.

Análisis de la actividad 8

Al realizar el conteo correspondiente se puede determinar que en total se encuestaron 17 hombres y 15 mujeres. Por otro lado hay 12 estudiantes que indican que tienen mucho consumo de gaseosas o jugos artificiales, también 12 indican que el consumo es regular, 6 que indican un poco consumo y 2 dicen no consumir gaseosas.

Puede notarse que, al ordenar los datos de esta manera, mediante un conteo simple resulta fácil determinar el número de unidades estadísticas para cada categoría.

Base de datos

Como quedó demostrado en la actividad anterior, al aplicar un cuestionario, la construcción de una **base de datos** se convierte en una herramienta fundamental para los análisis estadísticos. En términos simples, para estos casos una **base de datos** consiste en una organización tabular de toda la información recolectada. De modo que, generalmente, cada fila incluye toda la información correspondiente a cada individuo, y en las columnas se incluye la información de las variables o características.

Dentro de la base se incluyen los números correspondientes a las variables cuantitativas y para las variables cualitativas se acostumbra utilizar **códigos**, que resuman cada categoría que puede tomar esa variable.

En el ejemplo anterior se utilizaron letras para los códigos. Para el sexo se utilizó H para masculino y M para femenino, mientras que para todas las variables correspondientes al consumo de alimentos se emplearon: M para mucho, R para regular, P para poco y N para nada.

No obstante, se acostumbra emplear números en vez de letras para codificar las categorías de las variables cualitativas. Por ejemplo, para el sexo se pudo haber empleado 1 para masculino y 2 para femenino. Mientras que para las variables sobre el consumo de alimentos se pudo haber utilizado: 4 para mucho, 3 para regular, 2 para poco y 1 para nada; o cualesquiera otros números.

Actividad 9

Continuando con la actividad donde el director quiere recabar información de las actividades que realizan los estudiantes de Segundo Ciclo en horario no lectivo. Considere la siguiente información:

El director cuenta solamente con una semana para realizar la investigación, por lo que decide construir un cuestionario y administrárselo al total de estudiantes del Segundo Ciclo (que consta de 150 estudiantes). La maestra del 6-A le pide al director que le dé los resultados del cuestionario correspondientes a su grupo para presentárselos a los padres de familia en la próxima reunión.

El director le pasa los siguientes datos a la maestra, para que ella haga el análisis correspondiente junto con sus estudiantes.

Estudiante	Sexo	Tipo de actividad realizada	Cantidad de veces que realiza actividades deportivas a la semana	Actividad deportiva que realiza
1	Masculino	Mirar televisión	1	Camino un día
2	Masculino	Hacer deporte	3	Entreno futbol
3	Femenino	Facebook	1	Camino un día
4	Femenino	Juegos electrónicos	0	Ninguna
5	Masculino	Navegar en la Web	0	Ninguna
6	Femenino	Mirar televisión	0	Ninguna
7	Masculino	Juegos electrónicos	0	Ninguna
8	Femenino	Hacer deporte	3	Entreno Taekwondo
9	Masculino	Juegos electrónicos	0	Ninguna
10	Masculino	Mirar televisión	0	Ninguna
11	Masculino	Juegos electrónicos	2	Juego deportes con el Xbox-kinet
12	Femenino	Leer	2	Salgo a caminar
13	Masculino	Hacer deporte	4	Entreno fútbol y natación
14	Femenino	Estar con amigos	2	Camino
15	Masculino	Mirar televisión	1	Natación
16	Femenino	Deberes escolares	2	Camino y natación
17	Masculino	Juegos electrónicos	1	Juego deportes con el wii
18	Femenino	Facebook	0	Ninguna
19	Masculino	Mirar televisión	0	Ninguna
20	Femenino	Deberes escolares	1	Natación
21	Masculino	Juegos electrónicos	1	Juego deportes con el wii
22	Femenino	Estar con amigos	0	Ninguna
23	Masculino	Juegos electrónicos	0	Ninguna
24	Masculino	Navegar en la Web	2	Natación y caminar
25	Femenino	Tocar instrumentos musicales	3	Entrenamiento de natación

- 1) Utilice la información anterior para construir una base de datos utilizando únicamente códigos numéricos
- 2) ¿Qué estrategias podría utilizar la maestra con sus estudiantes para resumir la información relacionada con la actividad que hacen con mayor frecuencia los niños de su grupo en el tiempo fuera de clases y qué tantas actividades deportivas realizan?

Análisis de la Actividad 9

1) Generación de la base de datos

En primer lugar se deben establecer códigos para las categorías de las variables cualitativas, ellos podrían ser los siguientes:

Para el **Sexo**: 1 Masculino y 2 Femenino

Para el **Tipo de actividad que realiza**: 1 Mirar TV, 2 Hacer deporte, 3 Facebook, 4 Juegos electrónicos, 5 Navegar en Web, 6 Deberes escolares, 7 Estar con amigos, 8 Leer y 9 Tocar instrumentos

Para el **tipo de actividad deportiva que realiza**: 1 Ninguno, 2 fútbol, 3 Caminar, 4 Taekwondo, 5 Xbox-kinet, 6 Natación, 7 Wii.

Con esta información la base de datos quedaría de la siguiente manera:

Estudiante	Sexo	Activ_general	Frecu_deportiva	Activ_deportiva
1	1	1	1	3
2	1	2	3	2
3	2	3	1	3
4	2	4	0	1
5	1	5	0	1
6	2	1	0	1
7	1	4	0	1
8	2	2	3	4
9	1	4	0	1
10	1	1	0	1
11	1	4	2	5
12	2	8	2	3
13	1	2	4	2 y 6
14	2	7	2	3
15	1	1	1	6
16	2	6	2	3 y 6
17	1	4	1	7
18	2	3	0	1
19	1	1	0	1
20	2	6	1	6
21	1	4	1	7
22	2	7	0	1
23	1	4	0	1
24	1	5	2	3 y 6
25	2	9	3	6

2) Ordenamiento y clasificación de la información

Como existe variabilidad en el tipo de actividades que realizan los estudiantes en su tiempo libre, se deben buscar estrategias de agrupación y análisis.

