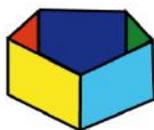


Reforma de la Educación Matemática en Costa Rica



Plan de transición Sétimo año, 2013

Plan de transición

Sétimo año

Tabla de contenido

Presentación.....	4
I. Introducción	5
La resolución de problemas	5
Habilidades y áreas matemáticas	6
Habilidades, competencias y procesos	7
Ejes curriculares transversales.....	10
Un estilo de enseñanza distinto.....	11
Trabajar con diferentes niveles de complejidad	11
II. Diferencias con el programa vigente	13
Números	13
Geometría.....	14
Relaciones y Álgebra	15
III. Indicaciones metodológicas	16
Números	16
Geometría.....	16
Relaciones y álgebra.....	17
Estadística y probabilidad.....	17
IV. Planeamiento didáctico.....	19
¿En qué consiste el planeamiento didáctico?	19
¿Cuál es la nueva organización del planeamiento didáctico?	20
¿Qué formato se utilizará?	21
¿Cuál será la periodicidad de este planeamiento didáctico?.....	22
Ejemplo de planeamiento didáctico.....	22
Plan de unidad	24
Ejemplo de plan de unidad.....	24
Informes de trabajo	27
V. Evaluación de los aprendizajes	28
Introducción.....	28
Componentes para la calificación de los estudiantes y su valor porcentual que establece el Reglamento de Evaluación de los aprendizajes (REA)	28
Trabajo cotidiano	28
Logística del portafolio para sétimo año.....	30
Descripción del portafolio	30
¿Cuántas observaciones o revisiones del portafolio se deben realizar en un periodo?	32
Trabajo extraclase.....	32
Metodología	35
Fundamentos del diseño de proyectos	38
Pruebas escritas.....	41
VI. Malla curricular	46
Estructura.....	46

Introducción	47
Números	48
Introducción.....	48
Propósitos de la enseñanza.....	48
Habilidades generales.....	49
Conocimientos, habilidades específicas e indicaciones puntuales.....	49
Indicaciones de evaluación.....	57
Geometría	58
Introducción.....	58
Propósitos de la enseñanza.....	59
Habilidades generales.....	59
Conocimientos, habilidades específicas e indicaciones puntuales.....	60
Indicaciones de evaluación.....	67
Relaciones y álgebra	68
Introducción.....	68
Propósitos de la enseñanza.....	68
Habilidades generales.....	69
Conocimientos, habilidades específicas e indicaciones puntuales.....	69
Indicaciones de evaluación.....	73
Estadística y Probabilidad	74
Introducción.....	74
Propósitos de enseñanza.....	74
Habilidades generales.....	74
Conocimientos, habilidades específicas e indicaciones puntuales.....	75
Indicaciones de evaluación.....	82
Tabla de conocimientos	84
Distribución de áreas	85
Anexos	86
Glosario	89
Bibliografía y referencias	99
Créditos	104

Presentación

Este documento contiene un plan de transición para el primer año de la implementación de una propuesta de programas de matemáticas con base en la resolución de problemas.

El documento tiene una breve introducción que reseña algunos elementos relevantes de la propuesta de nuevos programas de matemáticas, consigna las diferencias entre el programa vigente y la propuesta de nuevos programas (ajustada para la transición), algunas indicaciones sobre la metodología, indicaciones sobre planeamiento y evaluación, y contiene la malla curricular con la propuesta de programas de 7° año.

Las diferencias se consignan mediante un tabla con tres columnas. En la primera se colocan los contenidos del programa vigente, en la segunda los conocimientos de la propuesta, y en la tercera algunos comentarios evidenciando las diferencias y alguna apreciación sobre los tópicos.

Las indicaciones sobre metodología son observaciones que le brindan al docente algunos elementos de interés para la acción de acula con este programa de transición. Se trata de asuntos como la relevancia de algunos contenidos o la presencia de algunos propósitos curriculares.

Debido al enfoque que tiene la propuesta curricular el planeamiento y la evaluación son muy importantes. Para esta implementación de esa propuesta de programas se han asumido siempre los lineamientos y documentos oficiales. Sin embargo, dentro de ese marco educativo y legal de acción se sugieren formas específicas de hacer el planeamiento y la evaluación.

La malla curricular incluye los conocimientos, habilidades asociadas y las indicaciones puntuales que permiten su implementación. Debe tenerse claro que la malla curricular que aquí se incluye no es la de la nueva propuesta de programas por completo. La malla incluida está ajustada para incorporar de manera adecuada algunos de los nuevos contenidos y los anteriores. Eso es así porque en algunos niveles se requiere de contenidos y aprendizajes que solo se alcanzarían con la nueva propuesta desarrollada en el año lectivo anterior.

En la malla curricular existen apreciaciones y sugerencias específicas de evaluación.

I. Introducción

Para la implementación de la propuesta de programas de matemáticas es importante comenzar con una breve reseña de algunos de sus elementos centrales:

- La resolución de problemas. El significado que se le da y el lugar dentro de esta propuesta curricular.
- Habilidades y áreas matemáticas. Lo que se entiende por habilidades y la descripción de las áreas matemáticas que organizan los programas.
- Habilidades, competencias y procesos. El significado y papel de las competencias, y sus relaciones con las habilidades y los procesos matemáticos.
- Ejes curriculares. Aquellos énfasis que están presentes en todos los componentes curriculares.

La resolución de problemas

En los últimos 30 años, las políticas educativas en el mundo han abandonado los currículos basados solo en contenidos o en técnicas mecánicas de enseñanza, optando más bien por enfatizar los aprendizajes, especialmente activos y el papel del sujeto en la construcción de esos aprendizajes.

Esta propuesta de currículo precisamente asume como premisa vital la construcción por el estudiante de sus aprendizajes por medio de su involucramiento activo y la búsqueda de puentes con los entornos reales. También, adopta como otra premisa un papel relevante del educador en la generación de los aprendizajes y de las dimensiones sociales interactivas en el aula. La resolución de problemas ha sido valorada aquí como una respuesta pedagógica que permite incorporar estas premisas.

A pesar de que la resolución de problemas no agota todas dimensiones de los quehaceres matemáticos, lo cierto es que resulta fundamental para esta propuesta de programas: *constituye su perspectiva principal*. Se introduce aquí como competencia matemática, como parte de un proceso matemático central, como eje curricular transversal y como sustento de un estilo de enseñanza.

La resolución de problemas se visualiza aquí como un medio poderoso para afianzar el dominio de habilidades matemáticas específicas y para empujar la intervención de los procesos que pueden desencadenar la competencia matemática. Acompañada de una fuerte contextualización -que provoque interés y acción estudiantil- permite desarrollar un vínculo privilegiado con los entornos de los estudiantes. El desafío intelectual le es consubstancial, un nutriente para una labor de aula inteligente y motivadora.

La resolución de problemas colocada ya en el currículo escolar debe integrar al menos dos propósitos:

- aprendizaje de los métodos o estrategias para plantear y resolver problemas,
- el aprendizaje de los contenidos matemáticos (conceptos y procedimientos) *a través de la resolución de problemas*.

En el primero se enfatizan los medios (estrategias, heurísticas, métodos) que invoca un problema (una acción matemática). En el segundo, una acción de aula que permite generar aprendizajes matemáticos en el contexto específico de la resolución de problemas; esto apela al diseño de tareas que sirvan para la construcción de aprendizajes dentro de una lección (o una secuencia de ellas).

La visión que se asume aquí sobre la resolución de problemas se coloca en el territorio de la pedagogía y de la acción de aula. Se parte de que mediante la resolución de problemas es posible despertar un mayor interés de los estudiantes, provocar actitudes positivas sobre las matemáticas, involucrarlos más en la construcción de sus aprendizajes y estimular diversas actividades cognitivas que les permitan generar un aprendizaje de largo plazo (significativo) y el cultivo de las competencias matemáticas.

Habilidades y áreas matemáticas

Aquí se usará el término de “habilidad específica” como una capacidad o un *saber hacer* del estudiante en relación con un concepto o procedimiento matemático; por ejemplo:

- Reconocer cantidades menores que 100.
- Conocer los nombres de los números menores que 100.
- Realizar sumas de números naturales, sin agrupar, con totales menores que 100.

En esta aproximación *las habilidades siempre están asociadas a una área matemática* (habilidades aritméticas, habilidades geométricas, habilidades algebraicas, etc.).

Las habilidades específicas se plantean para desarrollarse en tiempos relativamente cortos.

Las habilidades específicas y generales se plantean en cinco áreas matemáticas:

- *Números*
- *Medidas*
- *Geometría*
- *Relaciones y álgebra*
- *Estadística y probabilidad*

Números refiere a la comprensión y manipulación de los números, los sistemas numéricos, las operaciones y cálculos.

Geometría refiere al estudio de las características de las figuras geométricas y las relaciones entre ellas, la modelización geométrica y la visualización espacial que permiten potenciar los procesos de visualización, clasificación, construcción y argumentación.

Medidas refiere a la comprensión y manipulación de unidades, sistemas y procesos de medición del espacio y el tiempo, el uso de herramientas y fórmulas para efectuar las medidas. Este juega un papel muy importante, que ha sido confinado tradicionalmente a la educación primaria en la mayoría de currículos. Con eso, se le había quitado fuerza en la secundaria a un mayor dominio en los cálculos, aproximaciones y estimaciones en la medición, y al tratamiento contextualizado de temas matemáticos por ejemplo en geometría, estadística y funciones.

Estadística y probabilidad. Esta área incluye aquí dos grandes temas: por un lado la identificación, organización y presentación de la información, lo que se asocia a la estadística descriptiva; y la probabilidad que refiere al estudio de la incertidumbre y el azar.

Relaciones y álgebra refiere a varios temas como el estudio de patrones y relaciones de distinto tipo (numéricas, geométricas), las funciones (vistas como relaciones entre variables), así como al manejo de expresiones y relaciones simbólicas, ecuaciones e inecuaciones, como medio de potenciar procesos de generalización y simbolización.

Ha sido tradicional la introducción del álgebra solo en los años de la educación media. Pero esto ha cambiado mucho. El álgebra no se ve ya solo como manipulación de expresiones simbólicas o procedimientos para resolver ecuaciones sino como un poderoso medio para representar situaciones numéricas y geométricas. Las ecuaciones e inecuaciones, por ejemplo, se pueden apreciar mejor como representaciones de relaciones de variables cuyos recorridos (o dominios de aplicación) pueden ser muchos; a veces pueden ser números enteros, racionales o reales, formas geométricas o bien propiedades del espacio. De esta forma, expresiones algebraicas pueden representar regularidades y patrones en muchas circunstancias.

Las funciones, que usualmente han tenido en el pasado solo un tratamiento muy abstracto de relaciones entre elementos de conjuntos (correspondencias, dominios, condominios, ámbitos, etc.), se colocan aquí en otra perspectiva más concreta: relaciones de cambio entre 2 variables (que dependen entre sí). Las funciones vistas así están asociadas a relaciones más generales, como pueden ser las relaciones de orden (menor o mayor que) o las relaciones de divisibilidad, etc. Asuntos como la proporcionalidad, los porcentajes, las velocidades o razones de cambio forman parte de esta área.

Habilidades, competencias y procesos

El papel de las competencias en esta propuesta de nuevos programas de matemáticas de Costa Rica es muy importante. En primer lugar establece el sentido más amplio que nutre el currículo: los programas buscan fortalecer una competencia matemática asociada con la descripción de situaciones de la realidad y la resolución de problemas. Esta visión de competencia matemática es distinta a otras, por ejemplo, se podría asumir que la competencia matemática es la capacidad para hacer demostraciones matemáticas o para manipular sistemas formales. La competencia matemática posee en este currículo un sentido práctico muy importante.

Esta competencia matemática da sentido a muchas decisiones globales que se encuentran de manera implícita dentro de la propuesta curricular: por ejemplo, se introduce un lugar especial a estadística y probabilidad en concordancia con esa manera de entender la competencia matemática, así como la inclusión de los cinco ejes transversales es coherente con esa competencia matemática. Otro ejemplo: este sentido de competencia ha sido un instrumento privilegiado a la hora de decidir por la permanencia o ausencia de un tópico matemático específico.

La competencia es una capacidad de los sujetos para realizar adecuadamente ciertas actividades o procesos.

Es conveniente ver la competencia matemática en sus diversas caras: las competencias matemáticas. Estas se podrían llamar subcompetencias o como se quiera. Es un asunto de nombres. Se ha escogido llamarlas competencias matemáticas. Y se han seleccionado ocho:

1. *Pensamiento y razonamiento matemático.* Incluye el planteamiento de asuntos propios de las matemáticas que responden preguntas sobre “cuántos hay” y “dónde encontrarlo”, aunque no necesariamente se den las respuestas. Pensamiento hipotético: “si es así, entonces...”. Se trata de poder distinguir entre distintos tipos de enunciados como definiciones, teoremas, hipótesis y casos; ampliar o generalizar un concepto por medio de la abstracción de algunas de sus propiedades; ser capaz de entender y usar conceptos matemáticos, establecer sus limitaciones y extensiones para su aplicación.

2. *Argumentación matemática.* Refiere a conocer las pruebas matemáticas y poder identificarlas de otros tipos de razonamiento matemático (por ejemplo las heurísticas), ser capaz de entender secuencias de argumentos matemáticos distintos, diseñar y expresar argumentos matemáticos formales o informales, modificar argumentos heurísticos en pruebas válidas.
3. *Construcción de modelos matemáticos.* Pretende usar una estructura matemática para representar una realidad, interpretar los modelos matemáticos en términos de lo real, descifrar, reflexionar, analizar y hacer la crítica de un modelo y sus resultados, expresar ideas o valoraciones acerca del mismo e interpretar los elementos de un modelo en la realidad a la que se dirige.
4. *Planteamiento y resolución de problemas.* Procura identificar, plantear o definir problemas matemáticos de diversos tipos (puros, aplicados, de respuesta abierta, sin límites determinados, cerrados), resolver diferentes tipos de problemas matemáticos por medio de una diversidad de vías.
5. *Comunicación matemática.* Se trata de comprender los enunciados de otras personas sobre estos asuntos también de forma oral, visual y escrita, y de expresar en varios modos temas de contenido matemático, de manera oral, visual y escrita.
6. *Representación matemática.* Refiere a la acción de descifrar, interpretar y distinguir entre diferentes tipos de representación de objetos y fenómenos matemáticos, de las interrelaciones entre las diversas representaciones de las entidades matemáticas y la escogencia y manipulación de distintas maneras de representación que corresponden a diversos propósitos y situaciones.
7. *Utilización de operaciones, lenguaje técnico, simbólico y formal.* Descifrar e interpretar el lenguaje simbólico y formal, comprender sus relaciones con el lenguaje natural, pasar del lenguaje natural al simbólico y formal, manipular enunciados y expresiones con símbolos y fórmulas, entender las reglas sintácticas y semánticas de los sistemas matemáticos, usar variables, resolver ecuaciones y comprender los cálculos.
8. *Utilización de recursos e instrumentos.* El uso de medios e instrumentos que dan soporte a la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, desde la regla y el compás hasta los instrumentos tecnológicos, así como la valoración de sus posibilidades y limitaciones para estas tareas.

Los procesos matemáticos no son capacidades, son las actividades que pueden generar competencias matemáticas. El sentido de la inclusión de procesos transversales es precisamente entrenar a los estudiantes en actividades que en el mediano y largo plazo deberán generar las competencias.

En este sentido: el proceso matemático es instrumental para el desarrollo de las competencias. Las competencias matemáticas son las que dan sentido a la introducción de procesos en el currículo. Es su objetivo final.

Se juzgó que trabajar con solo los cinco procesos que se seleccionaron en esta propuesta era suficiente para generar las ocho competencias matemáticas que constituyen la competencia matemática. Se han aceptado como centrales los siguientes procesos:

- *Razonamiento, argumentación y demostración*
Actividad que aparece transversalmente en el currículo y que da pie a formas de pensamiento lógico y matemático (deductivo, inductivo, por contraejemplos, etc.), razonamiento analítico, justificaciones, pruebas, ...
- *Resolución de problemas y modelización.*
Actividad que provoca el planteamiento, diseño y resolución de problemas, así como la modelización de situaciones por medio de las matemáticas.
- *Comunicación*

Refiere a la expresión y comunicación oral, visual, escrita y simbólica de ideas, resultados y argumentos matemáticos a otros estudiantes, a los educadores, a la comunidad matemática.

- *Conexiones*

La interrelación que se desea encontrar entre las diferentes áreas matemáticas, el carácter integrado de las matemáticas y las conexiones entre las matemáticas con otras disciplinas, o con las experiencias y contextos personales.

- *Representaciones*

Este proceso apela a la existencia de múltiples representaciones que poseen las nociones matemáticas (gráficas, numéricas, etc.).

La base de esa propuesta de programas son sin embargo las habilidades específicas asociadas a las áreas matemáticas. Lo que se le pide al docente es que trabaje con las áreas y sus habilidades.

Pero, y esto es lo decisivo: la forma cómo se trabaje con esas habilidades es lo que puede generar competencias o no. Es la mediación pedagógica la que puede generar las competencias. Si el docente desarrolla en el aula los procesos matemáticos estará ayudando a desarrollar las competencias matemáticas.

No solo los procesos serán necesarios para generar las competencias. También es importante la forma como se organice la lección, por ejemplo si introduce problemas apropiados y los trabaja en varios niveles de profundidad, estimula a los estudiantes a usar acciones cognitivas más elevadas, etc.

Si no se tienen en mente las competencias matemáticas en la acción de aula, el docente podría solo generar el dominio de habilidades específicas. Y con ello se perdería posibilidades para una preparación superior en competencias matemáticas. Pero en esta propuesta basta con que el docente introduzca los cinco procesos matemáticos seleccionados, pues con el desarrollo de ellos y las otras actividades de mediación pedagógica que se plantean, se desarrollan todas las ocho competencias matemáticas. La perspectiva de competencias enriquece la acción del docente.

Ahora bien, que se tengan como un norte las competencias para la labor de aula, no significa que se deban evaluar en el aula. Ni tampoco significa que el currículo se deba organizar por medio de ellas. Organizar por competencias el currículo querría decir que las competencias adecuadas a cada nivel son las que se propone generar en la acción de aula de una manera precisa, introducirse en el planeamiento y evaluarse de manera cotidiana. Eso no se propone en estos programas. Las competencias son una orientación, unos lentes que pueden ayudar en la acción de aula a provocar una preparación matemática superior.

En esta propuesta de nuevos programas se plantea evaluación solamente de las habilidades específicas en cada área. Será cuestión de los directores del sistema educativo nacional evaluar en algún momento la competencia matemática que el currículo ha logrado generar.

Un ejemplo de cómo funciona esto en el aula: por medio de una situación problema se puede buscar la generación de una habilidad específica, por ejemplo

Identificar patrones o regularidades en sucesiones y en tablas de números menores que 100.

Una vez que los estudiantes han obtenido sus soluciones o estrategias, el docente pide se comuniquen. Este puede pedir que se haga de diversas maneras, y que se contrasten las soluciones. Al hacer eso los estudiantes realizan el proceso matemático de la comunicación y en la contrastación ponen en juego otras actividades conectadas a procesos (razonar matemáticamente). El docente puede pedir que se co-

necte esta situación con otra de otra área matemática (por ejemplo geometría en la que se estuvo trabajando). El docente podría pedir además que el estudiante justifique varios pasos o interrogar al estudiante sobre lo que pasaría al modificarse alguna condición apropiada de la situación inicial. Al hacer esto, el estudiante realiza también otros procesos matemáticos. Conforme realiza este tipo de procesos en distintas áreas matemáticas el estudiante va aumentando su capacidad para comunicar y argumentar matemáticamente de una manera adecuada. Es decir desarrolla las competencias matemáticas respectivas.

Ejes curriculares transversales

Se asumen dentro de esta propuesta de programas cinco ejes transversales específicos a las matemáticas que potencien algunas dimensiones relevantes para la enseñanza efectiva de esta materia:

- La resolución de problemas como estrategia metodológica principal.
- Una contextualización activa como un componente pedagógico especial.
- Un uso inteligente y visionario de tecnologías digitales.
- Una potenciación de actitudes y creencias positivas en torno a las matemáticas.
- Uso de la historia de las matemáticas.

Estos ejes significan aquí prioridades y, por lo tanto, una concentración de énfasis y esfuerzos que debe influir todos los elementos del currículo. Los ejes buscan beneficiar la articulación de todos los componentes curriculares.

Estos ejes también responden al enfoque por habilidades, procesos y competencias debido a varias razones. En primer lugar, los dos primeros ejes sirven de vehículo curricular para fortalecer el papel del proceso matemático de *Resolución de problemas y modelización*.

De igual manera, las actitudes positivas sobre las matemáticas son vitales para provocar el desarrollo de aprendizajes de mayor relieve cognitivo como los que exige el desarrollo de las competencias (es necesario un compromiso mayor del sujeto con su aprendizaje).