Desde un punto de vista intuitivo, primeramente se debería proceder a clasificar la información de acuerdo con la cantidad de repeticiones que existen para cada característica y clasificar los datos en grupos.

Tipo de actividad	Recuento	Cantidad de estudiantes
Mirar televisión	II 11	5
Hacer deporte	II	3
Facebook	11	2
Juegos electrónicos	II II 1	7
Navegar en la Web	11	2
Leer	1	1
Estar con amigos	11	2
Deberes escolares	11	2
Tocar instrumentos musicales	1	1
Total		25

Esta clasificación corresponde a la identificación del número de repeticiones o la *frecuencia* de cada uno de los valores correspondientes al tipo de actividad realizada. Con esta clasificación se puede decir que los niños prefieren las actividades donde el gasto de energía y esfuerzo físico es menor, lo cual puede afectar su desarrollo físico y mental.

IV. Presentación tabular y gráfica

La información anterior puede ser resumida en un cuadro de la siguiente forma:

Cuadro 1. Tipo de actividad que prefieren realizar en el tiempo fuera de clases los estudiantes del grupo 6-A

Tipo de actividad	Cantidad de estudiantes
Juegos electrónicos	7
Mirar televisión	5
Navegar en la Web o Facebook	4
Hacer deporte	3
Leer o realizar deberes escolares	3
Estar con amigos	2
Tocar instrumentos musicales	1
Total	25

El cuadro que se construya debe ser suficientemente ilustrativo para que cualquier persona que lo observe comprenda la información que suministra. Para ello el título principal y los encabezados de columnas y filas deben proporcionar la información necesaria para lograr este objetivo. Este tipo de cuadro se conoce como *cuadro de frecuencia absoluta*. Además puede completarse el cuadro con los porcentajes respectivos a cada actividad, como se muestra a continuación.

Cuadro 2. Tipo de actividad que prefieren realizar en el tiempo fuera de clases los estudiantes del grupo 6-A

Tipo de actividad	Cantidad de estudiantes	Porcentaje de estudiantes
Juegos electrónicos	7	28
Mirar televisión	5	20
Navegar en la Web o Facebook	4	16
Hacer deporte	3	12
Leer o realizar deberes escolares	3	12
Estar con amigos	2	8
Tocar instrumentos musicales	1	4
Total	25	100%

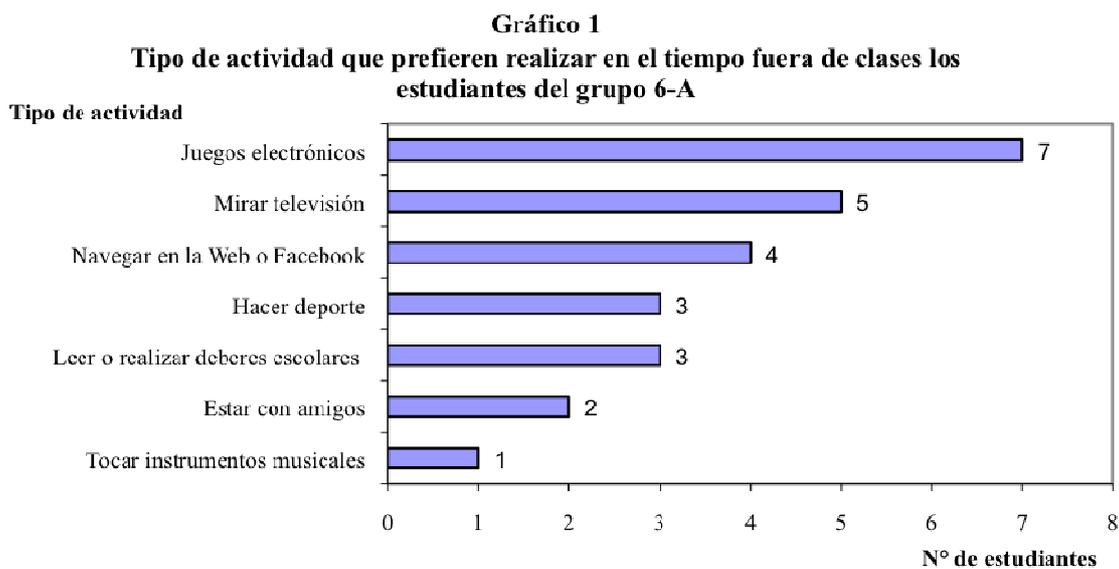
Cada porcentaje se calculó tomando la frecuencia de la actividad, dividiéndola por la cantidad de estudiantes en el grupo 6-A (25) y multiplicándola por 100. Por ejemplo, el cálculo para el porcentaje de uso de los juegos electrónicos se realiza de la siguiente forma:

$$\frac{\text{Cantidad de estudiantes que prefieren los juegos electrónicos}}{\text{Cantidad de estudiantes del grupo}} \times 100$$

$$\frac{7}{25} \times 100 = 28$$

De manera análoga se calcularon los demás porcentajes.

Esa misma información puede ser presentada en una gráfica de barras como la siguiente:



Interpretación de la información

El docente debe tener presente que el análisis y la interpretación de la información es una etapa clave en un proceso de este tipo, y que debe dar respuesta a las interrogantes que propiciaron el estudio.

Las representaciones hechas son herramientas para analizar el tipo de actividades que realizan los estudiantes del grupo 6-A en su tiempo fuera de clases. Dentro de lo que se puede destacar se observa la variabilidad que presenta el tipo de actividades que realizan en tiempo libre, ya que hay nueve categorías distintas que fueron resumidas en siete. Por otra parte se observa que las actividades en las que hay que realizar esfuerzo físico son poco elegidas. Los juegos electrónicos, mirar la televisión y navegar en la Web son las actividades con mayores preferencias.

El análisis que se realizó para determinar el tipo de actividad preferida se puede realizar también para analizar la cantidad de actividades deportivas que realizan a la semana y el tipo de actividad deportiva.

1. Construcción de cuadros de frecuencia

Como pudo notarse en la actividad anterior, los cuadros de frecuencia se construyen a partir de la información recabada, indicando simplemente las categorías de la característica y sus frecuencias correspondientes. Pero se debe prestar atención al título general y a los encabezados de las filas y las columnas.

En general, para que la información desplegada en un cuadro llegue al lector de la mejor manera, ellos deben contener: título, columna base, encabezados contextualizados, cuerpo o contenido, y en los casos en los que la información ha sido tomada de una fuente primaria o secundaria se debe indicar esa fuente. La ubicación en una tabla de los elementos descritos se presenta en la siguiente figura



Figura 1

Título: Para niños de primaria se puede hablar de nombre de la representación. La intención con el título o el nombre de un cuadro es que se describa en él los datos que contiene este tipo de representación. Debe explicar por lo menos ¿Qué tipo de datos se presentan? ¿A quién o quienes pertenece la información presentada?

Encabezados por columna: Los encabezados deben ser claros y acordes con el contexto estudiado.

Fuente: La proveniencia de los datos, si fueron tomados de Internet, de un libro, etc.

Además, puede construirse un cuadro donde se incluyan datos porcentuales. Para esto debe tomarse la frecuencia de la categoría que se quiere y dividirla por el número total de observaciones para luego multiplicarla por 100, como se hizo en la Actividad 8.

Cuando se comparan dos grupos de datos no siempre los términos absolutos permiten comparar, principalmente si la cantidad de elementos por grupo es distinta; por esta razón, lo más recomendable es utilizar cuadros comparativos con porcentajes.

2. Cuadros comparativos

Actividad 10

Se desea analizar la relación entre el deporte preferido y el sexo para los estudiantes del Segundo Ciclo de la Escuela Dominicana. Los datos relacionados con estas dos variables se presentan en el siguiente cuadro:

Cuadro 3. Distribución de los estudiantes del II ciclo de la Escuela Dominicana, según el deporte preferido y sexo

Deporte favorito	Mujeres	Hombres	N° de estudiantes
Fútbol	16	31	47
Basquetbol	12	13	25
Beisbol	5	8	13
Natación	4	6	10
Ciclismo	3	4	7
Otro	2	4	6
Total	42	66	108

Fuente: Encuesta realizada por el profesor de Educación Física de la Escuela Dominicana

Utilice la información del cuadro anterior para llevar a cabo un análisis comparativo entre la preferencia por el deporte y el sexo del estudiante.

Análisis de la Actividad 10

Los datos absolutos no siempre permiten llevar a cabo una comparación objetiva por sexo debido a que los totales correspondientes a cada categoría son muy diferentes, por esta razón se requiere determinar *datos porcentuales*. Debido a que la comparación que se desea hacer es por sexo, entonces los porcentajes deben calcularse de acuerdo al total por sexo, tal como se muestra en el cuadro que sigue:

Cuadro 4. Distribución de los estudiantes del II Ciclo de la Escuela Dominicana, según el deporte preferido y el sexo

Deporte favorito	Mujeres		Hombres	
	Absoluto	Porcentaje	Absoluto	Porcentaje
Fútbol	16	38,1	31	47,0
Basquetbol	12	28,6	13	19,7
Beisbol	5	11,9	8	12,1
Natación	4	9,5	6	9,1
Ciclismo	3	7,1	4	6,1
Otro	2	4,8	4	6,1
Total	42	100	66	100

Fuente: Encuesta realizada por el profesor de Educación Física del Colegio Dominicano.

Este nuevo cuadro refleja que las preferencias deportivas presentan algunas diferencias entre los hombres y las mujeres, en particular los hombres tienen mayor preferencia por el fútbol que las mujeres, mientras que ellas tienen una mayor preferencia por el basquetbol. Si se observa el cuadro 3 no se percibía esta última relación. En el resto de disciplinas deportivas

no hay grandes diferencias. Tampoco se observan diferencias significativas en el patrón de preferencias.

3. Construcción e interpretación de representaciones gráficas

Las representaciones gráficas son un complemento importante de las representaciones tabulares. Los cuadros tienen el potencial de resumir mucho más información que una gráfica; sin embargo, desde un punto de vista visual, las gráficas permiten observar mejor el comportamiento de los datos.

La elección de una representación tabular o una gráfica depende de la naturaleza de los datos y del mensaje que se desea llevar al lector. No obstante, en términos generales, no es adecuado incluir dos representaciones, una tabular y una gráfica, para un mismo grupo de datos.

Las representaciones gráficas, junto a los cuadros, constituyen uno de los medios más difundidos para el resumen y presentación de la información. Permiten obtener una visión más clara y rápida acerca de lo que exhiben los datos. Sin embargo se debe considerar que la construcción de este tipo de representaciones no es el fin de la estadística sino solo una herramienta para la interpretación de los datos que se representan.

Características que deben contener las representaciones gráficas:

- Proporciones adecuadas, ni muy largas ni excesivamente anchas.
- Explicarse por sí misma (numeración, título, leyendas, símbolos, escalas y fuente).
- No se deben incluir muchas series de datos.
- Escalas bien definidas (si la escala se corta debe ser indicado).
- Debe ser sencilla, cómoda de interpretar y adecuada al tipo de información que se tiene.
- Los colores y el formato deben ser adecuados. No deben aparecer elementos innecesarios que distraigan la atención del lector.