Y las tecnologías, aunque no directamente imprescindibles en el logro de competencias, son importantes para el logro de ciertas habilidades (como las relacionadas con el movimiento de figuras geométricas). También coadyuvan en resolución de problemas (en la simplificación de cálculos o el manejo de modelos más complejos que sin tecnologías serían muy difíciles de introducir en las aulas). Pero además, las tecnologías de la comunicación, que ofrecen información creciente que se debe tamizar con lucidez, son un poderoso instrumento para relativizar o adecuar el lugar de muchos contenidos y permitir concentrar esfuerzos en el progreso de competencias y habilidades.

El uso de la historia está directamente asociado a las competencias generales y no tanto a las habilidades específicas, las refuerza de manera directa y por medio del cultivo de una perspectiva cultural global de la disciplina.

Los cinco ejes seleccionados son importantes y pertinentes para Costa Rica, pero además se usan los dos primeros de éstos como *articuladores centrales del currículo*. Tanto la utilización de tecnologías como la búsqueda de actitudes y creencias positivas se deben articular en situaciones dominadas por la resolución de problemas y la contextualización activa. En la mayoría de ocasiones, la enseñanza de los

conceptos y habilidades y el diseño de tareas matemáticas deben hacerse usando resolución de problemas y contextualización.

Un estilo de enseñanza distinto

En la propuesta de nuevos programas se sugiere un estilo de enseñanza diferente donde se apoye la multidireccionalidad de los aportes de los estudiantes y docentes, donde haya una participación activa de los estudiantes y una construcción colectiva de significados, para así activar procesos matemáticos que hagan progresar competencias matemáticas.

En el desarrollo de las lecciones hay dos etapas que se pueden distinguir por los propósitos de la enseñanza y aprendizaje:

- Etapa 1: el aprendizaje de conocimientos.
- Etapa 2: la movilización y aplicación de los conocimientos.

La primera etapa es aquella en la que el estudiante va a realizar su aprendizaje de conocimientos nuevos y refiere a la manera como se introduce y desarrolla en un tópico, la segunda ocurre una vez realizada la primera y busca reforzar y ampliar el papel de los aprendizajes realizados. Esta última etapa puede realizarse en cualquier momento posterior, no necesariamente de forma inmediata a la primera. En la primera etapa sí resulta conveniente que se realice en una lección o en una secuencia de lecciones de ellas.

Se propone un estilo de enseñanza donde se promueve la introducción y el aprendizaje de los nuevos conocimientos siguiendo cuatro pasos o momentos centrales:

1. Propuesta de un problema.
2. Trabajo estudiantil independiente.
3. Discusión interactiva y comunicación.
4. Clausura.

Trabajar con diferentes niveles de complejidad

En el estilo de enseñanza propuesto la selección de los problemas es crucial. Y el grado de complejidad de los mismos para un grupo de estudiantes es algo que debe identificarse con precisión por el educador.

Ya sea que los problemas se usen para el desarrollo de una lección o para el reforzamiento de los conocimientos aprendidos es importante que el docente promueva la confrontación del estudiante con diferentes niveles de complejidad en los problemas matemáticos, pues existe una relación directamente proporcional entre niveles de complejidad, oportunidades para realizar procesos matemáticos y el progreso de competencias matemáticas.

En este currículo se proponen tres niveles de complejidad:

- *Nivel de reproducción.* En esencia se refiere a ejercicios relativamente familiares que demandan la reproducción de conocimientos ya practicados, son los procesos o competencias que se incorporan en la mayoría de exámenes o pruebas en las aulas. Apelan a conocimiento de hechos y representación de problemas comunes, reconocimiento de cosas equivalentes, recolección de

objetos matemáticos o propiedades, procedimientos rutinarios, aplicación de algoritmos estándar, manipulación sencilla de expresiones que poseen símbolos, fórmulas y cálculos sencillos. También, este nivel incluye la resolución rutinaria de problemas.

- *Nivel de conexión.* Se basa en los procesos o competencias que intervienen en el nivel de reproducción, pero va más lejos. Refiere a la resolución de problemas que no son rutinarios pero se desarrollan en ambientes familiares al estudiante, la interpretación con exigencias mayores que en el grupo de representación, y algo que lo define: la conexión entre los diversos elementos, en particular, entre distintas representaciones de la situación.
- *Nivel de reflexión.* El elemento significativo es la reflexión, realizada en ambientes que son más novedosos para el estudiante y contienen más elementos que los que aparecen en el otro nivel de complejidad. Se plantea aquí: formulación y resolución de problemas complejos, la necesidad de argumentación y justificación, la generalización, el chequeo de si los resultados corresponden a las condiciones iniciales del problema y la comunicación de esos resultados. Se exige la participación de varios métodos complejos para su solución.

Si la formación matemática que ofrece un currículo se concentra en el primer nivel, se generan solo avances muy reducidos de las competencias matemáticas. Un énfasis curricular que asume la resolución de problemas como un eje, no puede enfatizar solamente la realización de problemas colocados en el nivel de complejidad de reproducción. En la enseñanza y aprendizaje se debe diseñar una estrategia formativa que use problemas en los diferentes niveles de complejidad, de una forma equilibrada y adecuada a su contexto.

II. Diferencias con el programa vigente

Existen diferencias esenciales entre el programa vigente y la nueva propuesta. Aquí brindaremos específicamente las diferencias que se dan en cuanto a los conocimientos a desarrollar en el I ciclo. Se presenta mediante tablas, una por cada área, cada una con tres columnas: la primera contiene los objetivos de los programas vigentes, por año; la segunda los conocimientos según la propuesta y la tercera algunas indicaciones relacionadas con las diferencias más notables.

Antes hay que hacer dos observaciones importantes con respecto al sétimo año:

1. El área de medidas se considera transversalmente en sétimo año y todo el III ciclo y el Ciclo Diversificado. Esto significa que se deben contextualizar los problemas mediante la medición.
2. En el programa vigente no hay estadística y probabilidad en sétimo año, por lo que el lo que respecta a esta área todo lo que aparece en la propuesta es nuevo.

Números

Programa vigente	Propuesta	Comentarios
<p>Describir al conjunto de los números enteros negativos.</p> <p>Analizar aportes de los números enteros en el desarrollo de la humanidad.</p> <p>Caracterizar al conjunto de los números enteros.</p> <p>Establecer relaciones de orden entre los números enteros.</p> <p>Resolver operaciones básicas con números enteros.</p> <p>Resolver problemas que involucran operaciones con números enteros.</p> <p>Aplicar las operaciones inversas en el cálculo de un término desconocido de una expresión dada.</p> <p>Aplicar el concepto de potencia y la notación exponencial en el cálculo de expresiones numéricas.</p> <p>Aplicar las propiedades de las potencias en la simplificación de expresiones aritméticas.</p> <p>Simplificar expresiones</p>	<p>Números naturales</p> <p>Teoría de números</p> <ul style="list-style-type: none"> • Divisibilidad • Factor • Múltiplo • Números primos • Números compuestos • Descomposición prima • Mínimo Común Múltiplo • Máximo Común Divisor • Algoritmo de la división <p>Números enteros</p> <ul style="list-style-type: none"> • Enteros negativos • Concepto de número entero • Valor absoluto • Relación de orden • Recta numérica <p>Operaciones</p> <ul style="list-style-type: none"> • Suma • Resta • Multiplicación • División <p>Cálculos y estimaciones</p> <ul style="list-style-type: none"> • Suma • Resta • Multiplicación • División • Potencias • Raíces 	<p>En la propuesta se incluyen algunas nociones relacionadas con los números naturales para que sirvan como repaso de lo estudiado en primaria.</p> <p>Todo lo de Teoría de números es nuevo, algunos de estos conceptos se estudian en sexto año en los programas vigentes.</p> <p>En el programa propuesto se enfatiza en las estimaciones del resultado de las operaciones suma, resta, multiplicación, división, potencias, raíces.</p> <p>En el programa propuesto no se estudian los números racionales en sétimo año.</p>

<p>aritméticas utilizando la prioridad de las operaciones y los signos de agrupación.</p> <p>Caracterizar al conjunto de los números racionales.</p> <p>Analizar aportes de los números racionales en el desarrollo de la humanidad.</p> <p>Resolver operaciones con números racionales.</p> <p>Resolver problemas que involucran operaciones con números racionales.</p> <p>Resolver problemas que involucran operaciones con números racionales.</p> <p>Aplicar propiedades de las potencias, en la simplificación de expresiones aritméticas que incluyen números racionales.</p> <p>Simplificar expresiones aritméticas utilizando números racionales; la prioridad de las operaciones y los signos de agrupación.</p>		
--	--	--

Geometría

Programa vigente	Propuesta	Comentarios
<p>Punto, recta, plano.</p> <p>Puntos colineales y no colineales, Puntos coplanares y puntos no coplanares,</p> <p>Segmentos de recta, semirrectas, rayos, y semiplanos.</p> <p>Rectas paralelas, perpendiculares, concurrentes.</p> <p>Clasificación de ángulos por su medida.</p> <p>Clasificación de ángulos por su posición.</p> <p>Relaciones de medida entre los ángulos.</p> <p>Ángulos determinados por dos rectas y una transversal</p>	<p>Conceptos básicos</p> <ul style="list-style-type: none"> • Punto • Plano • Puntos colineales y no colineales • Puntos coplanares y no coplanares • Segmentos • Rectas • Semirrectas • Rayos • Rectas concurrentes • Rectas paralelas • Rectas perpendiculares <p>Visualización espacial</p> <ul style="list-style-type: none"> • Caras • Aristas • Vértices • Rectas y segmentos paralelos 	<p>Ambos programas coinciden en los conceptos básicos (incluyendo ángulos).</p> <p>La propuesta no incluye lo de rectas notables en el triángulo.</p> <p>El programa vigente no incluye lo de geometría analítica ni lo relacionado con visualización espacial.</p>

<p>Desigualdad triangular.</p> <p>Teorema de la suma de las medidas de los ángulos internos de un triángulo.</p> <p>Teorema de la medida del ángulo externo de un triángulo.</p> <p>Teorema de la suma de los ángulos externos de un triángulo.</p> <p>Características y propiedades de triángulos isósceles, equiláteros, escalenos, rectángulos, acutángulos, obtusángulos.</p> <p>Rectas notables de un triángulo, altura, mediana, bisectriz y mediatriz.</p> <p>Teorema de la suma de las medidas de los ángulos internos de un cuadrilátero.</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Rectas y segmentos perpendiculares • Planos Paralelos • Planos perpendiculares <p>Ángulos</p> <ul style="list-style-type: none"> • Clasificación según su medida • Clasificación según su posición • Congruencia • Complementarios • Suplementarios <p>Triángulos</p> <ul style="list-style-type: none"> • Ángulos internos. • Ángulos externos. <p>Cuadriláteros</p> <ul style="list-style-type: none"> • Áreas • Suma de medidas de ángulos internos • Suma de medidas de ángulos externos <p>Geometría analítica</p> <ul style="list-style-type: none"> • Ejes cartesianos • Representación de puntos • Representación de figuras 	
--	---	--

Relaciones y Álgebra

Programa vigente	Propuesta	Comentarios
<p>Noción de incógnita en ejercicios como</p> $a \pm W = c;$ $a \cdot W = c; a \div W = c$ <p>(Esto implica la noción de ecuación y de incógnita, NO el concepto).</p>	<p>Sucesiones</p> <ul style="list-style-type: none"> • Ley de formación de una sucesión <p>Relaciones</p> <ul style="list-style-type: none"> • Proporcionalidad inversa <p>Representaciones</p>	<p>En el programa vigente se introduce la noción de incógnita y de ecuación.</p> <p>En el programa vigente no se introducen el concepto de proporción inversa ni se hacen representaciones en el plano de coordenadas; esto es Nuevo en la propuesta.</p>

III. Indicaciones metodológicas

La propuesta de reforma curricular propone diversos cambios en cuanto al abordaje de ciertos contenidos, de manera que sean coherentes con el enfoque general. Algunos de estos contenidos y sus abordajes no están presentes en los programas vigentes, por lo que se advierte al educador de que debe prestarles especial atención. Con el propósito de explicitarlos se señalan más adelante algunos de los más relevantes. Las indicaciones se hacen para el sétimo año y para mayor claridad se dividen por área.

Hay dos indicaciones generales que se deben tener en cuenta:

1. El sétimo año, además de introducir conocimientos nuevos, juega también un papel propedéutico. Es decir, deben repasarse los conocimientos que los estudiantes traen de la enseñanza primaria. No se trata de recitar un compendio de los mismos, sino de aprovechar las actividades que se proponen para enlazar las habilidades adquiridas en el I y II ciclos con los nuevas habilidades que deben ser adquiridas.
2. El área de medidas no aparece explícitamente en sétimo año; sin embargo, ésta debe estar presente transversalmente a través de los problemas que se propongan. Es fundamental que el estudiante no olvide las unidades de medida y sus relaciones y esto se puede lograr si los problemas hacen referencia a ellas.

Números

Se desea enfatizar un sentido práctico de los números y sus propiedades, especialmente en situaciones asociadas a la resolución de problemas en contextos reales. El papel de los algoritmos, principalmente en las operaciones básicas, sigue siendo fundamental en este año.

Un aspecto importante es la introducción en este año de elementos de Teoría de Números. En este nivel esto se puede hacer de modo menos intuitivo que en el II ciclo y es posible un tratamiento más sofisticado.

El uso de los números muy grandes o muy pequeños en este ciclo debe analizarse desde situaciones científicas, tecnológicas o económicas. Por ejemplo se pueden buscar noticias como la siguiente:

La calculadora científica se puede trabajar a partir de 7° año como una herramienta que permite al estudiante concentrarse en los aspectos claves de la resolución de problemas como la elaboración de estrategias, comunicación e intercambio de ideas y elaboración de conjeturas.

Geometría

En 7° año estudiante es capaz de abstraer propiedades geométricas, realizar conjeturas y probar algunas propiedades relacionadas especialmente con triángulos y cuadriláteros. Es importante el uso apropiado de la simbología y la terminología.

En este año se introducen elementos de geometría del espacio, fundamentalmente de visualización y de relaciones entre elementos de las figuras geométricas tridimensionales; no se realizan cálculos relacionados con estas figuras.

El uso de software de geometría dinámica es importante. Se sabe que al dibujar cualquier figura geométrica en la pizarra, ésta es estática. A través de este recurso se puede trazar cualquier figura y cambiarla con solo “arrastrar” o mover uno de los elementos que la componen. Esto permite que la visualización sea enriquecedora y que se trabajen procesos como la generalización y la modelización.

Relaciones y álgebra

En este ciclo los estudiantes tienen un nivel moderado de abstracción. La búsqueda de patrones en sucesiones dadas y del valor faltante en una expresión así como la formulación de relaciones entre cantidades variables coadyuva en el desarrollo de este nivel de pensamiento.

Es necesario que el aprendizaje de las operaciones con monomios y polinomios y la simplificación de expresiones algebraicas sean dosificados y progresivos, sin las complicaciones innecesarias que representan las expresiones cargadas de llaves, corchetes y paréntesis que contribuyen poco o nada a la comprensión de los conceptos involucrados.

En la resolución de ecuaciones de primer y segundo grado es recomendable que los estudiantes hagan una transición gradual de la representación verbal a la representación simbólica y gráfica. Debe procurarse que los estudiantes comprendan las relaciones entre tablas, gráficos y símbolos. También se pueden introducir el software tipo CAS (Sistemas de Cómputo Algebraico). Este permite al docente trabajar con ejemplos y problemas no triviales.

Estadística y probabilidad

Se recomienda no centrarse en definiciones teóricas sino en la interpretación práctica sobre situaciones contextualizadas, para ello se pueden plantear situaciones en las que los conceptos puedan identificarse claramente en el contexto; esto ayudará a comprender el significado del mismo y utilizarlo adecuadamente.

Al introducir conceptos como unidad estadística, característica y observación (o dato), se amplía la propuesta planteada en Primaria, por lo cual se necesita que las situaciones a plantear por el ejemplo ejemplifiquen el rol de cada concepto, de modo que las relaciones entre ellos queden claramente evidenciadas.

A pesar de la gran cantidad de cálculos y la complejidad en la elaboración de algunos cuadros y gráficos, el énfasis de los estudios que realicen los estudiantes se centra en el análisis y la interpretación proporcionada por los datos para ofrecer respuesta a preguntas concretas sobre los problemas planteados. En este sentido conviene recordar que el propósito de un gráfico es suministrar una información de la forma más simple posible, cualquier elemento que pueda confundir hay que descartarlo.

La computadora puede jugar un papel importante en este ciclo para la elaboración de cuadros, gráficos y para el manejo de bases de datos.

También se puede explotar el uso de la calculadora científica, pues a través de ésta se pueden simplificar muchos cálculos y obtener diferentes funciones estadísticas.

IV. Planeamiento didáctico

En esta sección se dan algunas pautas a seguir sobre el planeamiento didáctico en relación con la nueva propuesta curricular. Es importante, para la elaboración del planeamiento didáctico, revisar y comprender los fundamentos teóricos, el enfoque y la estructura de los programas mismos.

Es de gran relevancia que se tome en cuenta elementos propios de los Programas tales como:

- La organización por medio de ciclos educativos e integración de los mismos.
- El desarrollo de habilidades matemáticas mediante procesos matemáticos centrales.
- La articulación vertical y horizontal que hay entre las áreas de conocimiento (construcción paulatina de conceptos).
- La estructura de la malla curricular.
- Las numerosas indicaciones puntuales que acompañan de manera inmediata a conceptos y habilidades específicas.
- Las sugerencias (siempre por ciclo) sobre procesos matemáticos, usos de tecnologías y fortalecimiento de actitudes positivas hacia las matemáticas, entre otras.

Debe existir una concordancia entre la nueva propuesta curricular y los lineamientos establecidos por del Ministerio de Educación Pública en "Disposiciones sobre el Planeamiento Didáctico en los Centros Educativos", circular DM-0033-11-11 emitida por el despacho del Ministro el 28 de noviembre del 2011.

¿En qué consiste el planeamiento didáctico?

De acuerdo con la circular DM-0033-11-11, se define así:

El planeamiento didáctico constituye un proceso continuo, sistemático y creativo, desarrollado por el o la docente, para aplicar los programas de estudio, tomando en cuenta las características, necesidades e intereses de la población estudiantil y su contexto. Constituye un instrumento básico para orientar los procesos de enseñanza y aprendizaje, para facilitar la práctica educativa efectiva, pertinente y eficaz. **El referente fundamental para el planeamiento didáctico es el programa de estudios.** (p. 3) (Énfasis añadido).

Es por esto, que para la elaboración de los diferentes planeamientos se deben tomar en cuenta no sólo los contenidos y habilidades específicas de la malla curricular sino, también, los elementos o componentes que se plantean de manera integrada en la fundamentación teórica de los programas.

De la misma forma, se deben considerar varias dimensiones en el planeamiento como:

- Las condiciones generales donde se desenvolverá la lección (contexto socioeducativo, localidad, recursos y materiales disponibles, nivel educativo, cantidad de estudiantes, etc.) que intervienen de diferentes maneras en la construcción y el desarrollo de la lección.
- El lugar que ocupa cada lección en el desarrollo de los objetivos curriculares. La lección debe entenderse incluida en secuencias de lecciones sobre uno o varios temas, es decir, el cronograma curricular donde se colocan los tópicos y tiempos asignados en el año escolar, y que exigen una visión estratégica.
- Un planeamiento de los distintos momentos de la secuencia de fases que se vaya a desarrollar.

¿Cuál es la nueva organización del planeamiento didáctico?

En "Disposiciones sobre el Planeamiento Didáctico en los Centros Educativos" se indican únicamente los siguientes componentes para el planeamiento didáctico:

A.1- Los objetivos o aprendizajes por lograr: se trata de los objetivos o aprendizajes por lograr, según corresponda al programa con el que se trabaje, tal cual se consignan en los programas de estudio correspondientes. Éstos constituyen la guía para la acción didáctica y por tanto, para la formulación de las actividades de mediación necesarias para su logro.

A.2- Un desglose de las actividades de mediación: para cada objetivo o aprendizaje por lograr se incluirá una descripción breve de las estrategias, técnicas y recursos que se utilizarán para el desarrollo de las destrezas, habilidades, competencias o contenidos curriculares establecidos en los programas de estudio. Estas estrategias deben formularse de tal manera que involucren los contenidos, procedimientos, valores y actitudes incluidos en el programa de estudios, de manera tal que promuevan tanto el desarrollo de habilidades cognitivas como afectivas del estudiantado. Deben promover la reflexión, el análisis y la construcción de conocimientos, a partir de las experiencias de los educandos para que el aprendizaje adquiera significado y pertinencia.

A.3- Un desglose de las estrategias de evaluación: para cada actividad o grupo de ellas, según corresponda, se definirá una estrategia de evaluación. Esta estrategia le permite al docente y al estudiantado recopilar información durante las actividades de mediación para constatar el grado alcanzado de los objetivos o los aprendizajes por lograr. Las estrategias de evaluación tienen un propósito formativo o sumativo y facilitan la toma de decisiones del docente para reorientar, realimentar o modificar el proceso educativo en forma oportuna.

A.4- El cronograma: las fechas en el que se desarrollarán cada una de las actividades. Se debe consignar la fecha probable en la que se ejecutarán las actividades de mediación, de manera que desde un principio esté claro cómo se puede cubrir en forma adecuada los diversos objetivos del programa de estudio a lo largo del curso lectivo. (p. 4)

Con respecto al componente A.1, es importante aclarar en este currículo se plantean “habilidades específicas” y no objetivos de aprendizaje. Las habilidades específicas se definen en el currículo en relación estrecha con los contenidos curriculares de las cinco áreas matemáticas en que se ha organizado.

Como se indica en los Programas, el término de “habilidad específica” se entenderá como un saber hacer del estudiante en relación con un concepto o procedimiento matemático; por ejemplo, “identificar un triángulo equilátero” o “efectuar sumas con números naturales menores de 1000”. Las habilidades específicas se plantean para desarrollarse en tiempos relativamente cortos, no se deben ver como capacidades que se tienen o no (u objetivos logrados o no) sino como expectativas de aprendizaje que se pueden lograr gradualmente.

Es importante aclarar que este currículo se organiza por medio de estas habilidades, pero incluyen también competencias y procesos que permiten su desarrollo. ,

Respecto al componente A.2, es importante indicar que el enfoque curricular presentado es consistente con un estilo de enseñanza basado en la resolución de problemas como estrategia metodológica. Este estilo propone dos etapas; la primera una secuencia de cuatro momentos pedagógicos centrales en la

enseñanza de las matemáticas: presentación de un problema introductorio por parte del educador, solución o aporte de ideas por parte del estudiante (en varias modalidades: individualmente, parejas, subgrupos, ...), comunicación de resultados por el estudiante y, finalmente, la clausura por parte del educador (es decir el momento en que el docente revela o consigna los contenidos teóricos disciplinares que estaban involucrados). En una segunda etapa, se pretende un refuerzo o fortalecimiento de los conocimientos o habilidades desarrolladas por medio de la resolución de problemas de distinto nivel de complejidad (reproducción, conexión y reflexión). No obstante, es importante esclarecer que se trata de un estilo posible, que admite diversas variantes a ajustar en distintos entornos.

Para la formulación de estrategias de mediación es importante tener presentes los ejes centrales del currículo. El docente debe tener en mente los ejes articuladores que este currículo asume: la resolución de problemas y la contextualización activa. Esto significa que se debe favorecer una selección de problemas cercanos al entorno del estudiante y que provoquen actividades de interacción. Los otros ejes deben también tomarse en cuenta:

- El docente debe analizar la pertinencia y las posibilidades de introducir tecnologías digitales en las situaciones de aprendizaje. Es importante definir cuál medio tecnológico puede potenciar mejor los aprendizajes de un tópico en el aula.
- Identificar las actitudes y creencias que se desea apuntalar y los momentos en que esto se puede hacer. Si se desea potenciar la actitud colaborativa, se debe destinar espacios al trabajo en grupo. Una actitud activa se favorece con una guía de intercambio dinámico entre los estudiantes, o bien entre los estudiantes y el educador.
- Usar situaciones de la historia de las matemáticas es un poderoso medio para darle un rostro humano a esta materia, y provocar el interés del estudiante.

Además, en el planeamiento, al introducir un problema se debe ubicar con claridad el nivel de complejidad que posee: de reproducción, conexión, o reflexión. Los problemas de conexión o reflexión son los que permiten comúnmente que se genere una fase “*independiente*” donde los estudiantes realicen procesos que desarrollen más competencias matemáticas. También, es importante tomar en cuenta que los estudiantes poseen distintos talentos e inteligencias, por eso el educador debe usar el tiempo de manera distinta para cada subgrupo de estudiantes o diferentes individuos. Eso lo puede hacer por medio de una modulación específica de las sugerencias o indicaciones que puede dar.

En lo que se refiere al componente A.3, se plantea que las características de la aproximación metodológica precisa debe ser consistente con la manera como se pretende evaluar el rendimiento de los estudiantes; hay que pensar desde un principio en cómo se evaluará el tópico.

¿Qué formato se utilizará?

En concordancia con la circular DM-0033-11-11, se utilizará el siguiente formato para el planeamiento didáctico:

Para la elaboración de este planeamiento se utilizará un formato de cuatro columnas, y será el único instrumento que se deberá emplear para tal fin. (p.5)

Objetivos o aprendizajes por lograr	Actividades de mediación	Estrategias de evaluación	Cronograma

La primera columna se referirá a habilidades específicas.

¿Cuál será la periodicidad de este planeamiento didáctico?

De acuerdo a la circular DM-0033-11-11, se establece lo siguiente:

Cada docente elaborará su planeamiento didáctico oficial en forma trimestral. Es decir, en total elaborará tres planeamientos didácticos en el año, uno para cada trimestre. A su propia conveniencia, si lo considera necesario -y únicamente para su uso personal- podrá elaborar planes con otra periodicidad, o utilizar minutas o crónicas.

En el caso de los centros educativos unidocentes o multigrado - de acuerdo con sus necesidades específicas — el docente podrá establecer el planeamiento en períodos más cortos (mensual, semanal o diario) y en forma correlacionada, con el fin de facilitar el trabajo en esta modalidad.

(p. 6)

Se deberá presentar, como indica la circular, un planeamiento didáctico trimestral con los componentes establecidos.

Ejemplo de planeamiento didáctico

A manera de ilustración, se presenta el siguiente ejemplo de planeamiento didáctico trimestral para segundo año. El propósito de estos ejemplos es el de ilustrar una estructura de planeamiento.

PLANEAMIENTO DIDÁCTICO (II Periodo, 2012)			
Institución: _____ Departamento de Matemática Profesor: _____		Nivel: Séptimo año Inicio: 17 de mayo del 2012 Finalización: 5 de setiembre del 2012	
Habilidades específicas	Actividades de mediación	Estrategias de evaluación	Cronograma
1. Reconocer la Estadística como una herramienta imprescindible para el análisis de datos dentro de diferentes contextos y áreas científicas.	Planteamiento de un problema introductorio: El 9 de junio del 2011 se publicó en el periódico <i>La Nación</i> la siguiente noticia: 26% de colegiales superan edad para nivel que cursan. ¿Es el mismo porcentaje para mi Colegio? ¿Es el mismo porcentaje para séptimo año de mi Colegio? Se forman subgrupos de máximo cuatro estudiantes para realizar una lectura completa de la noticia para luego formular una estrategia que pueda responder a las anteriores interrogantes. Discusión y aporte de ideas por parte de los estudiantes.	Evaluación diagnóstica: Interrogación de algunos conceptos estadísticos desarrollados en primaria. Evaluación formativa: Observación e interrogación grupal.	Semana del 14-05-2012 al 18-05-2012 (2 lecciones) Semana del 21-05-2012 al 25-05-2012 (4 lecciones)
2. Describir los conceptos de unidad estadística, característica, observación o dato, población y muestra.			
3. Reconocer la importancia del muestreo en los análisis de datos.			
4. Identificar el tipo de dato cuantitativo o cualitativo correspondiente a una característica.	Puesta en práctica de la estrategia formulada por parte de cada subgrupo. Análisis de resultados y conclusiones		

<p>5. Identificar la importancia de la variabilidad para el análisis de datos.</p> <p>6. Reconocer el concepto de variable para identificar las características cuantitativas o cualitativas de las unidades estadísticas.</p>	<p>por parte de cada subgrupo.</p> <p>Comunicación de resultados por parte del subgrupo. Discusión interactiva analizando las ideas aportadas por los estudiantes. Organización y sistematización de la información por parte del docente, y definición de los conceptos.</p>		
<p>1. Recolectar datos del entorno por medio de experimentación e interrogación.</p> <p>2. Utilizar los conceptos de frecuencia absoluta y porcentual para resumir un conjunto de datos.</p> <p>3. Resumir un conjunto de datos por medio de cuadros simples y comparativos con frecuencia absoluta y porcentual.</p> <p>4. Representar un conjunto de datos mediante una gráfica absoluta o porcentual.</p> <p>5. Utilizar la computadora para favorecer la construcción de cuadros y gráficos.</p>	<p>En subgrupos de cuatro estudiantes realizar una lectura al texto “Una dieta equilibrada”.</p> <p>Con la intención de determinar el tipo de nutrición que tienen los estudiantes, se desea realizar un análisis estadístico que permita valorar la nutrición de los estudiantes del Colegio.</p> <p>En este sentido, los estudiantes de la sección recolectan información que les permita realizar dicho análisis. Para ello pueden elaborar un cuestionario, como un apoyo para la recolección de la información requerida.</p> <p>El objetivo básico consiste en que se aplique el cuestionario a una muestra de 30 estudiantes del Colegio.</p> <p>Una vez recabada la información, los estudiantes buscan la mejor manera de sistematizarla de manera que sea comprensible para todos. Una forma de hacerlo es confeccionar una base de datos.</p> <p>Se forman cinco subgrupos y se pide a cada uno de ellos que resuma la información de dos de las variables. Para este análisis pueden utilizar diferentes técnicas estadísticas: cuadros de frecuencia, gráficos de barras e incluso la moda puede ser empleada para resumir los datos.</p> <p>Si se puede contar con el laboratorio de computadoras de la Institución se realizará este trabajo utilizando una hoja de cálculo.</p> <p>Comunicación de resultados por parte de cada subgrupo. Discusión interactiva de ideas aportadas por los estudiantes. Organización y sistematización de la información por parte del docente, y definición de los conceptos y procedimientos.</p>	<p>Evaluación diagnóstica: Interrogación de algunas técnicas de recolección de información desarrolladas en primaria.</p> <p>Evaluación formativa:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Observación e interrogación grupal. • Primera revisión parcial del portafolio de evidencias. 	<p>Semana del 21-05-2012 al 25-05-2012 (2 lecciones)</p> <p>Semana del 28-05-2012 al 01-06-2012 (4 lecciones)</p>

	Refuerzo de conceptos y procedimientos mediante la resolución de problemas de diferente nivel de complejidad (reproducción, conexión y reflexión)	Evaluación formativa: <ul style="list-style-type: none"> • Observación e interrogación grupal. • Participación en la pizarra por parte de los estudiantes. 	Semana del 28-05-2012 al 01-06-2012 (2 lecciones)
:	:	:	:

Plan de unidad

Adicionalmente, se deberá elaborar un Plan de Unidad por cada grupo de habilidades específicas que se quieran desarrollar en el intervalo de tiempo establecido por el plan trimestral. El siguiente esquema representa el formato a seguir para su elaboración:

<p>Plan de Unidad</p> <p>Conocimientos a desarrollar:</p> <p>Habilidades específicas:</p> <p>Tiempo estimado (número de lecciones):</p> <p>Planteamiento de un problema introductorio:</p> <p style="text-align: center;"><i>Habilidades previas:</i> <i>Problema:</i></p> <p>Posibles estrategias de resolución:</p> <p>Posibles obstáculos o errores que cometen los estudiantes:</p> <p>Diálogo o pregunta dirigida (preguntas para reflexión o generadoras):</p> <p>Clausura:</p> <p>Problemas de refuerzo (reproducción, conexión y reflexión):</p> <p>Comentarios u observaciones:</p> <p>Crónica:</p>

Ejemplo de plan de unidad

El siguiente es un ejemplo de un Plan de Unidad para el grupo de habilidades de la 7 a la 11 del área de Estadística y Probabilidad expuestas en el ejemplo de Plan Didáctico.

Propuesta de Plan de Unidad

Conocimientos a desarrollar:

- Recolección de información: La experimentación y la interrogación.
- Frecuencia absoluta y porcentual.
- Representación: Tabular: cuadros de frecuencia absoluta y porcentual.
- Representación Gráfica: barras.

Se pueden formar grupos de habilidades para ser desarrolladas de manera integral y articulada dependiendo de la naturaleza y relación de las mismas.

Habilidades específicas:

7. Recolectar datos del entorno por medio de experimentación e interrogación.
8. Utilizar los conceptos de frecuencia absoluta y porcentual para resumir un conjunto de datos.
9. Resumir un conjunto de datos por medio de cuadros simples y comparativos con frecuencia absoluta y porcentual.
10. Representar un conjunto de datos mediante una gráfica absoluta o porcentual.
11. Utilizar la computadora para favorecer la construcción de cuadros y gráficos.

Es el tiempo aproximado en cantidad de lecciones que tomará el desarrollo de la Unidad de acuerdo al Planeamiento trimestral.

Tiempo estimado (número de lecciones):

8 lecciones.

- Semana del 21-05-2012 al 25-05-2012 (2 lecciones)
- Semana del 28-05-2012 al 01-06-2012 (6 lecciones)

Las habilidades previas servirán como base para el tratamiento de la Unidad. Es importante articular los conocimientos adquiridos con los nuevos.

Planteamiento del problema:

Habilidades previas:

- Describir los conceptos de unidad estadística, característica, observación o dato, población y muestra.
- Reconocer la importancia del muestreo en los análisis de datos.
- Identificar el tipo de dato cuantitativo o cualitativo correspondiente a una característica.
- Identificar la importancia de la variabilidad para el análisis de datos.
- Reconocer el concepto de variable para identificar las características cuantitativas o cualitativas de las Unidades estadísticas.

Problema:

Para iniciar esta Unidad, se tomará como problema introductorio el expuesto en el Documento de Apoyo Curricular, p. 95. En este problema se presenta el artículo denominado *La dieta equilibrada: guía para enfermeras de Atención Primaria*, de la Sociedad Española de Dietética y Ciencias de la Nutrición, publicada en la página Web www.nutricion.org/publicaciones/pdf/Guía%20AP-DietéticaWeb.pdf.

En subgrupos de cinco estudiantes realizan la lectura del artículo, el cual explica la preocupación de todos los países europeos por alimentación equilibrada para el disfrute del bienestar personal. Además, intenta sensibilizar en cuanto a la gran cantidad de enfermedades que tienen estrecha relación con la dieta.

Los ejes transversales del MEP deben reflejarse en la naturaleza de la actividad o problema propuesto, o bien en la descripción de las acciones que los estudiantes desarrollan durante ella. Esta actividad corresponde con el eje transversal *Educación para la salud*.

También, explica lo que se denomina *La Rueda de los alimentos*, la cual ayuda a conocer la proporción y la frecuencia de los alimentos en la dieta. Luego, propone una sugerencia semanal de frecuencia de consumo de los alimentos más destacados.



Con la intención de determinar el tipo de nutrición que tienen los estudiantes, se desea realizar un análisis estadístico que permita valorar la nutrición de los estudiantes del colegio. En este sentido, los estudiantes de la sección recolectan información que les permita realizar dicho análisis. Para ello pueden tomar en cuenta la elaboración de un cuestionario, como un apoyo para la recolección de la información requerida.

Posibles estrategias de resolución:

El objetivo básico consiste en que se aplique el cuestionario a una muestra de 30 estudiantes del Colegio. Una vez recabada la información, los estudiantes buscan la mejor manera de sistematizarla de manera que sea comprensible para todos. Una posible forma de hacerlo es confeccionar una base de datos en forma tabular. Los estudiantes pueden establecer un código numérico que se refiera a la frecuencia de consumo.

Se debe prever algunas de las distintas estrategias de resolución que utilizarán los estudiantes. Es importante tener presente que se lleva a cabo desde primaria un proceso de construcción de conceptos (no se arranca desde cero).

El docente realiza 5 subgrupos y le pide a cada uno de ellos que resuma la información de dos de las variables. Para este análisis pueden utilizar diferentes técnicas estadísticas: cuadros de frecuencia, gráficos de barras e incluso la moda puede ser empleada para resumir los datos.

Si se cuenta con los recursos tecnológicos adecuados, es posible realizar este trabajo de una manera más simple. Los estudiantes pueden construir este cuadro con valores absolutos o porcentajes, permite hacer una comparación de los 10 tipos de alimentos incluidos en el cuestionario.

Posibles errores que cometen los estudiantes:

Probablemente los principales errores a observar conciernen a la elaboración de los cuadros y gráficos estadísticos, sobre todo en lo relacionado a la presentación, acomodo de los datos u omisión de algunos elementos como el título y la fuente. Sin embargo, como serán conceptos que se pretenden formalizar, entonces en la clausura de la lección el docente retoma estos errores para ser corregidos en función de la definición propuesta. Durante el desarrollo de la actividad, el docente puede solicitarle al estudiante mayor especificidad y orden para la presentación de los datos.

Diálogo o pregunta dirigida (preguntas para reflexión o generadoras):

Independientemente de las técnicas utilizadas para resumir información, es necesario realizar una actividad plenaria para discutir la conveniencia de su aplicación y valorar realmente si la alimentación de los estudiantes del grupo está dentro de las recomendaciones hechas en el artículo presentado al inicio.

1. ¿Qué ventajas y desventajas creen ustedes que posee el cuestionario como medio de recopilar información?
2. Describan el tipo de nutrición que caracteriza al grupo 7-?.

En este apartado es importante anticipar posibles errores que el docente cree que el estudiante pueda cometer durante el proceso de resolución y especificar la forma en que el docente intervendrá para que el estudiant-

3. A la luz de los resultados expuestos, ¿consideran que los hábitos alimenticios del grupo en general son los más adecuados para mantener un ritmo de vida saludable?
4. ¿Cuáles grupos alimenticios son los menos consumidos por lo estudiantes del grupo? ¿Conocen algunas enfermedades asociadas a la carencia de dichos alimentos? ¿Algunos beneficios?
5. ¿Qué les parece estéticamente el gráfico de barras presentado por el grupo de Pablo?
6. ¿Cuáles grupos alimenticios son los más consumidos por lo estudiantes del grupo? ¿Conocen algunas enfermedades asociadas al exceso de dichos alimentos? ¿Algunos beneficios?

Clausura:

El docente puede distribuir a los estudiantes un material fotocopiado que contenga la formalización de conceptos que se trabajaron durante la actividad anterior. Un estudiante da lectura al mismo mientras el docente, con base en las ideas aportadas por los estudiantes en la etapa de discusión, va realizando aportes que enriquecen este proceso. Para esta Unidad se deben formalizar temas como: generalidades acerca de la recolección de información, información existente y no existente, encuesta, entrevista, cuestionario, cuadros de frecuencia absoluta y relativa, formalizar diferentes tipos de gráficas.

Problemas de refuerzo (reproducción, conexión y reflexión):

Para esta parte se deben proponer ejercicios con la intención de que el estudiante fortalezca lo aprendido con la resolución de problemas de diferente nivel de complejidad (reproducción, conexión y reflexión).

Comentarios u observaciones:

Se realizan anotaciones con respecto a la implementación de la Unidad.

Crónica:

Se lleva el control de avance de cada sección.

Aquí se describe la forma en que se llevará a cabo la formalización de los conocimientos que el problema planteado como actividad tenía la intención de proporcionar al estudiante.

Informes de trabajo

En la sección C.4 de la circular DM-0033-11-11, sobre los informes de trabajo, se indica lo siguiente:

Los docentes deberán preparar también un informe de trabajo trimestral sobre los resultados de la aplicación del planeamiento. Este informe es un documento de carácter ejecutivo en el que se consignan: (i) los principales resultados del trabajo realizado en relación con los objetivos del planeamiento, (ii) las principales dificultades enfrentadas y la forma en que se resolvieron, (iii) los retos pendientes. Su propósito es servir de instrumento de retroalimentación, que permita identificar las áreas de mejora y establecer las medidas correspondientes para su corrección en los períodos siguientes. (p.6)

En concordancia con la circular, se deberá elaborar un informe de trabajo trimestral sobre los resultados de la aplicación del planeamiento. Éste será comentado y analizado cada trimestre con la participación de los otros educadores de la Institución que enseñan matemáticas.

V. Evaluación de los aprendizajes

Introducción

En este apartado se brindan algunos lineamientos, básicamente sugerencias, en cuanto a la evaluación de los aprendizajes para la implementación de la reforma en Matemáticas que se propone para la Educación General Básica y el Ciclo Diversificado.

Se respetará en todos sus extremos lo que establece el *Reglamento de evaluación de los aprendizajes (REA)*, No 35355-MEP, promulgado en junio de 2009; pero, dentro de ese marco se propondrán algunos lineamientos que orienten el proceso de evaluación durante la implementación. Particularmente se hacen indicaciones para el VII año.

Componentes para la calificación de los estudiantes y su valor porcentual que establece el Reglamento de Evaluación de los aprendizajes (REA)

Los componentes a contemplar, así como sus respectivos porcentajes en la nota por periodo, en lo que concierne a Matemáticas son los siguientes:

Año	Pruebas	Trabajo cotidiano	Trabajo ex-traclase	Concepto	Asistencia
7°	55%	25%	10%	5%	5%

La calificación de los componentes de concepto y asistencia no requieren de un abordaje especial a la hora de la evaluación. Los otros tres componentes permiten realizar una evaluación acorde con el enfoque que propone la reforma, de manera que se establecerán algunas indicaciones o sugerencias particulares relacionados con ellos.

Seguidamente se detallan algunas ideas sobre la evaluación en el plan piloto.