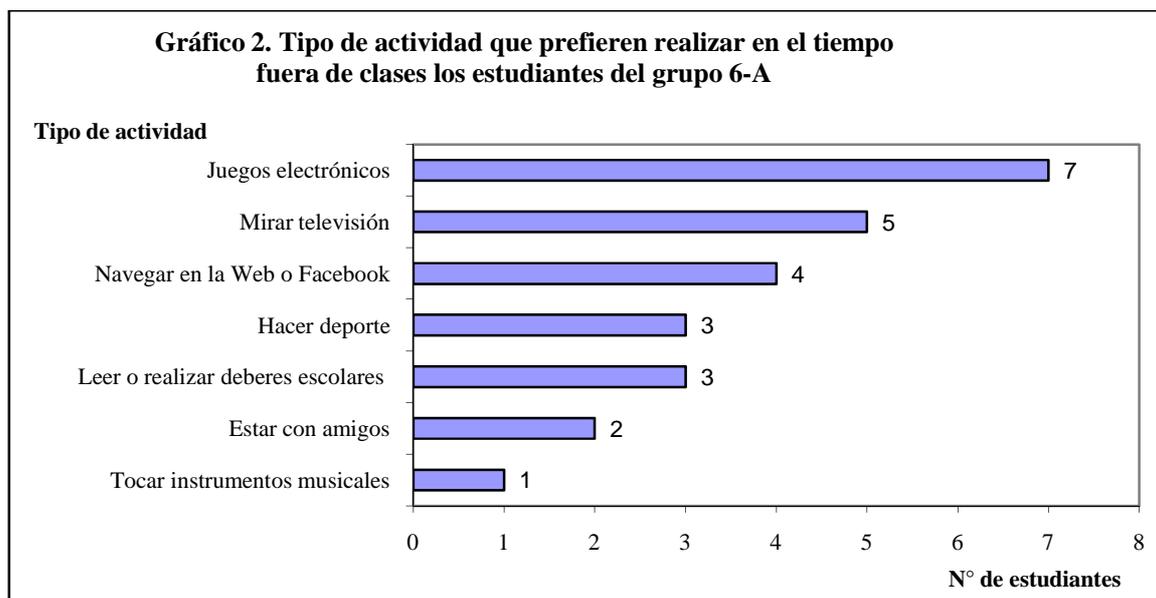
Las representaciones gráficas deben cuidar algunos detalles al igual que los cuadros, es decir, además de las barras con la información, deben incluir el título principal y los títulos de los ejes.

4. Tipos de gráficas

a. Gráficas de barras simples

Las gráficas de barras simples se construyen con base en la información de un cuadro de frecuencias, por esta razón suministran la misma información, por lo que, como se mencionó anteriormente, en un documento únicamente se incluye el cuadro o la representación gráfica. La ventaja de las representaciones gráficas consiste en que permiten observar, con más propiedad, los patrones de variación de los datos; mientras que los cuadros tienen la ventaja de mostrar mayor cantidad de datos numéricos y de forma directa.

A continuación se presenta la gráfica de barras realizada con la información del tipo de actividad preferida por los estudiantes del grupo 6-A en su tiempo fuera de clases.



b. Diagrama de puntos

Actividad 11

Siguiendo con los datos expuestos en la actividad 8, si se toma la cantidad de veces a la semana que los estudiantes del grupo 6-A realizan actividades deportivas, se tendría la siguiente información:

Cuadro 5. Cantidad de veces a la semana que los estudiantes del grupo 6-A realizan actividades deportivas

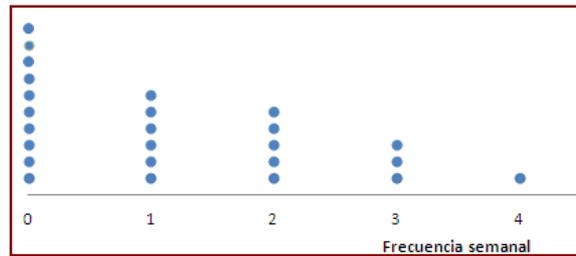
Cantidad de actividades deportivas	Nº de estudiantes
0	10
1	6
2	5
3	3
4	1
Total	25

Represente de manera gráfica la cantidad de veces a la semana que los estudiantes del grupo 6-A realizan actividades deportivas, realice la interpretación de dicha representación.

Análisis de la Actividad 11

Una representación gráfica adecuada para los datos suministrados puede ser el diagrama de puntos que se presenta a continuación.

Gráfico 3. Número de veces a la semana que los estudiantes del grupo 6-A realizan actividades deportivas



Con base en la información del gráfico anterior, se puede decir que una parte importante de niños (10 en total) no realizan actividades deportivas, lo cual es un detonante de preocupación ya que el ejercicio ayuda en el desarrollo físico y mental de los mismos. Además, 11 hacen una o dos actividades de esfuerzo físico a la semana, lo cual sigue siendo un factor para preocuparse ya que se recomienda que al menos tres días a la semana se realicen este tipo de actividades. La característica estudiada (número de veces a la semana que realiza actividad física) no es muy variable ya que va desde 0 hasta 4.

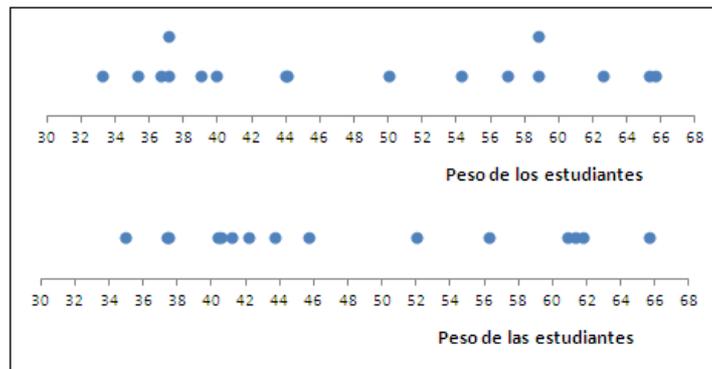
Actividad 12

Volviendo a la actividad 8, suponga que se desea comparar el peso de los estudiantes según el sexo. Para ello realice una comparación gráfica para estos datos.

Análisis de la Actividad 12

Al ser el peso de los estudiantes una característica medible, los datos son muy variables, por lo que una forma sencilla de realizar esta comparación es por medio de diagramas de puntos de los pesos para cada sexo, tal como se muestra.