Trabajo cotidiano

El REA establece lo siguiente:

Artículo 23.—**De la Definición del Trabajo Cotidiano.** Se entiende por trabajo cotidiano todas las actividades educativas que realiza el alumno con la guía del docente. Este trabajo se observa

en forma continua, durante el desarrollo de las lecciones, como parte del proceso de aprendizaje y no como producto. Para su calificación se debe utilizar la información recopilada con las escalas de calificación y otros instrumentos técnicamente elaborados. (p. 11)

En concordancia con lo anterior, el Departamento de Evaluación de los Aprendizajes en su documento *Respuesta a las consultas más frecuentes en el proceso de evaluación de las aprendizajes* indica que durante el desarrollo de las actividades de mediación, el docente debe aplicar instrumentos (escalas de calificación, registros anecdóticos, registros de desempeño, rúbricas, listas de control, entre otros), que le permitan recopilar información ya sea cuantitativa y/o cualitativa del desempeño de los estudiantes. Los instrumentos utilizados deben arrojar información válida y confiable; y además, deben estar en concordancia con lo consignado en el planeamiento didáctico, en la columna estrategias de evaluación. El instrumento que el docente elija para la evaluación del trabajo cotidiano no solo debe servirle para la valoración del desempeño de los estudiantes y la toma de decisiones en los procesos de enseñanza y aprendizaje, sino también debe permitirle al estudiante apreciar su progreso de forma paulatina. Tomando en cuenta esto, en el documento *Evaluación Diagnóstica*, publicado por el Departamento de Evaluación del Ministerio de Educación Pública en el 2011, se describe *el Portafolio* como un instrumento que “brinda la oportunidad de autorregular y evidenciar el proceso de construcción de conocimientos” (p. 30) y además se expresa que es muy útil y apropiado para evaluar procesos de aprendizaje. Esto concuerda muy bien con el enfoque curricular propuesto. Además, los objetivos del Portafolio que se exponen en ese documento están en dirección de los objetivos de evaluación del trabajo cotidiano que se pretenden lograr:

- Averiguar el progreso y el proceso seguido en el aprendizaje por parte de los estudiantes y, también, las ayudas que el educador realiza en su seguimiento.
- Autoevaluación constante.
- Reflexión y análisis crítico de las clases.
- Considerar el error como fuente de aprendizaje.
- Diseñar y aplicar nuevas alternativas de acción.
- Redefinir el recorrido metodológico de acuerdo con un proceso de toma de decisiones autónomo.
- Apropiación de la evaluación como proceso de mejora personal y desarrollo profesional. (Evaluación Diagnóstica, p. 30)

El portafolio es una técnica de recolección de evidencias concretas de los procesos cognitivos que los estudiantes realizan en su trabajo en clase al enfrentar una situación de aprendizaje; en el caso de los nuevos programas de matemáticas, enfrentar un problema. Demuestra a través de la recopilación, compilación y colección de evidencias el producto de esos procesos cognitivos. Éste permite ir monitoreando la evolución por parte del docente y del mismo alumno.

Para la elaboración del portafolio, el docente debe:

- Determinar el propósito
- Seleccionar el contenido y la estructura
- Decidir cómo se va a manejar su uso por parte del estudiante
- Establecer los criterios de evaluación y evaluar el contenido
- Comunicar la evaluación y la estructura a los estudiantes

Algunas ventajas del empleo de esta técnica son las siguientes:

- Promueve la participación del estudiante al monitorear y evaluar su propio aprendizaje.
- Requiere que los estudiantes asuman la responsabilidad de sus aprendizajes.

- Provee la oportunidad de conocer actitudes de los estudiantes.
- Provee información valiosa sobre el proceso de enseñanza-aprendizaje para el docente.
- Los docentes pueden examinar las destrezas de los estudiantes.
- Se pueden adaptar a diversas necesidades, intereses y habilidades de cada estudiante.
- Se puede utilizar en todos los niveles escolares.
- Promueve la autoevaluación y control del aprendizaje.
- Selecciona a alumnos hacia programas especiales.
- Certifica competencias del alumno, basando la evaluación en trabajos más auténticos.
- Permite una visión más amplia y profunda de lo que el alumno sabe y puede hacer.
- Permite tener una alternativa para reportar calificaciones y exámenes estandarizados.
- Proveen una estructura de larga duración.
- Transfiere al alumno la responsabilidad de demostrar la comprensión de conceptos.

El portafolio permite evaluar el producto y el proceso de aprendizaje a lo largo del tiempo. Se sugiere para conseguir esto usar carpetas que incluyan borradores y evidencias del aprendizaje de los alumnos al inicio de cualquier proceso. El portafolio permite también recoger el resultado de la aplicación de diversos instrumentos, como escala de calificación y pruebas entre otras. Esto convierte al portafolio en un instrumento de recopilación y conservación de anotaciones sobre la participación de los estudiantes; es un apoyo para evaluar y reflexionar sobre las estrategias de enseñanza y el progreso del estudiante. La propuesta para este ciclo es también el portafolio debido a las ventajas ya citadas. La evaluación del portafolio en secundaria puede hacerse mediante revisiones parciales formativas, que se evidencian a través de sugerencias escritas por el docente que orienten y mejoren el proceso de recolección de evidencias por parte de los estudiantes. Las revisiones pueden realizarse de forma múltiple, mientras los alumnos trabajan en un problema o resuelven ejercicios propuestos para la etapa de reforzamiento. A continuación se ofrece un ejemplo:

Logística del portafolio para séptimo año

El primer día de clases se deben dar los lineamientos de evaluación, por tanto en este momento el docente de matemáticas deberá informar al estudiante sobre la evaluación del trabajo cotidiano mediante la técnica de portafolio.

Para eso debe facilitar la escala de calificación del portafolio completa como se presenta en el Anexo #2 y realizar una explicación detallada de lo que se pretende con cada criterio y brindar algunos ejemplos. Esto es necesario, debido a que los estudiantes nunca han utilizado esta herramienta. Además, se sugiere que durante los trimestres se retomen las ideas sobre la estructura del portafolio y su calificación.

Descripción del portafolio

Todas las actividades realizadas por los estudiantes deben aparecer en una carpeta o fólder de trabajo (se sugiere un folder de papel y una prensa). Distribuido en los siguientes dos apartados:

- Problemas asignados
- Correcciones.

A continuación se detalla cada uno

1) Problemas asignados

Documento donde aparece el problema, hojas de trabajo donde se evidencie la exploración del problema, el establecimiento, evaluación y desarrollo de la estrategia de solución, el análisis de los resultados y conclusión. Debe contener la descripción de las ideas para resolver el problema, fórmulas usadas, comentarios de los compañeros y compañeras, discusiones, acuerdos, dificultades, cálculos, la solución, respuesta y notas sobre la etapa de clausura.

Esta parte del trabajo puede evaluarse mediante una escala de calificación llenada una vez por periodo pero con varios monitoreos formativos, estos permiten hacer recomendaciones sobre el tipo de trabajo que los estudiantes van realizando. A continuación se detalla la escala:

Resolución del Problema		(5 puntos cada aspecto)															Valor 30 puntos														
Criterios de Evaluación	Contiene el material de los 8 problemas desarrollados en el periodo	Riqueza del registro de ideas para la solución de cada problema.					Presencia de trabajo matemático en cada problema					Desarrollo apropiado de la estrategia de solución para cada problema					Presencia de evaluación sobre la estrategia de solución y conclusión para cada problema					Presenta toda la información de la etapa de cierre en cada problema					Suma				
		E	S	A	R	D	E	S	A	R	D	E	S	A	R	D	E	S	A	R	D	E	S	A	R	D	E	S	A	R	D
Puntaje																															

Excelente: 5 Satisfactorio: 4 Aceptable: 3 Regular: 2 Deficiente: 1

2) Correcciones

Deben introducirse los ejercicios propuestos para reforzar la o las habilidades pretendidas, estos ejercicios de diferentes niveles deben estar resueltos, con las correcciones y los comentarios donde se identifica el error. Además, las tareas, extraclases y los exámenes con la corrección únicamente de los errores con una retroalimentación. Y la evidencia de la incorporación de las sugerencias hechas por el docente en las revisiones parciales

Esta parte del trabajo puede evaluarse mediante una escala de calificación como la siguiente:

Correcciones		(5 puntos cada aspecto)															Valor 25														
Criterios de Evaluación	Correcciones en la solución de los 8 problemas resueltos	Correcciones en las pruebas					Correcciones de las sugerencias producto de las revisiones parciales					Correcciones de los ejercicios propuestos					Evidencia de retroalimentación en las correcciones. (Comentarios en la identificación del error)					Suma									
		E	S	A	R	D	E	S	A	R	D	E	S	A	R	D	E	S	A	R	D	E	S	A	R	D	Total				
Puntaje																															

Excelente: 5 Satisfactorio: 4 Aceptable: 3 Regular: 2 Deficiente: 1

Con el objetivo de realizar monitorios sobre el portafolio el documento puede incluir los siguientes elementos:

Revisiones parciales:	
Revisión # ___	Fecha ___ / ___ / ___
Se sugiere:	

Revisión # ___	Fecha ___ / ___ / ___
Se	sugiere:

¿Cuántas observaciones o revisiones del portafolio se deben realizar en un periodo?

De acuerdo al documento *Respuesta a las consultas más frecuentes en el proceso de evaluación de las aprendizajes*, publicado por el Departamento de Evaluación del Ministerio de Educación Pública en el 2011, se indica lo siguiente respecto a la periodicidad:

El número de observaciones por realizar, estará en estrecha relación con el progreso mostrado por el estudiante durante el desarrollo de los objetivos específicos, contenidos curriculares o competencias. Por consiguiente, cuanto menor sea el logro del estudiante, mayor será el acompañamiento que brinde el docente. (p. 5)

Esto quiere decir, que no hay una cantidad específica de observaciones o revisiones del Portafolio; además, no debe ser la misma para todos los estudiantes ya que el número de revisiones dependerá del avance de cada estudiante y del acompañamiento que el docente le brinde en cada caso particular. Hay que recordar que este instrumento no puede verse como uno más para sumar o restar puntos en diferentes revisiones; éste debe servir para realimentar el trabajo del docente y del estudiante, y para autorregular los procesos de enseñanza y aprendizaje.

En síntesis, aunque en este documento se muestran los beneficios del Portafolio con respecto al nuevo enfoque curricular y como instrumento para recopilar información y autorregular los procesos de enseñanza y aprendizaje, ésta no es la única técnica. Tampoco se recomienda que sea la única que se utilice, ya que para obtener información válida, confiable y objetiva se requiere el uso de variados procedimientos, como por ejemplo: registros anecdóticos, registros de desempeño, rúbricas, entre otros.

Trabajo extraclase

El REA establece lo siguiente:

Artículo 24.—**De la Definición del Trabajo Extraclase.** Se entiende como trabajo extraclase aquellos planeados y orientados por el docente, o por éste en conjunto con los estudiantes, cuyo propósito es que el alumno repase o amplíe los temas desarrollados por el docente de acuerdo con los objetivos. (p. 11)

Para este nivel “estos trabajos pueden ser tareas, **proyectos** o **investigaciones** que realizará el estudiante en forma individual o grupal **fuera del horario lectivo.**” (p.12) Énfasis añadido. Es por esto que aparte de las tareas cortas de refuerzo, se sugiere dos tipos de trabajo extraclase: el planteado para reforzar conocimiento y habilidades adquiridas y otro al que se le llamará Proyecto que intenta ampliar los conocimientos de uno o varios temas y/o aplicar los mismos a situaciones reales.

Es importante aclarar que el docente tome en cuenta el nivel del curso y las posibilidades personales del estudiante, en cuanto a su desplazamiento debido a las características geográficas, condiciones económicas y otros aspectos del contexto que puedan incidir en la ejecución del trabajo extraclase.

Algunas ideas sobre la asignación de trabajos extraclases son los siguientes:

a) Tareas cortas de refuerzo

Estas son tareas que tienen como propósito que el estudiante repase y fortalezca conocimientos desarrollados en la lección. Se debe priorizar la calidad y diversidad de los ejercicios a la cantidad de los mismos. Además, se debe pensar que este tipo de tareas no deben necesitar grandes intervalos tiempo para ser desarrolladas, pero si deben ser constantes. Por ejemplo, en el área de Relaciones y Álgebra, se pueden proponer múltiples tareas cortas sobre problemas algebraicos con una distribución del porcentaje en cada una de ellas. El objetivo es que el estudiante efectúe con mayor tiempo (en casa) algún ejercicio de conexión o reflexión sobre el tema desarrollado en el aula. Si la habilidad era sobre las ecuaciones de primer grado con una incógnita, algún problema que las empleé como herramientas de solución o alguna demostración que utilice los principios de este tema para alcanzar la demostración. Este tipo de ejercicios se puede evaluar mediante una revisión de la respuesta al cuestionamiento en el portafolio, asignando el porcentaje correspondiente a la presencia de la solución sin sancionar los errores y efectuando posteriormente la solución en una sesión plenaria sobre la tarea asignada. Debido al planteamiento anterior, la revisión será constante y se efectuará en el periodo de acuerdo a los intereses del docente.

De acuerdo con el *REA*, los estudiantes tienen un plazo mínimo de ocho días naturales posteriores a la asignación del trabajo para la entrega del mismo al docente, para su respectiva calificación. Las tareas cortas deben asignarse constantemente y con tiempos cortos para su revisión; es por esto que deberán ser de tipo formativo y no sumativo.

b) Trabajos extraclase

En esta sección se hará la distinción de lo que llamaremos trabajos extraclase tradicional y desarrollo de proyectos.

Trabajo extraclase tradicional

Se entenderá por *trabajo extraclase tradicional*, a aquellos trabajos que se asignan para repasar o ampliar temas desarrollados por el docente en el aula. Los mismos tienen como propósito facilitar el desarrollo de procesos cognitivos y serán evaluados sumativamente por medio de un instrumento previamente elaborado. Estos trabajos serán de mediana duración (una o dos semanas) de acuerdo a los objetivos pedagógicos que planea el docente, y podrán realizarse individual o grupalmente.

Un trabajo extraclase puede ser una revisión bibliográfica, el cual podría tener las siguientes partes:

- Tema
- Objetivo general
- Objetivos específicos
- Justificación
- Revisión bibliográfica
- Análisis de la revisión
- Resultados y conclusiones

Un ejemplo puede ser el siguiente:

Exposición: Historia del número

Los estudiantes preparan una exposición que muestre a la comunidad estudiantil cómo ha evolucionado el concepto de número a través de la historia y la influencia que ha ejercido el contexto sociocultural en el surgimiento de los diversos tipos de números. Una actividad de este tipo no puede ser desarrollada en dos lecciones por lo que se puede implementar simultáneamente con el desarrollo de ferias científicas o actividades especiales de interés institucional. Para delimitar los alcances del proyecto, se mencionan a continuación los principales tópicos a desarrollar:

- Evolución de la noción de número desde los inicios hasta la actualidad.
- Los sistemas de numeración en las civilizaciones antiguas: Grecia, Egipto, Roma y Maya.
- Evolución del uso de la simbología numérica actual.
- Números especiales a través de la historia: π , e y $\sqrt{2}$.
- Desarrollo histórico de los números racionales.
- Desarrollo histórico de los números irracionales.
- Desarrollo histórico del concepto de número entero negativo.

Este proyecto pretende brindar al estudiante la oportunidad de contextualizar de forma histórica todos los conocimientos acerca de la noción de número que ha adquirido a lo largo de su vida estudiantil y de ese modo valorar la parte humana de aquellos hombres y mujeres que hicieron aportes significativos en el quehacer matemático.

Desarrollo de Proyectos

Como *Proyecto* se entenderá a aquel trabajo extraclase que realicen los alumnos de forma grupal sobre situaciones de su contexto, que ellos mismos han seleccionado de acuerdo a sus intereses bajo la guía y supervisión del docente; además, pueden ser problemas reales que el docente considere pertinentes y que puedan generar o poner en práctica ciertas habilidades y/o conocimientos matemáticos. Además, el mismo deberá tener una duración mayor a la de los trabajos extraclase tradicionales por la naturaleza del mismo.

Una de las mayores ventajas que tiene este tipo de actividad de evaluación es que ofrece la oportunidad de relacionar los conocimientos adquiridos en el aula con una situación real, que active procesos matemáticos centrales. Esto se puede hacer en el diseño del proyecto, al elaborar un plan con estrategias definidas, y en la comunicación de una o varias soluciones a un problema (donde se pueden usar diferentes representaciones). Otras ventajas son:

- Se pueden crear conexiones intradisciplinarias (Números, Geometría, Estadística, etc) e interdisciplinarias (Ciencias, Estudios Sociales, Música, etc.)
- Si el proyecto fuera desarrollado por más de un estudiante, se potenciaría el trabajo colaborativo, el respeto e intercambio de ideas y la toma de decisiones en conjunto.
- Promueve la investigación, como herramienta para la búsqueda de soluciones o aprendizajes.
- Activa procesos matemáticos centrales como: Razonamiento y Argumentación, Resolución de problemas y modelización, Conexión, Comunicación y Representación.
- Puede generar procesos de experimentación, pensamiento inductivo, descubrimiento, etc.
- Desarrolla en el estudiante: creatividad, iniciativa, análisis, habilidades para el diario vivir, etc.

Se pueden usar los siguientes criterios para evaluar los proyectos y construir las escalas de calificación: exploración y comprensión de la situación del problema, diseño de la estrategia que involucra la situación problema, implementación de estrategias, análisis de los resultados y comunicación de los resultados y conclusiones.

Metodología

Para que los proyectos cumplan con los objetivos planteados por el docente se requiere de tres aspectos:

1. Debe estar bien intencionado y responder a desarrollar o poner en práctica habilidades y conocimientos.
2. Instrucciones bien definidas y claras para el estudiante.
3. Fundamentos de diseño de proyectos.

Debe estar bien intencionado y responder a desarrollar o poner en práctica habilidades y conocimientos.

El planteamiento de proyecto educativo debe ser intencional, esto quiere decir que debe tener un propósito didáctico y debe ir orientado a generar habilidades o conocimientos o poner en práctica determinados conceptos en el mundo que le rodea.

Al ser intencionado debe estar diseñado de tal forma que pueda responder a los objetivos que el docente formuló. Algunas interrogantes que puede hacerse el docente antes de plantear un proyecto son:

- ¿Cuál es el propósito pedagógico de desarrollar un proyecto educativo?
- ¿Qué objetivos educativos quiero lograr con este proyecto? ¿Poner en práctica conocimientos adquiridos en un entorno real? ¿Generar habilidades y conocimientos? ¿Enriquecer los conocimientos adquiridos?, etc.
- ¿Qué habilidades y conocimientos necesitarán los estudiantes para la realización del proyecto?
- ¿Qué recursos necesitarán los estudiantes para el desarrollo del proyecto? ¿Están a su alcance?
- ¿Qué tan flexible podrá ser el proyecto? ¿El tema lo podrán elegir los estudiantes o será docente quien lo proponga?
- ¿Qué temas son de interés para el estudiante y cuáles se adecúan a su contexto?

Instrucciones bien definidas y claras para el estudiante.

Al diseñar un proyecto se debe tener presente que es una experiencia guiada y continuamente evaluada, por lo que el docente debe definir las instrucciones para la elaboración del proyecto y éstas deben estar claras y precisas. Debe indicar a los estudiantes desde un inicio los objetivos del proyecto, posibles metas parciales, fechas de entrega de avances, definir el producto que se quiere obtener (informe escrito, exposición, bitácora, etc.)

Asimismo, el REA indica que para la calificación de los trabajos extraclase se deben utilizar las escalas de calificación u otros instrumentos técnicamente elaborados. Por lo tanto, el docente debe formular un instrumento de evaluación preciso y acorde con el tipo de actividad. Éste puede ser una tabla de cotejo, una rúbrica o una tabla de apreciaciones entre otros.

La tabla de cotejo permite evaluar *cualitativa* o *cuantitativamente*, dependiendo del enfoque que se le quiera asignar. También puede evaluar con mayor o menor grado de precisión o de profundidad. Además, es un instrumento que permite intervenir durante el proceso de enseñanza-aprendizaje, ya que puede enterar al docente acerca de los estados de avance o tareas pendientes. Por ello, las listas de cotejo poseen un amplio rango de aplicaciones, y pueden ser fácilmente adaptadas a la evaluación de proyectos.

Por ejemplo, una propuesta de lista de cotejo para la primera parte de un proyecto de investigación puede ser:

Lista de cotejo				
Primera revisión del proyecto				
(Cada indicador evidenciado tiene un valor de 1 punto)				
criterio	Indicador	Sí	No	Comentarios y observaciones
Estructura	Identifica el tema			
	Plantea el problema			
	Formula una hipótesis o conjetura			
	Propone un objetivo general			
	Propone objetivos específicos			
Coherencia de las partes	El problema planteado está acorde con el tema identificado			
	El problema planteado es claro y conciso			
	La hipótesis formulada responde al problema			
	El objetivo general conduce a resolver el problema			
	Los objetivos específicos están articulados con el objetivo general.			
Total:				

Para aprendizajes basados en problemas el proceso de aprendizaje gira en base al planteamiento de una situación problemática previamente diseñada y la elaboración o diseño de la estrategia de solución. Por lo tanto, una propuesta de escala de calificación para esta etapa puede ser:

Tabla de cotejo (Diseño de una estrategia de resolución)					
Indicador	E	S	A	R	D
Expresa ideas y relaciones matemáticas utilizando la terminología y notación apropiada.					
Identifica cuál es el procedimiento más oportuno en la formulación de la estrategia.					
Identifica datos e informaciones relevantes y reconoce y descubre relaciones.					
Argumenta matemáticamente cada pauta o paso de la estrategia.					
Total de puntos:					

Excelente: 5 Satisfactorio: 4 Aceptable: 3 Regular: 2 Deficiente: 1

De igual manera, los trabajos, proyectos o algunas partes de proyectos pueden ser evaluados mediante *matrices de evaluación*. En el contexto educativo, es una tabla que posee una descripción de criterios o parámetros desde los cuales se evalúa un determinado aspecto del proceso educativo o en este caso una parte o producto de un proyecto.

Todas las herramientas de calificación sirven de guía al estudiante, por tanto deben conocerlas desde el inicio de cualquier actividad a evaluar. La misma indica las pautas y criterios que serán evaluados en los procesos o productos del proyecto, el estudiante debe entender por qué razón obtiene una determinada nota. Con esto se incluye un aspecto importante en la evaluación cual es proporcionar la información suficiente para que el estudiante conozca qué puede hacer para avanzar en su proceso.

Por ejemplo, en la lección se propone el proyecto grupal de estimar la altura del Obelisco del Parque Central de Cartago. Para este proyecto se debe presentar un informe final que será evaluado con la siguiente rúbrica.

Matriz de evaluación Informe final del proyecto				
Indicadores	ESCALA DE VALORACIÓN			
	Muy bueno (4 puntos)	Bueno (3 puntos)	Regular (2 puntos)	Requiere mejoras (1 puntos)
Argumentación de la conjetura	La conjetura o hipótesis tiene un amplio respaldo matemático	La conjetura o hipótesis está fundamentada en elementos matemáticos	La conjetura o hipótesis tiene algunos elementos matemáticos que la respaldan	La conjetura o hipótesis carece de elementos teóricos matemáticos que la respalden
Diseño de una estrategia	Todos los pasos o pautas de la estrategia están bien justificados y argumentados matemáticamente.	Casi todos los pasos o pautas de la estrategia están bien justificados y argumentados matemáticamente.	Sólo algunos de los pasos o pautas de la estrategia están bien justificados y argumentados matemáticamente.	Ninguno de los pasos presenta justificación matemática alguna.
Implementación de	Todas las pautas o	Casi todas las	Sólo algunos o	Todas las pautas o

la estrategia	procedimientos seguidos se realizaron de forma correcta.	pautas o procedimientos seguidos se realizaron de forma correcta.	muy pocas pautas o procedimientos seguidos se realizaron de forma correcta.	procedimientos seguidos se realizaron de forma incorrecta.
Análisis de los resultados	Todos los datos y resultados obtenidos fueron analizados ampliamente.	Casi todos los datos y resultados obtenidos fueron analizados ampliamente.	Sólo algunos datos y resultados obtenidos fueron analizados.	No se hizo un análisis de resultados.
Resultados y conclusiones	Todos los resultados y conclusiones presentan una buena fundamentación y argumentación matemática.	Casi todos los resultados y conclusiones presentan una buena fundamentación y argumentación matemática.	Se evidencia alguna fundamentación matemática en los resultados y las conclusiones.	No hay evidencia de fundamentación matemática en los resultados y conclusiones.

Fundamentos del diseño de proyectos

Al trabajar con proyectos es importante que se discuta en la lección algunos elementos básicos del diseño de un proyecto. Como hay gran variedad de tipos de proyectos (revisión bibliográfica, resolución de problemas, trabajo interdisciplinario, etc.) se debe tener claro las diferentes etapas propuestas que se llevarán a cabo en el proyecto, y qué se espera de ellas de acuerdo a los propósitos que tenga el docente. Para un proyecto basado en la resolución de un problema se pueden sugerir las siguientes etapas:

- *Explora y comprende la naturaleza del proyecto.*
- *Establecimiento de una estrategia.*
- *Implementación de estrategias*
- *Análisis de los resultados.*
- *Comunicación de los resultados y conclusiones.*

Un ejemplo puede ser el siguiente:

Implementación de rampas para discapacitados en el colegio.

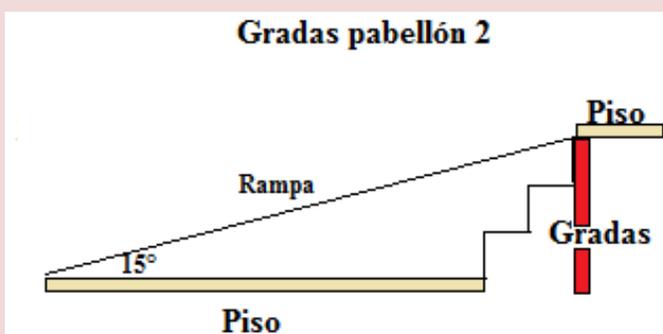
Según una inspección realizada por el ingeniero de la municipalidad del cantón, se detectó que el colegio incumple la ley 7600 en lo que respecta a la construcción de rampas de acceso para personas discapacitadas. El director del colegio solicita a los estudiantes de la sección 10 – x identificar los puntos donde son necesarias dichas rampas, investigar las especificaciones que regulen su construcción y por último dar indicaciones por escrito de la longitud que deben tener las mismas, con la justificación matemática correspondiente que la respalda.

Aspectos a evaluar:

- *Explora y comprende la naturaleza del proyecto.* Aquí se evalúa si el estudiante realmente realizó la lectura y discusión grupal en pos de la comprensión del proyecto planteado. En este caso se puede valorar si el estudiante dimensiona la importancia que tiene este proyecto para una población que requiere facilidades para acceder a varios lugares de la institución.
- *Establecimiento de una estrategia.* Luego de comprender el problema es conveniente evaluar la pertinencia y la originalidad de la estrategia a implementar. Además, puede considerarse si el estudiante logra definir las acciones claves que permiten un adecuado desarrollo del proyecto, como

por ejemplo:

- ✓ Investigación de las regulaciones existentes respecto a la construcción de rampas de acceso según la ley 7600 de Costa Rica: tipo de barandas, el ancho del pasillo y el ángulo de elevación (el cual corresponde a 15°).
 - ✓ Identificación de las zonas donde carecen de rampas de acceso por medio de un mapa o croquis de la institución.
 - ✓ Cálculo de la longitud de las rampas, de acuerdo a las especificaciones de ley.
- *Implementación de estrategias.* Se valora si el estudiante hace un uso adecuado de instrumentos de medición y procedimientos matemáticos para desarrollar de forma original y factible la estrategia establecida anteriormente. Por ejemplo, suponer que una de las zonas que carecen de rampas son unas gradas como las que se muestran en la siguiente figura:



En este punto se puede medir fácilmente la altura de las gradas, midiendo la altura correspondiente a cada escalón y multiplicándola por tres. Supóngase que dicha altura mide 0,65 m. Producto de la investigación previa se tiene que el ángulo de elevación de dicha rampa es de 15°, con lo cual si se denota con x su longitud, el estudiante puede establecer la siguiente relación:

$$\text{sen}15^\circ = \frac{0,65 \text{ m}}{x}$$

$$x \text{sen}15^\circ = 0,65 \text{ m}$$

$$x = \frac{0,65 \text{ cm}}{\text{sen}15^\circ} \approx 2,51 \text{ m}$$

De forma similar se procede con los demás puntos de la institución identificados.

- *Análisis de los resultados.* En este punto se evalúa la pertinencia de la estrategia empleada.
- *Comunicación de los resultados y conclusiones.* Se puede evaluar mediante la elaboración de un informe final acorde a un formato preestablecido por el docente, donde se pueden considerar aspectos como el uso de lenguaje claro a la hora de presentar los resultados del trabajo, el uso de figuras y la especificación de los procedimientos matemáticos utilizados.

Así, se puede buscar proyectos interdisciplinarios como el siguiente que está relacionado con la materia de Ciencias:

Índice de masa corporal

El Índice de Masa Corporal es un índice del peso de una persona en relación con su estatura. A pesar de que no distingue entre los componentes grasos y no grasos de la masa corporal total, éste es el método más práctico para conocer el grado de riesgo asociado con la obesidad o a las posibles disfunciones alimentarias como la anorexia o la bulimia. El IMC, se calcula dividiendo el peso en Kg, entre la estatura (m) elevada al cuadrado. Se calcula según la expresión matemática:

$$IMC = \frac{\text{peso}(kg)}{\text{estatura}^2(m)}$$

Los posibles resultados implican las siguientes consideraciones:

- Menor a 15: infrapeso
- 15 a menos de 20: bajo peso
- 20 a menos de 25: peso normal (saludable)
- 25 a menos de 30: sobrepeso (obesidad de grado I)
- 30 a menos de 35: sobrepeso crónico (obesidad de grado II)
- 35 a menos de 40: obesidad premórbida (obesidad de grado III)
- mayor a 40: obesidad mórbida (obesidad de grado IV)

Forme subgrupos de 4 a 5 estudiantes. Luego, escoja una sección de cualquier nivel del Colegio y realice las siguientes acciones:

- a. Encuentre el índice de masa corporal de los estudiantes de la sección escogida.
- b. Clasifique y resuma la información obtenida.
- c. Interprete la información obtenida y analice los resultados tomando en cuenta las consideraciones que se dan acerca de los posibles riesgos asociados con la obesidad o posibles disfunciones alimentarias como la anorexia o la bulimia.

En este caso se pueden proponer las siguientes etapas:

- Tema
- Planteamiento del problema
- Formulación de una hipótesis o conjetura
- Objetivo general
- Objetivos específicos
- Justificación
- Marco de referencia
- Diseño de una estrategia de recolección de datos
- Análisis e interpretación de resultados
- Conclusiones y recomendaciones

En este proyecto, además de desarrollar habilidades en el área de estadística se conecta con el objetivo planteado para séptimo año de la materia de Ciencias “Identificar los procesos de maduración física, mental y emocional, en relación con la etapa de la adolescencia” que propone como procedimientos “Análisis de las inquietudes y temas de interés acerca de los cambios en la edad adolescente (corporales, emocionales y sentimentales)” (Ministerio de Educación Pública (2005), p.14.).

Hay gran variedad de tipo de proyectos que se pueden efectuar por lo que las etapas, partes, criterios e instrumentos de evaluación dependerán de los propósitos y objetivos planteados por el docente.

Para finalizar este apartado se presentan algunos criterios generales para evaluar los proyectos.

Tabla 11. Criterios para la evaluación de proyectos

Acciones a evaluar	Elementos a considerar
Exploración y comprensión de la situación problema.	Elementos que se involucran en la situación problema.

Diseño de la estrategia que involucra la situación problema.	Fundamentos teóricos y matemáticos.
Implementación de estrategias.	Originalidad, conexión, factibilidad, belleza, uso adecuado de procedimientos.
Análisis de los resultados.	Pertinencia de los resultados.
Comunicación de los resultados y conclusiones.	Redacción del informe, exposición de los resultados.

Pruebas escritas

El Reglamento de evaluación establece lo siguiente:

Artículo 25.—**De la Definición de las Pruebas.** Las pruebas, que pueden ser escritas, orales o de ejecución, son un instrumento de medición cuyo propósito es que el estudiante demuestre la adquisición de un aprendizaje cognoscitivo o motor, el dominio de una destreza o el desarrollo progresivo de una habilidad. Para su construcción se seleccionan los objetivos y contenidos del programa vigente del nivel correspondiente. A menos que el docente lo juzgue necesario, las pruebas no deben tener carácter acumulativo durante un mismo período. Tanto la prueba escrita como la oral deben ser resueltas individualmente. Además, estas pruebas y las de ejecución deben aplicarse ante la presencia de un docente o, en su defecto, ante el funcionario que el director designe. La realización de trabajos en el aula o extraclase no sustituyen, en ningún caso, a una prueba. Las pruebas cortas deben tener carácter formativo, salvo el caso de las aplicadas a los estudiantes con necesidades educativas especiales. (Reglamento de Evaluación de los Aprendizajes)

Además, el reglamento establece la aplicación de al menos dos pruebas por periodo.

El documento *La prueba escrita*, emitido por el MEP en febrero de 2010, proporciona lineamientos para la elaboración de las pruebas. En particular, establece la estructura de la prueba e indica que la parte técnica de la misma debe estar constituida por dos tipos de ítems: objetivos y de desarrollo. Presenta la siguiente tabla en la que se indica cuáles son los ítems de cada tipo y proporciona las definiciones correspondientes. A continuación se citan:

Ítems objetivos	Ítems de desarrollo
<ul style="list-style-type: none"> • Selección única • Respuesta corta • Correspondencia o apareamiento • Identificación 	<ul style="list-style-type: none"> • Respuesta restringida • Resolución de problemas • Resolución de casos • Ensayo

Se debe colocar en la lección diversos niveles de complejidad en los problemas seleccionados, en particular dándole un lugar adecuado a aquellos en los niveles de conexión y reflexión.. Por tanto, en las pruebas, se debe considerar los tres niveles: reproducción, conexión, reflexión para que la evaluación sea consistente con el enfoque y con lo que se realiza en la clase.

Considerando los elementos anteriormente citados, se proponen algunos lineamientos para el rubro de pruebas en el proceso de evaluación de los aprendizajes:

1. En 7° año se deben realizar dos pruebas escritas con valores porcentuales de 25%, y 30% respectivamente.

2. Acorde con el enfoque de los nuevos programas y con el fin de potenciar el logro de la competencia matemática, deberá privilegiarse la resolución de problemas también en las pruebas. El documento *Prueba escrita* en cuanto a ítems objetivos y de desarrollo indica que al menos debe haber uno de cada tipo y que éstos dependerán de los procesos de mediación desarrollados y el nivel cognitivo de los objetivos específicos (en nuestro caso habilidades específicas) que se quieran evaluar; deben reflejar el nivel de logro alcanzado por los estudiantes en cada uno de los objetivos específicos o contenidos curriculares seleccionados para la medición.

La resolución de problemas como estrategia metodológica permite activar procesos matemáticos como Razonamiento y argumentación, Resolución de problemas y modelización, Conexión, Comunicación y Representación. En consistencia con ese enfoque la prueba escrita debe inclinarse por los ítems de desarrollo, este tipo de ítems permite que el estudiante realice esos procesos matemáticos y evidencie esa realización..

3. Los ítems objetivos se prestan más para evaluar en el nivel de reproducción, aunque algunos ítems de este tipo, bien elaborados, pueden también referirse a los otros niveles. Cualquiera de los tipos de ítems objetivos que propone el documento *La prueba escrita*, pueden utilizarse provechosamente en las pruebas de matemáticas siguiendo el enfoque dado por la reforma. Por ejemplo, ítems de identificación pueden ser muy útiles en el área de geometría.

4. En cuanto a los ítems de desarrollo, se propone utilizar en las pruebas los del tipo *resolución de problemas*. Estos permiten evaluar en los niveles de complejidad de conexión y reflexión.

A continuación se presentan algunos ejemplos de ítems:

Ejemplo 1

Tipo de ítem: Respuesta corta.

Nivel de complejidad: reproducción.

Área: Números.

Habilidad: Relacionar potencias y raíces.

Enunciado: Tres representaciones distintas del número nueve son _____, _____, _____.

Solución: Una posible solución es 9, 3^2 , $\sqrt{81}$

Comentarios: De acuerdo con los lineamientos del documento *La prueba escrita*, este ítem tendrá un valor de 3 puntos, uno para cada una de las representaciones. Observe que aunque este es un ítem de reproducción, no es completamente elemental puesto que el estudiante debe tener bien claro qué es una representación de un número. Otro aspecto importante a destacar aquí es que las respuestas dependerán de lo que se conozca previamente y, además, hay muchas respuestas posibles.

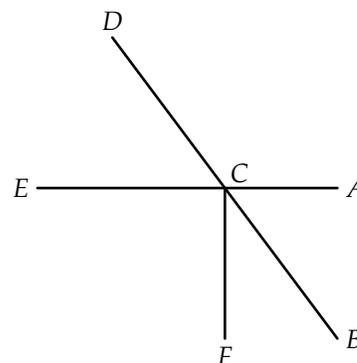
Ejemplo 2

Tipo de ítem: Identificación.

Nivel de complejidad: reproducción.

Área: Geometría.

Habilidad: Identificar ángulos congruentes, complementarios, suplementarios, en diferentes contextos.



Enunciado: En la siguiente figura, si cumple D-C-B, identifique un par de ángulos congruentes, un par de ángulos complementarios y un par de ángulos suplementarios.

Solución: Una posible solución es: congruentes los ángulos DCE y ACB, complementarios los ángulos ACB y BCF, suplementarios ACD y ACB.

Comentarios: De acuerdo con los lineamientos del documento *La prueba escrita*, este ítem tendrá un valor de 3 puntos, uno para cada uno de los elementos identificados. Es importante observar que la respuesta dada no es la única.

Ejemplo 3

Tipo de ítem: Selección única.

Nivel de complejidad: reproducción.

Área: Relaciones y álgebra.

Habilidad: Identificar relaciones de proporcionalidad inversa.

Enunciado: Una relación de proporcionalidad inversa se da en el siguiente caso:

- La distancia recorrida por un vehículo que viaja con rapidez constante según el tiempo transcurrido.
- El tiempo que tardan x máquinas fotocopadoras imprimiendo 10000 páginas en caso de que todas las máquinas tengan el mismo rendimiento.
- El costo total de x artículos de un mismo producto si cada artículo cuesta 700 colones.
- La cantidad de sal que hay en x litros de agua si cada litro contiene una cantidad b constante de sal.

Solución: La opción (b).

Comentarios: De acuerdo con los lineamientos del documento *La prueba escrita*, este ítem tendrá un valor de 1 punto. Observe que aunque este es un ítem de reproducción, no es completamente elemental puesto que debe verificarse cada una de las opciones. Las opciones a), c) y d) son de proporcionalidad directa.

Ejemplo 4

Tipo de ítem: Resolución de problemas.

Nivel de complejidad: conexión.

Área: Geometría.

Habilidad: Resolver problemas que involucren ángulos, triángulos, cuadriláteros, sus propiedades y cálculo de áreas.

Enunciado:

Una pastelería vende queques en forma rectangular y con el mismo grosor en 2 tamaños: unos con largo de 11 cm y de ancho 12cm a 8 000 colones, otros con un largo de 16 cm y de ancho 11cm a 12 000 colones. ¿Con cuáles queques se obtiene una mejor oferta? Explique.

Solución:

El estudiante al pasar por las siguientes etapas logrará resolver el problema:

- a) Debe explorar el problema y establecer una estrategia, por tanto debe visualizar que es mediante el cálculo de las áreas que puede tomar una decisión sobre la compra. (1 punto)
- b) Desarrollará los siguientes procedimientos: (1 punto)
 - i. $15 \times 12 = 180$
 - ii. $16 \times 11 = 176$
- c) Autorreflexionará sobre la estrategia y analizará los resultados: deberá establecer una comparación entre el área adquirida y el valor por la misma, decidiendo que es más rentable comprar el primer modelo. (1 punto)
- d) Deberá ofrecer una respuesta a la situación mediante una justificación o conclusión (1 punto)

Comentarios:

De acuerdo con el desglose dado, el problema vale 4 puntos.

La estrategia de solución es única. Este tipo de problema obliga al estudiante a utilizar su conocimiento matemático para tomar una decisión y tener que brindar una justificación por su razonamiento.

Ejemplo 5

Tipo de ítem: Resolución de problemas.

Nivel de complejidad: reflexión.

Área: Geometría.

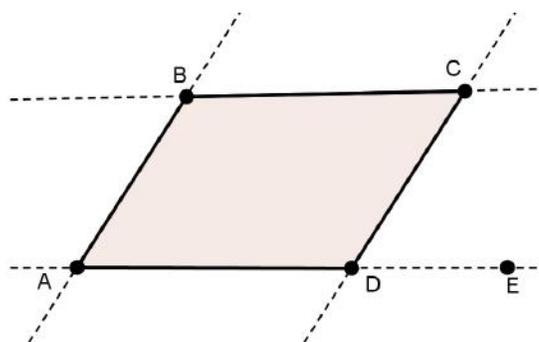
Habilidad: Resolver problemas que involucren ángulos, triángulos, cuadriláteros, sus propiedades y cálculo de áreas.

Enunciado: En la figura adjunta, ABCD es un paralelogramo y el ángulo $\angle CDE$ mide 35° . ¿Cuánto mide cada uno de los ángulos internos del paralelogramo?