Gráfico 4. Comparación de pesos (en kg) entre las y los estudiantes de la sección 5-B de la Escuela Sineras, 2012



Del diagrama anterior, no existen grandes diferencias entre los pesos de hombres y mujeres, los estudiantes tienen un peso que se encuentra entre 33 y 66 kg, mientras que en las estudiantes su peso está entre 35 y 66 kg. Al observar la dispersión de los datos a lo largo de la recta numérica, se aprecia mucha variabilidad en ambos grupos de datos.

c. Gráfica circular

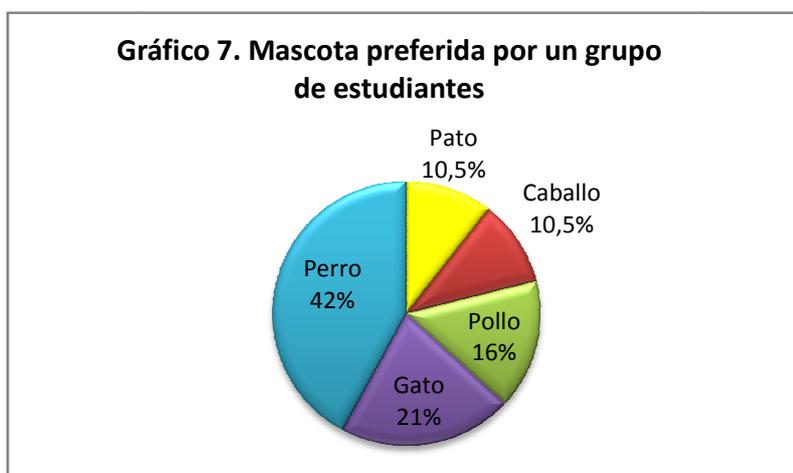
Las gráficas circulares son utilizadas para comunicar la misma información que las de barras simples; sin embargo, su construcción es más compleja y visualmente no resulta tan explicativo. Por ello es preferible utilizar gráficos de barras. Para la construcción de este tipo de gráficos se recomienda utilizar algún programa computacional. A los gráficos circulares también se les llama gráfico *de pastel o de sectores*.

Actividad 13

Siguiendo con la información que se suministró en la Actividad 4, donde se indagó acerca de la preferencia por las mascotas de un grupo de estudiantes, represente de manera gráfica dicha predilección.

Análisis de la actividad 13

Con la información suministrada se puede realizar una gráfica circular como la siguiente.

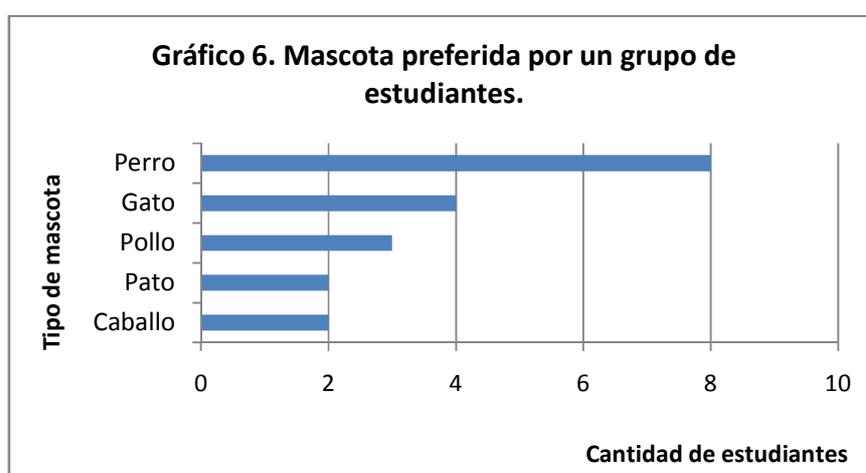


En la representación anterior se puede observar que la mascota preferida por los niños entrevistados es el perro seguido por el gato, mientras que el pato y el caballo son los menos elegidos.

Como se indicó antes, la construcción manual de la gráfica anterior es un poco compleja para estudiantes de primaria, por lo que si no se cuenta con el acceso a computadoras, es preferible enfocarse únicamente hacia la interpretación de la información que comunican, ya que la misma información se puede obtener con otro tipo de representación que puede ser tabular o gráfica, como se muestra a continuación.

Cuadro 6. Mascota preferida por un grupo de estudiantes

Tipo de mascota	Cantidad de estudiantes	Porcentaje de estudiantes
Perro	8	42,0
Caballo	2	10,5
Pollo	3	16,0
Gato	4	21,0
Pato	2	10,5
Total	19	100%



d. Diagramas lineales (gráficas lineales)

Las gráficas lineales se utilizan principalmente para representar datos relacionados con series de tiempo, a saber: población anual de un país en un periodo establecido, cantidad de estudiantes aprobados de sexto año en una escuela específica en un periodo de 10 años, entre otros.

Actividad 14

En el Centro Centroamericano de Población se puede encontrar la información referente a la cantidad de nacimientos, por año desde el 2000 hasta el 2009, de hombres y mujeres de nuestro país. Se adjuntan dichos datos.

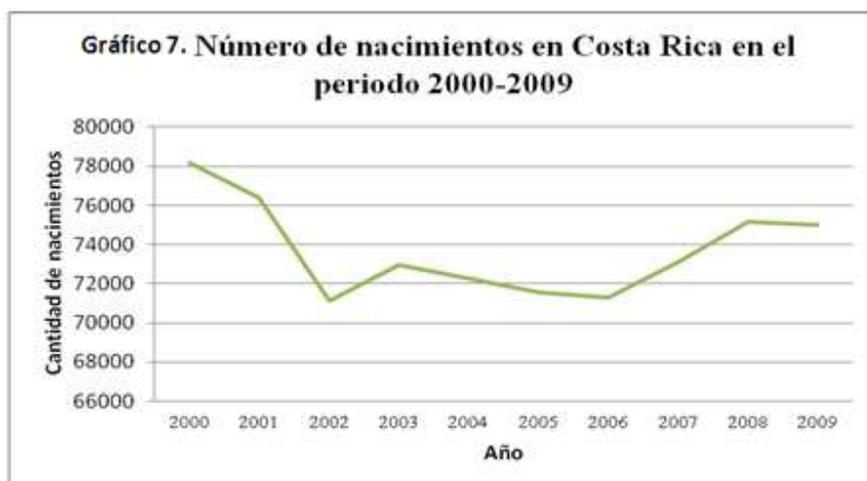
Cuadro 7. Nacimientos en Costa Rica (periodo 2000-2009)

Año	Nacimientos
2000	78 178
2001	76 401
2002	71 144
2003	72 938
2004	72 247
2005	71 548
2006	71 291
2007	73 144
2008	75 187
2009	75 000

Fuente: Centro Centroamericano de Población

Con base en los datos, represente de manera gráfica la cantidad de nacimientos en Costa Rica en el periodo 2000-2009.