Solución:

En el cuadrilátero ABCD de la figura, se tiene que:

$\angle ADC$ mide 145° , ya que forma un par lineal con el $\angle CDE$ y entonces:



$$m\angle ADC + m\angle CDE = 180^\circ \quad (1 \text{ punto})$$

$$m\angle ADC + 35^\circ = 180^\circ$$

$$m\angle ADC = 145^\circ \quad (1 \text{ punto})$$

$\angle BAD$ mide 35° , ya que $\angle BAD$ y $\angle CDE$ son ángulos correspondientes entre paralelas y por lo tanto miden lo mismo. (1 punto)

$\angle ABC$ mide 145° (es opuesto a $\angle ADC$) (1 punto)

$\angle BCD$ mide 35° (es opuesto a $\angle BAD$) (1 punto).

Comentarios: De acuerdo con el desglose dado, el problema vale 5 puntos.

La estrategia de solución no es única, de hecho, el problema puede ponerse incluso antes de ver que los ángulos opuestos en un paralelogramo tienen la misma medida; en este caso el nivel de dificultad es mayor porque debe razonarse con un bagaje de conocimientos menor, aunque también puede resolverse.

VI. Malla curricular

Estructura

La organización específica de los tópicos matemáticos se realiza por medio de las cinco áreas matemáticas que se han seleccionado: conocimientos y habilidades se organizan de acuerdo a esas áreas. Se incluyen los programas de cada área matemática, consignados año por año. Para cada área se establecen las siguientes secciones:

- Introducción.
- Propósito de la enseñanza.
- Habilidades generales.
- Conocimientos, habilidades específicas e indicaciones puntuales por año.
- Indicaciones específicas sobre evaluación .

La introducción plantea ideas generales del área y hace referencia a los otros ciclos. “Propósito de la enseñanza” resume lo que se pretende en el área durante el ciclo, que se completa con “Habilidades generales” que se desea promover en el ciclo; se trata de una síntesis de las habilidades específicas del área.

La sección de “Conocimientos, habilidades específicas e indicaciones puntuales” se organiza en forma tabular en tres columnas: la primera con los conocimientos, la segunda con las habilidades específicas asociadas a los conocimientos, y en una tercera columna se dan *indicaciones puntuales* sobre los alcances de los contenidos, con la inclusión de ejemplos o sugerencias de método. Las habilidades específicas se numeran para cada año lectivo. Esta es la parte más amplia del programa.

Conocimientos	Habilidades específicas	Indicaciones puntuales
---------------	-------------------------	------------------------

Inmediatamente después de esta sección se incluyen algunas indicaciones específicas sobre evaluación.

Dado que la columna de indicaciones puntuales incluye sugerencias sobre la realización de los procesos matemáticos, ejemplos de situaciones-problema, consideración de las actitudes-creencias, el uso adecuado de tecnologías y de la historia de las matemáticas, se puede correr el riesgo que el docente no diferencie los aspectos que se contemplan en ella. Por este motivo se implementa la siguiente simbología para facilitar su lectura y comprensión:

Aspecto	Símbolo
Indicación puntual	▲
Situación-problema	😊
Procesos	⚙️
Actitudes y creencias	💡
Elementos de historia de las matemáticas	📖



Introducción

El Tercer ciclo resume y amplía tópicos que se vieron en la educación primaria y lo que es central los formaliza, es decir, los incorpora en términos más abstractos y donde se ofrece justificación matemática. También, y como característica esencial, introduce nuevos conocimientos y habilidades en un nivel cognoscitivo y demanda cognitiva superiores. Debe prestarse mucha atención a la autoestima que tienen los estudiantes en su dominio de las matemáticas pues este nuevo salto en abstracción y complejidad, en un entorno que resulta muy distinto para ellos por muchas razones, puede afectar su rendimiento y por eso mismo también es crucial estimular la perseverancia.

Medidas se desarrollará de una forma transversal como parte de las situaciones-problema que aparecen en las otras áreas, es decir: se busca su presencia como una dimensión que sustente objetivos de contextualización (los objetos en la realidad medibles), así como el refuerzo de oportunidades para el desarrollo de objetivos curriculares en esas áreas (por ejemplo, la imposibilidad de encontrar una unidad de medida en ciertas relaciones numéricas –los inconmensurables- puede introducir el sentido de los irracionales).

Mientras *Números* disminuye su valor relativo frente a las otras áreas *Relaciones y álgebra* ocupa un lugar significativamente mayor que el que tuvo en la primaria, lo que es característica de toda la educación secundaria.

En el caso de *Números* el ciclo incluye los números enteros, racionales y reales; cada uno de estos sistemas numéricos posee especiales condiciones epistemológicas: por ejemplo, en los enteros el número negativo, en los reales su naturaleza tan distinta de los otros números. Se insiste en sus diferentes representaciones y también en su capacidad de intervenir en problemas del entorno. Con una buena aproximación a los irracionales se puede fortalecer el proceso de razonamiento, argumentación y demostración (por ejemplo, al mostrar que $\sqrt{2}$ no es racional).

En *Geometría* se formalizan los conceptos y procedimientos aprendidos intuitivamente en la primaria, y se robustecen los aspectos deductivos que supone. El tema de semejanzas y congruencias, que se introduce a partir de homotecias, siempre ha sido un terreno fértil para mostrar la argumentación matemática. En este ciclo se profundiza mucho la conexión entre *Geometría y Relaciones y álgebra*.

En *Relaciones y álgebra* se introducen las ecuaciones de primer y segundo grados, tópicos que se asocian a la función lineal y cuadrática respectivamente (en 8° y 9° Año); se busca el dominio de varias representaciones matemáticas de las relaciones estudiadas. Si bien en la educación primaria se buscó identificar y usar modelos matemáticos sencillos por medio de los conceptos y procedimientos presentes en esos niveles educativos, ahora se da un salto cualitativo en esos objetivos debido a las posibilidades que brindan los nuevos objetos matemáticos que se introducen.

En *Estadística y probabilidad* se formalizan los conceptos y procedimientos desarrollados en la educación primaria y se refuerzan las habilidades para la recolección de datos y la medición estadística en diversas situaciones. Esta área permite insistir en la utilidad de las matemáticas en diferentes áreas

del conocimiento y es muy sencillo motivar acciones colaborativas en el desarrollo de muchas de las tareas matemáticas que plantea.

Números

Introducción

Al ingresar al Tercer ciclo los estudiantes traen la habilidad de comparar y operar números naturales y con expansión decimal hasta la diezmilésima. La potenciación se trabaja en 6° Año, pero con ejemplos muy básicos, principalmente de cuadrados y cubos perfectos. Con respecto a las fracciones, dominan sus diferentes representaciones y su operatoria. Conocen algunos conceptos de la teoría de números, como por ejemplo número primo, compuesto, divisores, múltiplos, entre otros. Todos estos conceptos fueron desarrollados a través de la resolución de problemas.

El área de *Números* es el eje medular de la primaria. Ahora *Relaciones y Álgebra* toma importancia al ser necesarias las generalizaciones de reglas y procedimientos. No obstante, la conceptualización de los números enteros, racionales, irracionales y reales junto con su operatoria son temas fundamentales en este ciclo y en toda la secundaria.

Para este ciclo se abarca el cálculo de sumas, restas, multiplicaciones, divisiones, potenciación y radicación para los números enteros, racionales e irracionales, dando un especial énfasis al cálculo operatorio y a las diferentes representaciones de los números reales.

Para introducir los números enteros negativos en 7° Año, los racionales en 8° Año y los irracionales y reales en 9° Año se deben plantear actividades que justifiquen la necesidad del respectivo grupo de números.

Esta área tiene una conexión directa con las otras áreas matemáticas (*Medidas, Geometría, Relaciones y álgebra y Estadística y probabilidad*), así como con las otras materias que se imparten a este nivel, por lo que es fundamental seguir trabajando las operaciones ejemplificadas a través de la resolución de problemas contextualizados.

Si desde primaria se ha trabajado la contextualización activa de los conceptos a través de situaciones-problema, entonces en este Tercer ciclo se deben aprovechar estos recursos y continuar trabajando en la misma línea para que la deducción de los nuevos conceptos sea más significativa.

Todo esto prepara para que el estudiante pueda utilizar los números reales en sus diferentes representaciones para la resolución de problemas en contextos variados y para el cálculo operatorio.

Propósitos de la enseñanza

Los propósitos de la enseñanza de los *Números* son que el estudiante adquiera la habilidad de utilizar los números reales en cualquiera de sus representaciones y que elaboren estrategias para realizar cálculos con ellos.

Habilidades generales

Las habilidades generales que deberán tener los estudiantes en el área de *Números* al finalizar el Tercer ciclo son:

- Realizar cálculos usando números reales en sus diferentes representaciones.
- Utilizar conocimientos de teoría de números en la resolución de problemas contextualizados o propios de esta rama.
- Comprender con claridad el concepto de número racional e irracional y sus diferentes representaciones.
- Identificar y utilizar la potenciación y radicación en diferentes contextos.
- Comparar números reales en sus diferentes representaciones.
- Seleccionar y aplicar métodos y herramientas para calcular y operar números reales.
- Utilizar la estimación, el cálculo mental, el papel y lápiz o la calculadora, según sea el caso, para el cálculo de operaciones con números enteros, racionales y reales.
- Resolver problemas en diferentes contextos.

Se deben fortalecer actitudes y creencias positivas hacia las matemáticas, pues en esta área se puede persuadir al estudiante sobre su utilidad, mediante las diferentes situaciones-problema que se propongan.

Como se ha insistido en primaria y se debe hacer énfasis en este ciclo, el trabajo operatorio con los números, utilizando las diferentes representaciones de un número, da pie para desarrollar el proceso de representación. Además, al trabajar con nuevos números (negativos, racionales e irracionales), se amplía la cantidad de opciones para conectarlos con otras áreas de la matemática u otras ciencias. Por ejemplo, al resolver una ecuación en 8 Año solo se pueden obtener soluciones racionales mientras que en noveno su solución puede ser cualquier número real.

Conocimientos, habilidades específicas e indicaciones puntuales

7° Año		
Conocimientos	Habilidades específicas	Indicaciones puntuales
Números naturales • Prioridad de operaciones • Potencias	1. Aplicar la prioridad de operaciones en expresiones que presenten combinación de operaciones con paréntesis o sin ellos.	▲ Es necesario retomar los algoritmos que permiten resolver operaciones con números naturales, no perdiendo de vista que más adelante esta operacionalidad será necesaria para enfrentar con éxito el trabajo con números enteros. Este repaso debe ir dirigido a corregir errores típicos que pueden surgir cuando los estudiantes resuelven operaciones combinadas; el planteo de problemas en este sentido puede ser una herramienta que le permita al estudiante justificar procedimientos. Por ejemplo, se plantea el siguiente problema: ☺ Jorge va a un establecimiento de comidas rápidas con sus amigos y ordena 1 hamburguesa, 3 porciones de pollo, 2 tacos y 6 refrescos medianos. Los precios a pagar por cada producto son ¢950, ¢1150, ¢750 y ¢700 respectivamente. Plantee una operación que permita obtener el total a pagar por Jorge y sus amigos. Luego resuélvala. Se espera que el estudiante escriba la operación

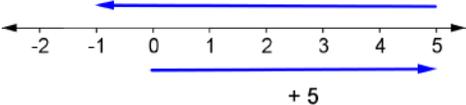
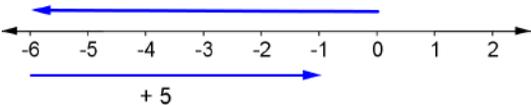
		<p>$950 + 3 \cdot 1150 + 2 \cdot 750 + 6 \cdot 700$</p> <p>Un error común es realizar la primera operación que aparece de izquierda a derecha (en este caso la suma) y a dicho resultado aplicar la operación siguiente. Aquí el mismo contexto del problema debe propiciar de forma natural que se hagan primero los productos correspondientes para finalmente sumar los resultados.</p> <p>▲ Las operaciones combinadas no deben exceder de dos términos, donde en cada uno de ellos sólo se haga uso de a lo sumo un paréntesis. En el interior de cada paréntesis sólo incluir a lo sumo dos diferentes tipos de operaciones. Por ejemplo:</p> <p>a. $24 \div 8 + 5 \cdot 3 =$ b. $7 - (5 - 2 \cdot 2) =$ c. $5(2^3 - 5) - 8 \div (7 - 2 \cdot 3) =$ d. $3^2(10 \div 2 + 9) - 3(12 \div 4 \cdot 3) =$</p> <p>▲ La idea de trabajar con números naturales al iniciar el 7º Año es repasar las operaciones básicas de la educación primaria y luego trabajar con operaciones combinadas más complejas. Es importante enfatizar el por qué de la prioridad en las operaciones combinadas, y cómo estas situaciones se pueden contextualizar mediante el planteo de problemas como el que se introduce abajo.</p>
	<p>2. Aplicar el concepto de potencia y la notación exponencial en el cálculo de expresiones numéricas.</p>	<p>▲ Se puede introducir el tema expresando múltiplos de 10 como potencias de base 10 y realizar la representación de productos con factores iguales como potencia y viceversa, para luego identificar cuadrados y cubos perfectos. Luego, se trabaja con ejercicios básicos de operaciones como verificar si las siguientes afirmaciones son falsas o verdaderas:</p> <p>$(5 + 7)^2 = 5^2 + 7^2$ $(6 - 2)^2 = 6^2 - 2^2$ $(8 \cdot 3)^2 = 8^2 \cdot 3^2$ $(9 \div 3)^2 = 9^2 \div 3^2$</p>
<p>Teoría de números</p> <ul style="list-style-type: none"> • Divisibilidad • Factor • Múltiplo • Números primos • Números compuestos • Descomposición prima 	<p>3. Aplicar los conceptos de divisibilidad, divisor, factor y múltiplo de un número natural en diferentes contextos.</p>	<p>▲ La teoría de números permite retomar los conceptos y propiedades numéricas de la educación primaria y darles un mayor nivel de profundidad.</p> <p>▲ Es importante que a través del uso de la pregunta dirigida se repasen estos conceptos. Por ejemplo, el docente (D) escribe en la pizarra el número 120 y puede dirigir un diálogo con sus estudiantes de la siguiente forma:</p> <p>D: ¿Qué números dividen al 120 y por qué? Ester: Dos profe, ya que es un número par. D: Correcto. ¿Dicho número tiene más divisores? Allan: Sí, el tres, dado que sus cifras suman un número que es múltiplo de tres. También el cinco pues termina en cero. D: ¿Este número es múltiplo de 10?</p>

<ul style="list-style-type: none"> • Mínimo Múltiplo Común • Máximo Divisor Común • Algoritmo de la división 		<p>Melvin: Sí, porque $12 \cdot 10 = 120$.</p> <p>D: Muy bien. (El docente escribe lo siguiente:)</p> <ol style="list-style-type: none"> a. $120 = 12 \cdot 10$ b. $120 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5$ c. $120 = 2^3 \cdot 3 \cdot 5$ d. $120 = 2 \cdot 12 \cdot 5$ <p>D: ¿Cuál de las representaciones anteriores corresponde a la descomposición en factores primos del número 120?</p> <p>Xinia: La opción b y c ya que las otras contienen cantidades que no corresponden a números primos.</p> <p> Es claro que el uso de la pregunta dirigida en forma adecuada permite al estudiante establecer procesos de comunicación y argumentación con el docente.</p> <p>▲ Luego se pueden resolver problemas como los dados a continuación para evidenciar el manejo de los conceptos.</p> <p>☺ Los números 1, 2, 3, 4, 5, ... se escriben en orden sucesivo por renglones según la siguiente regla: En el primer renglón va únicamente el 1; después, a partir del segundo renglón, en cada renglón se escribe doble cantidad de números que en el renglón anterior (para ilustrar, en la figura se escribieron los cuatro primeros renglones). ¿En qué número de renglón queda escrito el 2002?</p> <p>1 2- 3 4 -5-6-7 8-9-10-11-12-13-14-15</p> <p>☺ En un avión que salió de Costa Rica había 30 mujeres y algunos hombres. Cuando hizo escala en Lima subieron 26 hombres y 26 mujeres y no bajó nadie. Al despegar nuevamente, el número de mujeres era dos quintas partes del número total de pasajeros. ¿Cuántos hombres había entre los pasajeros del avión antes de la escala en Lima?</p> <p>☺ Escriba todos los números mayores que 6000 y menores que 10 000 que tienen el producto de sus dígitos igual a 343.</p> <p>Fuente: http://www.mat.uson.mx/eduardo/entrsprese12002.pdf</p>
	<p>4. Identificar números primos y compuestos.</p>	<p> Se puede desarrollar este tema por medio del componente histórico, proponiendo investigaciones a cargo de los estudiantes acerca del uso de la Criba de Eratóstenes, o bien los métodos utilizados por los matemáticos de la antigüedad para generar números primos. Por ejemplo: el matemático suizo Euler (1707-1783) propuso una fórmula que sirve para obtener números primos</p> $P(n) = n^2 - n + 41.$ <p>Sin embargo, para $n = 41$ el resultado es un número compuesto.</p>
	<p>5. Descomponer un número en sus factores primos.</p>	<p>▲ Se puede plantear el siguiente problema:</p> <p>☺ Escriba todos los números menores que 1000 en los que el producto de sus dígitos sea 30.</p> <p> Se pretende que el estudiante argumente y</p>

		<p>discuta con los demás compañeros las estrategias usadas y comuniquen sus resultados para su respectiva valoración.</p> <p>▲ Es importante que el estudiante tenga claro cómo descomponer un número en sus factores primos, pues son comunes en errores como el siguiente: Descomposición del número 40:</p> <table style="display: inline-table; vertical-align: middle;"> <tr> <td style="padding-right: 20px;">Forma correcta</td> <td>Forma incorrecta</td> </tr> <tr> <td style="padding-right: 20px;">40 2</td> <td>40 4</td> </tr> <tr> <td style="padding-right: 20px;">20 2</td> <td>10 2</td> </tr> <tr> <td style="padding-right: 20px;">10 2</td> <td>5 5</td> </tr> <tr> <td style="padding-right: 20px;">5 5</td> <td style="border-top: 1px solid black; padding-top: 2px;">4 · 2 · 5</td> </tr> <tr> <td style="padding-right: 20px;">1 </td> <td></td> </tr> <tr> <td style="border-top: 1px solid black; padding-top: 2px;">$2^3 \cdot 5$</td> <td></td> </tr> </table> <p>Donde 4 no es un factor primo.</p>	Forma correcta	Forma incorrecta	40 2	40 4	20 2	10 2	10 2	5 5	5 5	4 · 2 · 5	1		$2^3 \cdot 5$	
Forma correcta	Forma incorrecta															
40 2	40 4															
20 2	10 2															
10 2	5 5															
5 5	4 · 2 · 5															
1																
$2^3 \cdot 5$																
	6. Aplicar el algoritmo para obtener el mínimo común múltiplo y máximo común divisor de dos números.	<p>▲ Se puede introducir el tema a través de un problema como por ejemplo:</p> <p>☺ Lorena es una estudiante que utiliza el Facebook cada 6 días. Su amigo Luis lo accesa cada cinco días y su hermano Alex ingresa cada 8 días. Si ellos coincidieron en su visita al Facebook el día 24 de julio, ¿en qué fecha vuelven los tres a coincidir?</p> <p>▲ Los estudiantes comparten las diferentes metodologías que usaron para resolverlo. Luego se formaliza el concepto y el algoritmo.</p>														
	7. Resolver problemas donde se utiliza el mínimo común múltiplo y el máximo común divisor.	<p>▲ Se puede implementar problemas como el siguiente:</p> <p>☺ Damaris y Johan tienen 25 lentejuelas blancas, 15 azules y 90 rojas. Ellos quieren hacer el mayor número de collares iguales sin que sobre ninguna lentejuela.</p> <p>a. ¿Cuántos collares iguales pueden hacer? b. ¿Qué número de lentejuelas de cada color tendrá cada collar?</p>														
	8. Aplicar el algoritmo de la división en la resolución de ejercicios y problemas.	<p>▲ El algoritmo de la división establece que si a, b son enteros positivos entonces existen únicos q, r enteros positivos, tales que</p> $b = a \cdot q + r$ <p>con $0 \leq r < a$. A q se le llama cociente y a r se le llama residuo. Por ejemplo, en la expresión</p> $49 = 9 \cdot 5 + 4$ <p>los valores 5 y 4 se pueden hallar realizando la operación $49 \div 9$.</p> <p> Se puede utilizar para demostraciones muy sencillas, como por ejemplo probar que todo número natural es par o es impar. Esto permite fortalecer el razonamiento, la argumentación y la demostración matemática.</p>														
<p>Números enteros</p> <ul style="list-style-type: none"> • Enteros negativos • Concepto de número entero • Valor absoluto 	9. Identificar números enteros negativos en diversos contextos.	<p>▲ Proponer una actividad donde se establezca la necesidad de ampliar el conjunto de los números naturales. Por ejemplo, en el planteo de operaciones como $6 - 11$ o $11 - 40$, se puede discutir las razones del por qué se considera que dicha operación no tiene sentido y dejar latente la inquietud en el estudiante de que dichas operaciones pueden ser representadas por un nuevo tipo de número.</p>														

<ul style="list-style-type: none"> • Relación de orden • Recta numérica 	<p>Posteriormente, se implementa un problema donde los estudiantes respondan preguntas como:</p> <p>☺ El yak es un animal que habita en las montañas del Tibet a unos 5000 m sobre el nivel del mar y el cachalote vive 5900 m más abajo. Determine la altura en la que suele vivir este último. Respuesta: 900 m bajo el nivel del mar.</p> <p>☺ La temperatura promedio en la ciudad de San José es de 25 °C durante el invierno. Ciudades como Nueva York pueden experimentar hasta 30 °C menos. Describa a qué temperatura puede estar dicha ciudad. Respuesta: podría experimentar temperaturas de hasta 5 °C bajo cero.</p> <p>☺ Ana compró un celular en ₡53 500 y un disco en ₡11 500. Al llegar a la caja se da cuenta que lleva ₡60 000 para pagar. ¿Es suficiente la cantidad de dinero que posee Ana para pagar? Si no es suficiente, ¿cuánto dinero le haría falta? Respuesta: no lleva dinero suficiente, pues le hacen falta ₡5000.</p> <p>☺ Luis se dirige a la pulpería que se ubica a 100 m al este de su casa. Luego visita una tía que se encuentra a 200 m al sur de la pulpería. Si se toma como referencia la casa de Luis, determine la dirección de la casa de la tía. Respuesta: Se ubica 100 m Oeste de la casa de Luis.</p> <p> Esta actividad permite que el estudiante utilice las formas de representación gráfica como un insumo para la resolución de estas situaciones. El docente debe utilizar esto para formalizar la existencia y representación de los números enteros negativos, así como otros contextos donde suelen ser usados.</p> <p>▲ Posteriormente se pueden plantear problemas donde ya se haga uso de la notación de número negativo para la interpretación de información. Por ejemplo:</p> <p>☺ En el siguiente cuadro aparecen las ganancias o pérdidas en cada mes en el año 2011 de una empresa:</p> <div data-bbox="860 1291 1396 1627" data-label="Figure"> <table border="1"> <caption>Ventas de la compañía (en millones de colones)</caption> <thead> <tr> <th>Mes</th> <th>Ventas (millones de colones)</th> </tr> </thead> <tbody> <tr><td>Enero</td><td>16</td></tr> <tr><td>Febrero</td><td>11</td></tr> <tr><td>Marzo</td><td>14</td></tr> <tr><td>Abril</td><td>2</td></tr> <tr><td>Mayo</td><td>-2</td></tr> <tr><td>Junio</td><td>0</td></tr> <tr><td>Julio</td><td>-10</td></tr> <tr><td>Agosto</td><td>-8</td></tr> <tr><td>Set</td><td>10</td></tr> <tr><td>Oct</td><td>22</td></tr> <tr><td>Nov</td><td>15</td></tr> <tr><td>Dic</td><td>21</td></tr> </tbody> </table> </div> <ol style="list-style-type: none"> ¿En qué meses la empresa tuvo pérdidas? ¿En qué meses la empresa tuvo ganancias? ¿En qué meses no hubo ni ganancias ni pérdidas? ¿Cuál es la ganancia total en los primeros seis meses? ¿Cuál es la ganancia total en el segundo semestre? ¿Cuál fue la situación de la empresa en los meses de mayo, junio, julio y agosto? 	Mes	Ventas (millones de colones)	Enero	16	Febrero	11	Marzo	14	Abril	2	Mayo	-2	Junio	0	Julio	-10	Agosto	-8	Set	10	Oct	22	Nov	15	Dic	21
Mes	Ventas (millones de colones)																										
Enero	16																										
Febrero	11																										
Marzo	14																										
Abril	2																										
Mayo	-2																										
Junio	0																										
Julio	-10																										
Agosto	-8																										
Set	10																										
Oct	22																										
Nov	15																										
Dic	21																										

	<p>10. Utilizar la relación de orden en los números enteros para la resolución de ejercicios y problemas.</p> <p>11. Ubicar en la recta numérica números enteros.</p>	<p>☺ En Santiago de Chile se han registrado el promedio de las temperaturas durante los meses del último año, como se muestra en la siguiente tabla:</p> <table border="1" data-bbox="954 275 1349 657"> <thead> <tr> <th>Mes</th> <th>Temperatura</th> </tr> </thead> <tbody> <tr><td>Enero</td><td>22°C</td></tr> <tr><td>Febrero</td><td>30°C</td></tr> <tr><td>Marzo</td><td>29°C</td></tr> <tr><td>Abril</td><td>19°C</td></tr> <tr><td>Mayo</td><td>10°C</td></tr> <tr><td>Junio</td><td>5°C</td></tr> <tr><td>Julio</td><td>-6°C</td></tr> <tr><td>Agosto</td><td>-9°C</td></tr> <tr><td>Setiembre</td><td>0°C</td></tr> <tr><td>Octubre</td><td>-2°C</td></tr> <tr><td>Noviembre</td><td>6°C</td></tr> <tr><td>Diciembre</td><td>10°C</td></tr> </tbody> </table> <p>a. ¿Cuál fue el mes donde hubo menor temperatura?</p> <p>b. ¿Cuál fue el mes donde hubo mayor temperatura?</p> <p>c. ¿Dónde hubo mayor temperatura en Julio o en Noviembre?</p> <p>d. Ordene las temperaturas de menor a mayor.</p> <p>e. Ubique en la recta numérica las temperaturas.</p> <p> Es conveniente recurrir a las representaciones gráficas de problemas análogos a los desarrollados en la habilidad 9 para solicitar a los estudiantes que representen cantidades en la recta numérica y así establecer conexiones con otras áreas del saber. Por ejemplo, se podría elaborar una línea de tiempo con los años en que ocurrieron hechos históricos relevantes antes y después de Cristo, o bien una representación de las temperaturas promedio características de los climas que se presentan en el mundo. Después se puede formalizar la noción de recta numérica a partir de dichas representaciones.</p>	Mes	Temperatura	Enero	22°C	Febrero	30°C	Marzo	29°C	Abril	19°C	Mayo	10°C	Junio	5°C	Julio	-6°C	Agosto	-9°C	Setiembre	0°C	Octubre	-2°C	Noviembre	6°C	Diciembre	10°C
Mes	Temperatura																											
Enero	22°C																											
Febrero	30°C																											
Marzo	29°C																											
Abril	19°C																											
Mayo	10°C																											
Junio	5°C																											
Julio	-6°C																											
Agosto	-9°C																											
Setiembre	0°C																											
Octubre	-2°C																											
Noviembre	6°C																											
Diciembre	10°C																											
	<p>12. Calcular el opuesto y el valor absoluto de un número entero.</p>	<p>▲ El docente puede proponer una actividad donde los estudiantes enuncien cantidades que son opuestas en diversos contextos y formalizar este concepto en la recta numérica. Es necesario utilizar el símbolo “-” (símbolo de resta) para denotar el cálculo del opuesto de un número dado. Así el opuesto de -31 se denotaría simbólicamente</p> $-(-31) = 31$ <p>y el opuesto de 24</p> $-(24) = -24 \quad \text{o bien} \quad -24 = -24$ <p>▲ Se inicia con un problema que permita establecer la diferencia entre el valor relativo y el valor absoluto de un número entero. Por ejemplo:</p> <p>☺ Carolina sale de su casa y se dirige al hogar de su mamá que se ubica 2 km al sur del suyo. Luego de saludarla y conversar con ella, le informan que su hermano Andrés (quien estudia en el extranjero y</p>																										

		<p>llevaba más de 5 años de no visitar a su familia) llegó a Costa Rica y que se encuentra en su casa de habitación, a 750 m norte de la casa de su mamá por lo que ellas se dirigen para darle la bienvenida. Considerando como punto de referencia la casa de Carolina:</p> <ol style="list-style-type: none"> Determine su ubicación actual en metros. Determine la distancia en metros que hay entre la casa de Carolina y la de su hermano. <p>▲ La definición de valor absoluto para números enteros que se debe formalizar es la siguiente: Es la distancia que existe entre un número entero y el cero en la recta numérica.</p> <p>▲ Verificación de propiedades con ejemplos numéricos, tal como: un número entero y su opuesto tienen el mismo valor absoluto. Después de ver las operaciones con números enteros se puede proponer la verificación de las siguientes propiedades:</p> $ a \cdot b = a \cdot b $ $ a + b \leq a + b $
<p>Operaciones</p> <ul style="list-style-type: none"> • Suma • Resta • Multiplicación • División 	<p>13. Desarrollar el concepto de suma de números enteros.</p> <p>14. Desarrollar el concepto de resta de números enteros.</p> <p>15. Desarrollar el concepto de la multiplicación y división de números enteros.</p>	<p>▲ Se puede esclarecer el concepto mediante el planteo de problemas. Por ejemplo:</p> <p>☺ Buceando, Edwin se encontraba a 9 m bajo el nivel del mar. Si Edwin descendió 8 m más, ¿a qué profundidad estaba?</p> <p>☺ Pedro debe a Juan ₡250 000 y le cancela ₡110 000. ¿Cuánto le queda debiendo Pedro a Juan?</p> <p> Al resolver los problemas anteriores, en la etapa de discusión es necesario inducir al estudiante para que represente con números enteros positivos o negativos los datos y pueda así enunciar estrategias que permitan establecer los algoritmos correspondientes.</p> <p>▲ Conviene utilizar la representación de estas operaciones en la recta numérica para afianzar desde otra perspectiva los algoritmos correspondientes. Por ejemplo:</p> <ol style="list-style-type: none"> La operación $5 + -6$ se puede representar  <ol style="list-style-type: none"> La operación $-6 - -5$ se puede representar  <p>donde el símbolo de resta representa un cambio de dirección en el desplazamiento que sugiere el segundo término. En este caso se desplazó hasta -6 y no se siguió el desplazamiento hacia la izquierda (como lo sugeriría el número -5) sino que se movió en la dirección contraria.</p> <p>▲ Se debe enfatizar en los estudiantes el por qué de la ley de signos. Para ello el docente puede plantear problemas análogos al siguiente:</p>

		<p>☺ Determine el resultado de la operación $5 \cdot -4$.</p> <p>Se espera que los estudiantes utilicen la noción de producto como suma sucesiva y que verifiquen con operaciones análogas que se sigue cumpliendo la tendencia en el signo del resultado.</p> <p>$5 \cdot -4 = -4 + -4 + -4 + -4 + -4 = -20$</p> <p>Se puede usar la doble negación para justificar las leyes de signos.</p> <p>▲ La división es con cociente entero y residuo cero.</p>
	16. Utilizar las propiedades de conmutatividad y asociatividad de la adición y multiplicación para simplificar cálculos.	<p>▲ Por ejemplo si se desea resolver la operación $5 + -7 + 5 + -10$ un estudiante puede resolver primero $5 + 5$ luego $-7 + -10$ y finalmente se suman los resultados. Esto se justifica por la conmutatividad y la asociatividad de la suma y permite simplificar los cálculos.</p>
Cálculos y estimaciones <ul style="list-style-type: none"> • Suma • Resta • Multiplicación • División • Potencias • Raíces 	17. Calcular el resultado de sumas, restas, multiplicaciones y divisiones de números enteros.	<p>▲ El cálculo operatorio ocupa un lugar significativo y amplio dentro de esta área, por lo cual es importante que el estudiante pueda deducir un algoritmo para cada tipo de operación el cual establezca el cuidado con el tratamiento de los números negativos.</p>
	18. Calcular potencias cuya base sea un número entero y el exponente sea un número natural.	<p>▲ Verificación de las propiedades con números enteros</p> <p>$a^0 = 1, a \neq 0$</p> <p>$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$</p> <p>▲ Hacer hincapié en la diferencia entre las expresiones del tipo -5^2 y $(-5)^2$</p> <p>ya que la primera representa el opuesto de 5^2 (resultado negativo) y la segunda que -5 se eleva a la dos (resultado positivo).</p>
	19. Establecer la relación entre potencias y raíces como operaciones inversas.	<p>▲ Dar énfasis a la relación de potencias y raíces en el sentido</p> <p>$(-7)^3 = -343 \Leftrightarrow \sqrt[3]{-343} = -7$</p> <p>▲ También reforzar el concepto con ejemplos del tipo:</p> <p>$(-5)^2 = 25 \Leftrightarrow \sqrt{25} = -5 = 5$</p>
	20. Calcular la raíz cuadrada y la raíz cúbica de cuadrados y cubos perfectos, respectivamente.	<p>▲ Se debe retomar el concepto de raíz. En esta habilidad es fundamental el proceso de obtener la raíz sin el uso de la calculadora.</p>
	21. Calcular resultados de operaciones con números enteros en expresiones que incorporen la combinación de operaciones con paréntesis o sin ellos.	<p>▲ Las operaciones combinadas no deben exceder de dos términos, donde en cada uno de ellos sólo se haga uso de a lo sumo un paréntesis. En el interior de cada paréntesis sólo incluir a lo sumo dos diferentes tipos de operaciones. En algunos ejemplos, incluir potencias y raíces exactas. A continuación algunos ejemplos:</p> <p>a. $32(-\sqrt{49} + 5^3) =$</p>

		b. $3(-4 + 5 \cdot -3) + 5(-27 \div -9 - \sqrt{25}) =$ c. $((-2)^3 + 11) - 3(16 - 9 \cdot -2) =$
	22. Aplicar las operaciones con números enteros en la resolución de problemas.	 Se debe recalcar en el estudiante la importancia de entender el problema antes de iniciar su resolución y luego evaluar la respuesta obtenida.

Indicaciones de evaluación

En el cálculo de operaciones con números enteros, racionales y radicales las operaciones deben ser sencillas y sin muchos paréntesis. La evaluación de estas habilidades debe ser coherente con el trabajo en el aula.

En este ciclo se seguirá evaluando la aplicación de las operaciones en la resolución de problemas, generalizando a números enteros, en cualquiera de sus representaciones.

Es esencial que los estudiantes comprendan, identifiquen, representen y operen los números reales en diversos contextos pues son la base de las matemáticas que se estudiarán en el Ciclo diversificado.

La calculadora es útil en la simplificación de cálculos complejos o extensos y no para resolver ejercicios básicos de operaciones. Para evaluar el uso correcto de la calculadora se puede realizar una sección en el examen (un problema o varios) donde el uso de este instrumento facilita su resolución.

Para el trabajo extraclase, se pueden asignar tareas que permitan seguir activando los procesos de argumentación y representación en temáticas como la resolución de problemas por medio del uso de las operaciones básicas y los conceptos de Teoría de números. Para algunas de las habilidades que sugieren en sus indicaciones puntuales un abordaje por medio del uso de la Historia de las matemáticas, los estudiantes pueden elaborar una pequeña investigación donde el docente delimita los alcances de la misma. Por ejemplo, cuando se está estudiando la criba de Eratóstenes, el docente puede proponer investigar su origen y recopilar otros aportes realizados por este matemático.

En cuanto al trabajo cotidiano es importante evidenciar el progreso que los estudiantes experimentan al trabajar tópicos relacionados con las operaciones con números enteros, particularmente lo concerniente a su desenvolvimiento en la resolución de problemas del entorno. Es por eso que se puede implementar el uso del portafolio como una herramienta que recopile el trabajo realizado por los estudiantes durante las actividades desarrolladas en el salón de clase.

En las pruebas escritas es importante implementar ítems que permitan la integración de varias habilidades específicas para su evaluación.

En 7° Año, la mayoría de conocimientos se pueden evaluar a un nivel de reproducción. Sin embargo, conocimientos alusivos a resolución de problemas donde se apliquen las operaciones con números naturales y enteros, Máximo Común Divisor y Mínimo Común Múltiplo deben ser evaluados en la parte de desarrollo utilizando ítems con un nivel de dificultad de conexión y reflexión. Por ejemplo:

Dora y Enrique van en bicicleta y salen del mismo lugar. Dora avanza 4 km y luego retrocede 1 km, mientras que Enrique avanza 6 km y retrocede 4 km.

- a) ¿A qué distancia se encuentra uno del otro?
- b) ¿Quién ha avanzado más de los dos?
- c) ¿Quién ha recorrido más km?

Geometría

Introducción

Al ingresar al III ciclo, los estudiantes tendrán la habilidad de reconocer figuras geométricas, identificar sus elementos constituyentes y realizar algunas construcciones sencillas; además, reconocerán y aplicarán diferentes características de los triángulos y los cuadriláteros, incluyendo el cálculo de sus perímetros y áreas. Deberán tener un conocimiento básico de diversos polígonos y de la circunferencia, reconocer los cuerpos sólidos y poder establecer algunas conexiones elementales entre ellos y las figuras planas por medio de problemas y ejercicios.

En el Tercer ciclo se reforzarán estas habilidades y se avanzará en profundidad en el conocimiento de características y propiedades de las figuras geométricas. Particularmente, se profundizará en la abstracción y, aunque no se pretende un estudio axiomático de la misma, sí se dará énfasis a la argumentación deductiva. También se introducirán nociones de geometría analítica y la noción de transformación geométrica en el plano mediante la *homotecia* de puntos y figuras poligonales. Este tema es de suma importancia no solo para introducir las nociones básicas de semejanza como puntos, ángulos y segmentos homólogos, sino también para visualizar los “movimientos de objetos” en el plano. Además, el desarrollo de habilidades referidas a este tema tomará gran relevancia en la resolución de problemas de diferente índole y en actividades como el arte y el dibujo técnico entre otros. Por otra parte, se continuará el estudio de elementos que permitan la ubicación y visualización espacial.

Con respecto al desarrollo de la congruencia y la semejanza de triángulos, no se quiere partir el tema en dos, sino más bien hacer un vínculo con el tema de homotecia, para así entender la congruencia de triángulos como la homotecia de razón 1 o -1 a un determinado triángulo y la semejanza de triángulos como la homotecia de razón diferente de 1 o -1. La importancia de los criterios de congruencia y semejanza radica en que servirán como herramienta para la argumentación de los resultados obtenidos por los estudiantes en la resolución de problemas, es por esto que se debe enfatizar en el vocabulario y simbología matemática.

Asimismo, es fundamental la aplicación del teorema de Pitágoras en diferentes contextos y espacios, como por ejemplo en el cálculo de la diagonal de una caja (tres dimensiones) o en figuras en el plano de coordenadas, ya que la utilización del teorema de Pitágoras de esta forma logrará subrayar la utilidad e importancia de este teorema. Además, la utilización del teorema de Pitágoras en el plano coordenado logrará introducir de forma natural la fórmula de la distancia entre dos puntos conociendo sus coordenadas, al visualizarse esta fórmula como un caso particular del teorema de Pitágoras.

Lo anterior prepara para un estudio en mayor profundidad de otras transformaciones en el plano que se realizará en el Ciclo diversificado.

Propósitos de la enseñanza

Los propósitos de la enseñanza de la *Geometría* en este ciclo son profundizar el conocimiento de propiedades de las figuras geométricas y ampliar en los estudiantes la capacidad de abstracción y razonamiento matemático.

Habilidades generales

Las habilidades generales que deberán tener los estudiantes en *Geometría* al finalizar el Tercer ciclo son:

- Identificar relaciones entre los conceptos básicos de la Geometría (puntos, rectas, segmentos, rayos, ángulos).
- Aplicar diversas propiedades de los triángulos.
- Aplicar diversas propiedades de los cuadriláteros.
- Utilizar nociones básicas de geometría analítica.
- Aplicar una homotecia a puntos y figuras.
- Calcular áreas y perímetros de polígonos.
- Aplicar el teorema de Pitágoras en la solución de problemas.
- Determinar la distancia entre dos puntos en el plano cartesiano dadas sus coordenadas.
- Visualizar características de las figuras geométricas tridimensionales.

Se fortalecerán las cinco actitudes centrales que plantea este currículo. En la resolución de los problemas se busca el uso de la intuición y la puesta en práctica de habilidades adquiridas, sin embargo también se quiere ir más allá de lo alcanzado por la intuición, introduciendo conocimientos y desarrollando habilidades nuevas. Es de suma importancia ampliar la perseverancia del estudiante al enfrentar problemas en los que se requiera una integración de habilidades y un mayor análisis. Para enfrentar con éxito estas condiciones es fundamental la participación activa y colaborativa con sus compañeros.

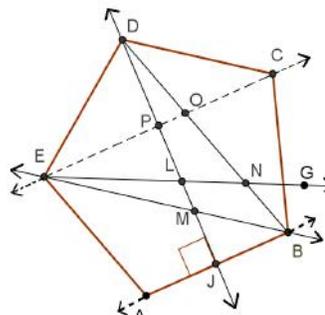
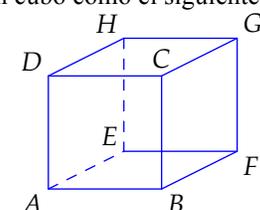
Históricamente la geometría ha estado asociada a fines prácticos y a las necesidades técnicas de la época. Desde la Antigüedad hasta la actualidad la geometría ha desarrollado conocimientos concretos y prácticos en distintas áreas y en diversos oficios; una actitud de confianza en la utilidad de las matemáticas se puede realizar con facilidad por medio de problemas contextualizados y relacionados con el entorno del estudiante. Con esto se logrará también una mayor autoestima en relación con el dominio de la matemática y respeto, aprecio y disfrute de las matemáticas.