Análisis de la actividad 14



Fuente: Centro Centroamericano de Población

De la gráfica anterior, se puede afirmar que el comportamiento de los nacimientos en nuestro país durante ese periodo es oscilante, ya que no presenta un patrón de crecimiento o decrecimiento con los años, sino que de un año a otro puede crecer y luego decrecer. Además, el año con mayor cantidad de nacimientos fue el 2000 y el de menor fue el 2002.

Esta representación tiene una característica importante, como se habla de años (2000-2009) y cantidad de nacimientos que son miles, la escala fue cortada (no inicia en cero).

V. Medidas estadísticas

1. Análisis con datos cuantitativos

Actividad 15

Analice la siguiente situación:

Un estudiante pregunta a su docente: ¿es cierto que las mandarinas regularmente tienen 9 o 10 semillas? El docente aprovechó la inquietud para generar una situación didáctica que fuera de interés para los estudiantes. En la siguiente lección trajo una mandarina para cada estudiante (28 en total) y les propuso que se la comieran, pero antes que contaran el número de semillas de la fruta. Con ello, el docente, espera generar un grupo de datos que le permita introducir algunos conceptos vinculados con el uso de medidas estadísticas.



Si suponemos que obtuvieron los siguientes resultados en dicho experimento:

Número de semillas	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
Nº de mandarinas	1	1	1	1	2	5	5	4	4	3	0	0	1

Resuma y caracterice el conjunto de datos por medio de medidas estadísticas (valores numéricos característicos).

Análisis de la actividad 15

Los valores más sencillos de obtener en un conjunto de datos y que dan información sobre el mismo son los valores extremos. En este caso, la característica que se está estudiando es la cantidad de semillas en las mandarinas.

Valor mínimo: cantidad más pequeña de semillas encontrada en el grupo de mandarinas.

Valor máximo: cantidad más grande de semillas encontrada en el grupo de mandarinas.

Para el caso particular de los datos suministrados el valor mínimo es tres y el máximo 15. Con estas dos mediciones se puede obtener otra, que mide el recorrido de los datos. El recorrido se obtiene al restar el valor máximo y el valor mínimo. En este caso $15 - 3 = 12$.

Lo anterior se puede interpretar diciendo que la cantidad menor de semillas en una mandarina es 3 y la máxima es 15, o bien que la mayor diferencia en la cantidad de semillas que se pueden encontrar entre dos mandarinas que conforman la muestra es 12.

Por otra parte, se puede obtener el valor que más se repite en las mediciones u observaciones; en este caso existen cinco mandarinas con ocho semillas y cinco mandarinas con nueve

semillas por lo que se considera un conjunto de datos bimodal, es decir con dos modas (ocho y nueve).

Por último, se puede obtener un promedio de la cantidad de semillas en el grupo de mandarinas estudiadas. Para esto se toman todas las cantidades de semillas por mandarina, se suman y se divide por el total de mandarinas.

En este caso en particular el promedio sería:

$$\frac{1 \times 3 + 1 \times 4 + 1 \times 5 + 1 \times 6 + 2 \times 7 + 5 \times 8 + 5 \times 9 + 4 \times 10 + 4 \times 11 + 3 \times 12 + 1 \times 15}{28} = 9$$

La operación anterior indica que, en promedio, las mandarinas estudiadas tienen nueve semillas.

En el Primer Ciclo únicamente se utilizan tres medidas estadísticas de posición dirigidas hacia el análisis de datos cuantitativos. Estas medidas, de fácil identificación y fácil interpretación, son: la moda, el valor mínimo y el valor máximo. A continuación se hace un repaso de sus definiciones.

Medidas de posición y variabilidad

En estadística se utilizan algunas medidas para resumir la información que proporcionan los datos. Estas medidas se calculan a través de los datos. Existen dos tipos de medidas fundamentales, que están vinculadas con la descripción del comportamiento de los datos cuantitativos (fundamentalmente). Las primeras se relacionan con su posición en el eje coordenado y las segundas con su variabilidad.

Medidas de posición

La **moda**, tal como se conoce en el lenguaje popular, es la medida estadística que corresponde al valor más común o de mayor frecuencia en un conjunto de datos. Puede determinarse para datos cuantitativos como cualitativos. En un conjunto de datos puede ser que haya más de una moda, o que no haya moda. Un error común al interpretar la moda, consiste en considerar que la mayoría de los datos toma ese valor, pero esto no siempre es cierto, pues al hablar de mayoría se refiere a más de la mitad de los datos y la moda no siempre incluye a la mayoría, sino simplemente es el valor que más se repite.

El **valor mínimo** corresponde al dato menor del conjunto.

El **valor máximo** corresponde al dato mayor del conjunto.

El **promedio** o media aritmética es una de las medidas más utilizadas dentro de los análisis estadísticos. A la moda y al promedio se les denomina como *medidas de tendencia central*, pues tienden a ubicarse cerca del centro de la distribución de los datos. Para calcular el promedio, se suman todos los datos y el resultado se divide entre el número total de datos.

Lo anterior significa simbólicamente que si se tienen observaciones y se les representa con

$$X_1, X_2, \dots, X_n,$$

entonces el promedio se calcula mediante la fórmula:

$$\frac{X_1 + X_2 + \dots + X_n}{n}$$

Existen muchas otras medidas de posición; sin embargo, en primaria únicamente se consideran las anteriores. En secundaria serán definidas otras medidas de posición que permitirá que las y los estudiantes complementen lo aprendido en primaria.

Medidas de variabilidad

Se ha mencionado reiteradamente la importancia de la variabilidad para los análisis estadísticos, la cual se puede observar simplemente al observar los datos que generan las variables. No obstante, se tiende a utilizar varias medidas para determinar la magnitud de la variabilidad en los datos. En primaria, únicamente se considera el **recorrido**.

El **recorrido** es la medida de variabilidad más simple. Consiste en determinar el rango total de la variación de los datos, o sea la mayor diferencia entre los datos. Viene dado por la diferencia entre el valor máximo y el valor mínimo del conjunto de datos. Aunque el recorrido es un referente de variabilidad, no es una buena medida debido a que depende exclusivamente de los valores extremos, si uno de ellos (máximo o mínimo) se comporta muy diferente al resto de las observaciones, entonces el recorrido tiende a sobredimensionar la variabilidad de los datos.

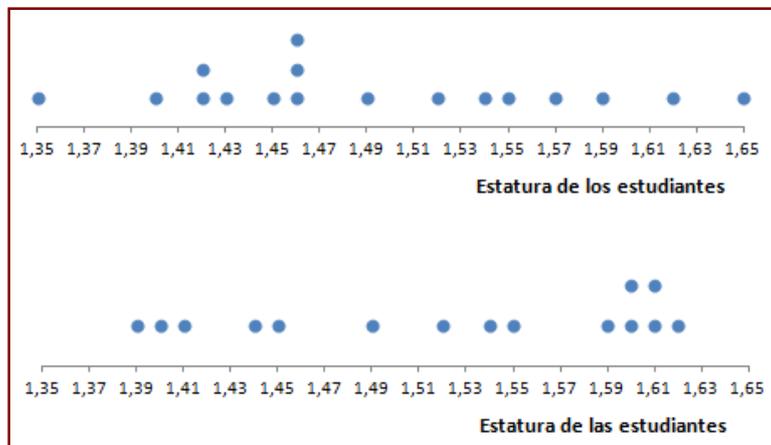
Actividad 16

Con base en los datos de la actividad 8, suponga que se desea determinar si existen diferencias entre hombres y mujeres en relación con sus estaturas.

Análisis de la Actividad 16

El análisis de este problema inicia con una representación de los datos que puede hacerse mediante un diagrama de puntos.

Gráfico 8. Comparación de estaturas (en metros) entre las y los estudiantes de la sección 5-B de la Escuela Sineras, 2012



En términos generales, se puede observar que las estaturas de los estudiantes están disgregadas en un intervalo mayor a las de las estudiantes. Además, la moda en el caso de los estudiantes es de 1,46 m, mientras que en las estudiantes hay dos modas que son 1,60 m y 1,61 m. Alrededor de estos valores modales se observa cierta concentración de datos, lo que parece suponer que, en general las estaturas de los hombres son menores a las estaturas de las mujeres. Además, las estaturas de los hombres parecen ser más variables.

Para complementar el análisis, se determina la estatura promedio para cada grupo, para el caso de los estudiantes es:

$$\frac{1,35 + 1,40 + 1,42 + 1,42 + 1,43 + 1,45 + 1,46 + 1,46 + 1,46 + 1,49 + 1,52 + 1,54 + 1,55 + 1,57 + 1,59 + 1,62 + 1,65}{17} = \frac{25,38}{17} = 1,49$$

Para las estudiantes el promedio es:

$$\frac{1,39 + 1,40 + 1,41 + 1,44 + 1,45 + 1,49 + 1,52 + 1,54 + 1,55 + 1,59 + 1,60 + 1,60 + 1,61 + 1,61 + 1,62}{15} = \frac{22,82}{15} = 1,52$$

Existen aproximadamente tres centímetros de diferencia en las estaturas promedio, lo que ratifica las diferencias entre hombres y mujeres.

El siguiente cuadro presenta las diferentes medidas estadísticas:

Medidas estadísticas	Hombres	Mujeres
Moda	1,46	1,60 y 1,61
Mínimo	1,35	1,39
Máximo	1,65	1,62
Promedio	1,49	1,52
Recorrido	0,30	0,23

Al analizar estas medidas, como complemento de los diagramas de puntos, se ratifica que las estaturas de los estudiantes, en general, son menores que las estaturas de las estudiantes, pero también que existe una mayor variabilidad entre las estaturas de los varones. El recorrido demuestra que la mayor diferencia de estaturas entre los hombres es de 30 cm, mientras que en las mujeres es de 23 cm.

2. Análisis con datos cualitativos

Como se ha mencionado, la determinación de las medidas estadísticas analizadas previamente son válidas únicamente para datos cuantitativos, con excepción de la moda. Por la definición dada para la moda, no hay problema en que se aplique para datos cualitativos. Al retomar la actividad 4, la moda es el perro, quiere decir que el tipo de mascota más común entre el grupo de alumnos es el perro. Las otras mascotas citadas por los estudiantes, en orden de importancia son: gato, pollo, caballo y pato.

Cuadro 8. Mascota preferida por un grupo de estudiantes

Tipo de mascota	Cantidad de estudiantes	Porcentaje de estudiantes
Perro	8	42,0
Caballo	2	10,5
Pollo	3	16,0
Gato	4	21,0
Pato	2	10,5
Total	19	100

VI. Recomendaciones metodológicas

Para el proceso educativo, los programas de Matemáticas proponen que cada tema debe introducirse por medio de una situación contextualizada o un problema relacionado con el fin de atraer la atención del estudiante. Por ejemplo, podrían diseñarse situaciones con datos recolectados por los estudiantes, o en su defecto buscar información que ha sido publicada por diferentes medios: prensa, revistas, Internet. En la medida de lo posible se recomienda mostrar a los estudiantes las aplicaciones que puede tener el tema de estudio en la vida cotidiana.

En este sentido, a continuación se propone un problema para ser implementado en quinto año de educación primaria, que abarca los siguientes conocimientos y habilidades específicas.

Conocimientos	Habilidades específicas
Recolección de información <ul style="list-style-type: none"> • El cuestionario y fuentes de error • Base de datos • Gráfica: barras y circulares 	<ol style="list-style-type: none"> 1. Reconocer la importancia del cuestionario en los procesos de selección de información. 2. Diseñar cuestionarios simples enfocados hacia la búsqueda de información. 3. Recolectar datos por medio de la aplicación de un cuestionario y resumir la información correspondiente en una base de datos codificada. 4. Analizar la información recolectada por medio de un cuestionario mediante la elaboración de cuadros, gráficos con frecuencias absolutas y el cálculo de medidas de posición y de variabilidad.

1. Propuesta de un problema

La humanidad debe tomar conciencia de que la preservación de las especies y el cuidado que tengamos con el medio ambiente marcarán su futuro.

Nuestra escuela está comprometida con la conservación del medio ambiente y para ello realiza varias acciones como reciclar el papel, tener diversos contenedores para basura orgánica, inorgánica, envases, papel y latas.

Por lo anterior, la Dirección de nuestra escuela quiere conocer las distintas contribuciones que realizan sus estudiantes de quinto grado para conservar el medio ambiente.

Se propone que sean los estudiantes del grupo los que realicen el estudio que le proporcione a la Dirección de la escuela la información que está requiriendo. Con base en lo anterior procedan a establecer una estrategia de trabajo para enfrentar el problema e implementarla.

2. Trabajo estudiantil independiente

Esta investigación la pueden realizar un grupo de cuatro estudiantes de quinto grado. Lo primero que deben realizar es diseñar una estrategia de trabajo. Debido a que se requiere recolectar información por medio de la interrogación, se debe orientar hacia la sistematización de la preguntas en forma de un cuestionario pequeño para administrar a sus compañeros de aula o de nivel según se considere pertinente. Podría ser algo similar al siguiente (pero deben ser las y los estudiantes los que lo elaboren).

Estimado compañero, un grupo de estudiantes del 5-A queremos conocer acerca de las medidas que ustedes toman para la conservación del medio ambiente. La información que nos brinde será de gran importancia para nuestro estudio y además será tratada de forma confidencial. Esperamos contar con su colaboración y muchas gracias.

1. Sexo
 - € Mujer
 - € Hombre

2. Grupo
 - € 5-B
 - € 5-C

3. ¿Lleva usted a cabo acciones que permitan la conservación del medio ambiente junto con tu familia?
 - € Sí (Sigue a la pregunta 4)
 - € No (Muchas gracias ha terminado el cuestionario)

4. ¿Qué tipo de acciones llevas a cabo para conservar el medio ambiente junto a tu familia? Puedes marcar hasta tres opciones.
 - € Reutilizan el papel impreso por un lado
 - € Reutilizan las bolsas del supermercado
 - € Usan bolsas de tela para las compras
 - € Utilizan calentadores de agua solares
 - € Siembran árboles todos los años
 - € Cierran la llave del agua mientras se cepillan los dientes
 - € Reciclan papel
 - € Reciclan latas
 - € Reciclan botellas
 - € Otro. ¿Cuál?

Muchas gracias

Luego de aplicar el cuestionario deben crear una base de datos con la información de los cuestionarios, tal como se detalló en las secciones previas.

Con la base de datos deben discutir entre ellos las estrategias que utilizarán para la representación y análisis de los datos que recolectaron, pueden realizar una gráfica de barras con las acciones más comunes, una distribución por medio de un cuadro entre los que llevan

a cabo acciones y el sexo de los mismos, entre otros tipos de representaciones. Además pueden utilizar la moda como medida estadística, ya que están trabajando con variables cualitativas.

3. Discusión interactiva y comunicativa.

El grupo de estudiantes debe exponer ante sus compañeros los resultados obtenidos mediante esta pequeña investigación.

4. Clausura

El docente hace el cierre de la actividad comentando los resultados que obtuvieron los niños y con base en ellos expone los conceptos teóricos relacionados.

Créditos

Esta unidad didáctica es parte del *Curso bimodal para el Segundo Ciclo: Enfoque de Resolución de problemas*, que forma parte del proyecto *Reforma de la Educación Matemática en Costa Rica*.

Este proyecto del Ministerio de Educación Pública es apoyado por la Fundación Costa Rica-Estados Unidos de América para la Cooperación y cuenta con el soporte administrativo de la Fundación Omar Dengo.

Autor

Ana Lucía Alfaro Arce

Marianela Alpízar Vargas

Edwin Chaves Esquivel

Revisor

Christiane Valdy

Jonathan Espinoza González

Susanne Blaise

Editor gráfico

Miguel González Ortega

Director general del proyecto *Reforma de la Educación Matemática en Costa Rica*.

Ángel Ruiz

Imagen de la portada

Cortesía de FreeDigitalphotos.net

Para referenciar este documento:

Ministerio de Educación Pública (2012). *Curso bimodal para el Segundo Ciclo: Enfoque de Resolución de problemas. Unidad didáctica Estadística*. San José, Costa Rica: autor.



Curso bimodal para el Segundo Ciclo: Enfoque de Resolución de problemas. Unidad didáctica Estadística por Ministerio de Educación Pública de Costa Rica se encuentra bajo una Licencia [Creative Commons Atribución-NoComercial-CompartirIgual 3.0 Unported](https://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/3.0/).

Bibliografía

- Alfaro, A.L., Alpízar, M. y Chaves, E. (2010). Estrategias didácticas para la enseñanza de la Probabilidad y la Estadística en I y II Ciclo de la Educación General Básica. Presentado en el III Encuentro de Enseñanza de la Matemática UNED.
- Alfaro, A.L., Alpízar, M. y Chaves, E. (2011). Unidad didáctica: Estadística. Formación continua. Materiales para Tercer Ciclo. San José, Costa Rica.
- Alfaro, A.L., Alpízar, M. y Chaves, E. (2011). Didáctica de la Probabilidad y la Estadística para educación primaria. Material didáctico diseñado para el curso Didáctica de la Probabilidad y la Estadística-UNA. Heredia, Costa Rica.
- Batanero, C. (2002). Los retos de la cultura estadística. *Jornadas Interamericanas de Enseñanza de la Estadística*, Buenos Aires, Argentina. Conferencia inaugural.
- Chaves, E. (2011). Unidad didáctica: Estadística y probabilidad. Formación continua. Materiales para el Primer Ciclo. San José, Costa Rica.
- Ministerio de Educación Pública de Costa Rica. (2011). Programas de matemáticas para la Educación General Básica y el Ciclo Diversificado.. San José, Costa Rica.
- Ministerio de Educación Pública de Costa Rica. (2004). Programas de estudios I y II ciclo de la Educación General Básica. San José, Costa Rica.