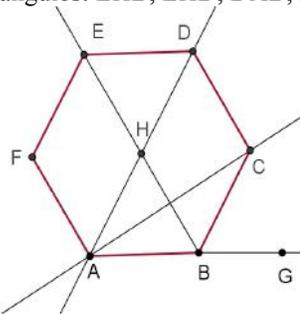
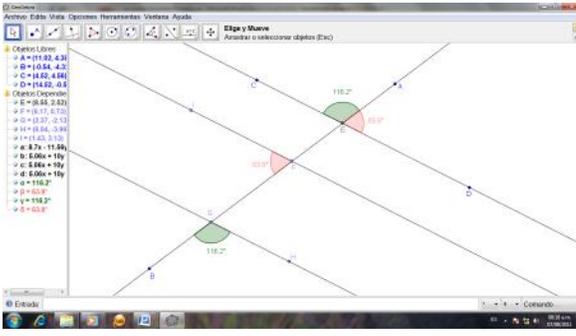
En cuanto a los procesos, se desarrollará la resolución de problemas en íntima conexión con *Medidas* y con otras áreas como el álgebra, la física, las ciencias sociales, entre otros, porque se busca que los problemas propuestos no estén aislados de la realidad, sino más bien estén intrínsecamente conectados con actividades humanas donde se necesiten los conocimientos geométricos. La mayoría de objetos geométricos son medibles y por eso la mayor cantidad de problemas pueden utilizar unidades de medida para así trabajar transversalmente el área de *Medidas*.

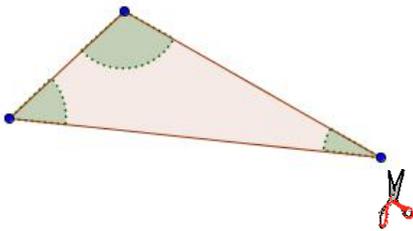
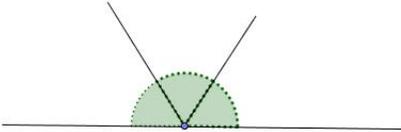
También se fortalecerá el proceso de razonamiento y argumentación en un nivel básico. El estudiante podrá respaldar sus razonamientos y conclusiones con argumentos matemáticos válidos, sin llegar a ser estrictamente demostraciones formales. Por ejemplo, podrá respaldar que dos triángulos son semejantes

con algún criterio de semejanza válido, o usando las coordenadas de los vértices de un triángulo podrá clasificarlos de acuerdo a la medida de sus ángulos y a la medida de sus lados.

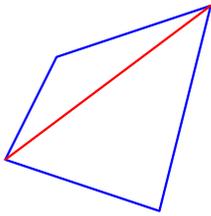
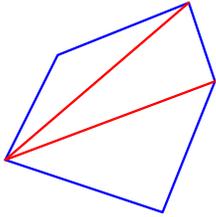
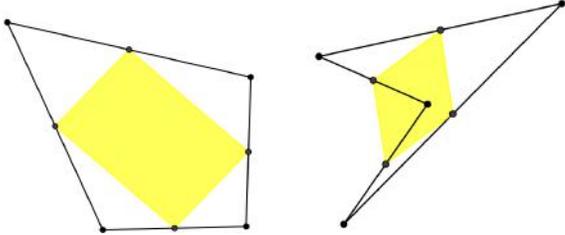
Conocimientos, habilidades específicas e indicaciones puntuales

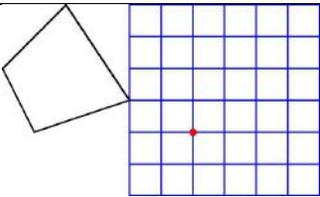
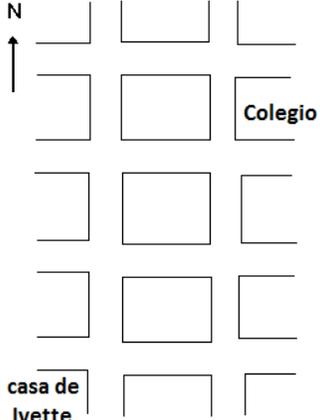
7° Año		
Conocimientos	Habilidades específicas	Indicaciones puntuales
<p>Conocimientos básicos</p> <ul style="list-style-type: none"> • Punto • Plano • Puntos colineales y no colineales • Puntos coplanares y no coplanares • Segmentos • Rectas • Semirrectas • Rayos • Rectas concurrentes • Rectas paralelas en el plano • Rectas perpendiculares en el plano 	<ol style="list-style-type: none"> 1. Identificar en dibujos y objetos del entorno puntos, segmentos, rectas, semirrectas, rayos, planos, puntos colineales y no colineales, puntos coplanares y no coplanares. 2. Identificar y trazar rectas paralelas, perpendiculares, concurrentes en diferentes contextos. 3. Utilizar la notación simbólica de cada concepto estableciendo relación con su representación gráfica. 4. Enunciar relaciones entre los conceptos geométricos mediante notación simbólica. 	<p>▲ Al ser conceptos básicos nuevos lo que se pretende es primero hacer su representación gráfica y establecer su notación. Luego, que el estudiante interprete la representación gráfica de los conceptos en objetos del entorno, puede también identificarlos y denotarlos en dibujos propuestos como el siguiente:</p>  <p>Si el pentágono que muestra la figura es regular, identificar y escribir la notación de</p> <ol style="list-style-type: none"> a. Un segmento b. Una recta c. Una semirrecta d. Un rayo e. Tres puntos colineales f. Tres puntos no colineales g. Dos rectas concurrentes h. Dos rectas perpendiculares i. Dos rectas paralelas
<p>Visualización espacial</p> <ul style="list-style-type: none"> • Caras • Aristas • Vértices • Rectas y segmentos paralelos • Rectas y segmentos perpendiculares • Planos Paralelos • Planos perpendi- 	<ol style="list-style-type: none"> 5. Reconocer en figuras tridimensionales diversos elementos como caras, aristas, vértices. 6. Establecer relaciones entre los diversos elementos de figuras tridimensionales: entre vértices, caras y aristas, rectas y segmentos paralelos y perpendiculares, planos paralelos y perpendiculares. 	<p>▲ Esto va de manera natural a continuación de lo estudiado previamente; incluso, puede idearse una actividad que permita introducir los conceptos básicos de la geometría plana en el contexto del repaso de los elementos del cubo que fueron estudiados en ciclos anteriores.</p> <p>▲ A partir de un cubo como el siguiente:</p>  <p>se puede realizar preguntas como éstas:</p> <ul style="list-style-type: none"> • ¿Qué aristas comparten el punto (vértice) C? • ¿Qué pares de planos son paralelos? • ¿Qué pares de planos son perpendiculares?

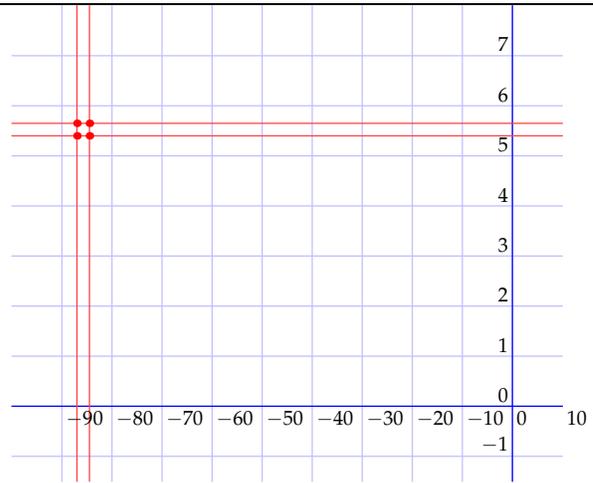
<p>culares</p>		<ul style="list-style-type: none"> • Señale un par de rectas paralelas • Señale un par de rectas perpendiculares <p>Estas preguntas, que pueden responderse de manera intuitiva, permitirán establecer los conceptos apropiados y la notación correspondiente.</p>
<p>Ángulos</p> <ul style="list-style-type: none"> • Clasificación según su medida • Clasificación según su posición • Congruencia • Complementarios • Suplementarios 	<p>7. Reconocer en diferentes contextos ángulos consecutivos, adyacentes, opuestos por el vértice.</p> <p>8. Identificar ángulos congruentes, complementarios, suplementarios, en diferentes contextos.</p> <p>9. Determinar medidas de ángulos sabiendo que son congruentes, complementarios o suplementarios con otros ángulos dados.</p> <p>10. Identificar ángulos determinados por tres rectas coplanares dadas.</p> <p>11. Determinar medidas de ángulos determinados por dos rectas paralelas y una transversal a ellas, conociendo la medida de uno de ellos.</p>	<p>▲ Se deben aprovechar estos contenidos para repasar el concepto de ángulo y la clasificación de los mismos ya estudiados en primaria.</p> <p>▲ Se puede utilizar algunos conceptos desarrollados en primaria (polígonos regulares) para proponer problemas. Por ejemplo:</p> <p>☺ Si el hexágono que se le presenta a continuación es regular, entonces determine las medidas de los ángulos: EHB, EHD, DAB, ABC, CBG, ACB.</p>  <p>▲ Puede también identificar una pareja de ángulos adyacentes, una pareja de ángulos opuestos por el vértice y un par lineal. Asimismo, se podría preguntar cuál es la relación de medida entre los ángulos DEB y EBA, así como EDA y DAB; y así buscar una correspondencia según la cual ED y AB son segmentos paralelos.</p>  <p>Asimismo, se puede utilizar la tecnología con el uso de un software adecuado para obtener de forma dinámica (moviendo un lado del ángulo) la representación gráfica de varios ángulos y de sus medidas (grados sexagesimales). Esto con el fin de establecer clasificaciones y relaciones entre los mismos.</p> 
<p>Triángulos</p> <ul style="list-style-type: none"> • Desigualdad triangular 	<p>12. Aplicar la desigualdad triangular.</p> <p>13. Aplicar la propiedad de la suma de las medidas de los ángulos in-</p>	<p>▲ La desigualdad triangular se puede introducir por medio de un problema como el siguiente, que también puede servir para introducir los otros conceptos.</p>

<ul style="list-style-type: none"> • Ángulos internos. • Ángulos externos. 	<p>ternos de un triángulo.</p> <p>14. Determinar medidas de ángulos internos y externos de un triángulo, conociendo medidas de los otros ángulos.</p>	<p>© En la casa de Cristian luego de una remodelación sobraron cuatro pedazos de cerca de 3,8 m; 4,3 m; 7,3 m y 8,1 m. Cristian desea utilizar ese material que sobró para hacer una cerca triangular para su perro Colitas, pero no sabe cuáles tres pedazos escoger para formar un triángulo. Intente ayudarle a Cristian.</p> <p>Se le pide al estudiante realizar varios dibujos en su cuaderno tomando como escala al centímetro como metro. Luego se le puede plantear varias interrogantes:</p> <ol style="list-style-type: none"> ¿Cuáles escogencias sirven y cuáles no? ¿Por qué algunas sirven y otras no? <p>De las opciones de escogencia que sirven, se le pide que mida los ángulos internos y los sume.</p> <p>¿Cuál ha sido la suma aproximada de los ángulos internos de los triángulos?</p> <p>Como ejercicios se pueden proponer tripletas de números para determinar si corresponden a los lados de un triángulo.</p> <p>▲ Luego, se le pide al estudiante que proponga una estrategia para saber cuál de los triángulos encontrados le proporcionaría más área a Colitas.</p> <p>Por último, se realiza la etapa de clausura para establecer las propiedades de desigualdad triangular, suma de los ángulos internos y suma de los ángulos externos.</p> <p> Con este tipo de problemas se busca la conexión con el área de <i>Medidas</i> y que se enfatice en el proceso de argumentación.</p> <p>▲ Para verificar que la suma de los ángulos internos de un triángulo es igual a 180° (ángulo llano), se les puede pedir a los estudiantes que construyan en cartón un triángulo cualquiera y recorten sus esquinas.</p>  <p>Luego, puedan comprobar el teorema uniendo las esquinas de la siguiente manera:</p>  <p> Aquí es importante que el estudiante comuni-</p>
--	---	---

<p>Cuadriláteros</p> <ul style="list-style-type: none"> • Áreas • Suma de medidas de ángulos internos • Suma de medidas de ángulos externos 	<p>15. Aplicar la propiedad de la suma de los ángulos internos de un cuadrilátero convexo.</p> <p>16. Aplicar la propiedad de la suma de los ángulos externos de un cuadrilátero convexo.</p> <p>17. Relacionar esta propiedad con la propiedad de la suma de los ángulos internos de un triángulo.</p> <p>18. Resolver problemas que involucren ángulos, triángulos, cuadriláteros, sus propiedades y cálculo de áreas.</p>	<p>que sus conclusiones a los compañeros.</p> <p>▲ Debe iniciarse con un repaso del cálculo de áreas de cuadriláteros mediante un problema como el siguiente:</p> <p>☺ Calcule el área aproximada de la Isla del Coco, de acuerdo al siguiente mapa.</p>  <p>Fuente: www.vivacostari.com</p> <p>La idea es visualizar la Isla del Coco como un cuadrilátero (por ejemplo: rectángulo) y tomando en cuenta la escala del mapa aproxime su área. También, para una mejor estimación, se podría dividir el mapa en varias figuras de áreas conocidas (triángulos, trapecios, cuadrados, rectángulos, entre otros) y comparar los diferentes resultados de los estudiantes. Con este ejercicio se estimula la creatividad de los estudiantes.</p>  <p>▲ Se puede trabajar en subgrupos de la clase y comparar las medidas para ver quienes dan la mejor aproximación.</p> <p>Nota: La isla del Coco tiene aproximadamente 7,6 km de largo y 4,4 km de ancho, por lo tanto su área es aproximadamente 33,44 km².</p> <p>🔗 Problemas como éste se relacionan de modo natural con unidades de medida y escala, además permiten procesos de comunicación de resultados y la argumentación.</p> <p>▲ Se puede inferir la suma de los ángulos internos de un cuadrilátero visualizándolo como dos triángulos</p>
---	--	--

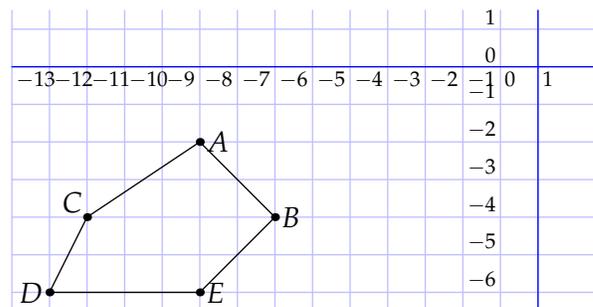
		<p>adheridos en un lado en común (diagonal del cuadrilátero).</p>  <p>Siguiendo este mismo procedimiento, como ejercicio adicional, se podría inducir la fórmula de la suma de los ángulos internos de un polígono convexo.</p>  <p> Este tipo de actividades requiere de la participación activa por parte de los estudiantes, es fundamental que el docente haga de estos espacios experiencias de aprendizaje, donde el alumno aprenda de sus propios errores y donde los estudiantes compartan las diferentes estrategias con toda la clase.</p>
	<p>19. Utilizar software de geometría dinámica para la visualización y la verificación de propiedades geométricas.</p>	<p> A través de la tecnología y una guía los estudiantes pueden “conjeturar” sobre algunas propiedades de los cuadriláteros. Por ejemplo: dado cualquier cuadrilátero, los puntos medios determinan un paralelogramo.</p> 
<p>Transformaciones</p> <ul style="list-style-type: none"> • Traslaciones 	<p>1. Reconocer figuras que se obtienen mediante traslación de otras.</p>	<p>▲ Dada una figura, el estudiante podrá trazar otra que se traslada a otra posición, utilizando papel cuadriculado. Se puede pedir a los estudiantes que trasladen el cuadrilátero que se da en la figura al cuadriculado de modo que uno de los vértices sea el punto rojo.</p>

		 <p>Luego se les pregunta sobre qué elementos del cuadrilátero permanecen invariantes (deberán deducir que las medidas de los ángulos y de los lados permanecen constantes).</p>
<p>Geometría analítica</p> <ul style="list-style-type: none"> • Ejes cartesianos • Representación de puntos • Representación de figuras 	<p>20. Representar puntos y figuras geométricas en un plano con un sistema de ejes cartesianos.</p> <p>21. Ubicar puntos en el interior y en el exterior de figuras cerradas en un plano con un sistema de ejes cartesianos.</p>	<p>▲ En primer lugar se puede introducir la representación de puntos en el plano por medio de un problema natural como el siguiente:</p> <p>☺ El siguiente croquis muestra la comunidad en donde vive Ivette. Las cuadras miden aproximadamente 100 metros de Este a Oeste y 50 metros de Norte a Sur.</p>  <p>Si Ivette asiste al colegio de su comunidad:</p> <p>¿Cuál es el trayecto más corto de su casa al colegio, a través de las calles? ¿Es el único trayecto con igual longitud?</p> <p>¿Cómo dar una dirección del colegio tomando como referencia la casa de Ivette?</p> <p>▲ Otra forma de introducir el tema de forma natural es con la ubicación de lugares en el mapa mediante paralelos y meridianos. Por ejemplo, la Isla del Coco que ya se usó antes está ubicada entre los paralelos $5^{\circ}30''$ y $5^{\circ}34''$ de latitud norte y entre los meridianos $87^{\circ}1''$ y $87^{\circ}6''$ longitud Oeste.</p>



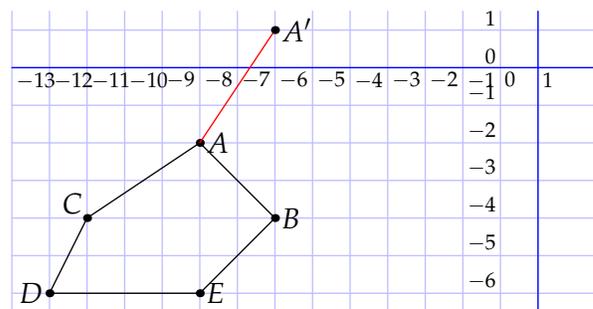
▲ También se pueden proponer diferentes tipos de triángulos y cuadriláteros ubicando puntos con coordenadas en un sistema de ejes cartesianos. Por ejemplo, ubicar los puntos que representan los vértices del polígono, unir los puntos con segmentos y así poder identificar la figura y calcular su área.

Coordenadas: $A(-8, -2)$; $B(-6, -4)$; $C(-11, -4)$; $D(-12, -6)$; $E(-8, -6)$.



▲ Es importante que el estudiante traslade puntos específicos mediante suma y/o resta de constantes enteras en las respectivas coordenadas de los puntos.

$A(-8, -2)$ se traslada a $A(-8 + 2, -2 + 3)$.



▲ Identifique también el movimiento de traslación al sumar y al restar una constante a una coordenada x o y de un punto. Considere si un punto, dadas sus coordenadas y el trazo de una figura, se encuentra en el interior, el

		<p>exterior o la frontera de dicha figura.</p> <p>Por ejemplo, el punto $A(-10, -2)$ está en el exterior de la figura y el punto $A(-9, -5)$ está en el interior.</p>
--	--	---

Indicaciones de evaluación

En cuanto al trabajo cotidiano es importante utilizar como instrumento el portafolio. Esto permite dar un seguimiento a la actividad del alumno durante sus clases.

Para el trabajo extraclase se recomienda la asignación de proyectos o investigación. Un posible proyecto es la elaboración de un plano de su casa y la estimación del área de la misma y de cada uno de los espacios en los que está dividida.

Para la evaluación mediante tareas cortas (trabajo extraclase) y pruebas (orales u escritas) se debe tener presente las siguientes indicaciones.

Debe considerarse el uso apropiado de las propiedades y teoremas, así como del vocabulario y la notación.

En cuanto a los conocimientos básicos sobre puntos, segmentos, rectas y ángulos, la evaluación se da más a nivel de reproducción mediante el uso de ítems de reconocimiento, respuesta corta y selección única. Es importante el reconocimiento de puntos colineales en el entorno y en dibujos, así como del paralelismo y la perpendicularidad entre segmentos y rectas.

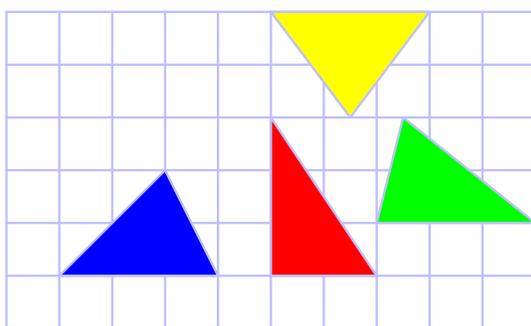
Para evaluar las habilidades relacionadas con las medidas de ángulos se puede utilizar diversos tipos de ítems; éstos pueden involucrar también ángulos internos y externos de un triángulo o de un cuadrilátero, especialmente en ítems de tipo resolución de problemas, tal como el siguiente:

Un punto B se encuentra a 30° al Noreste de un punto A , un punto C se encuentra a 60° al noreste de A y a 80° al noreste de B . Determinar la medida del ángulo BCA .

Las habilidades relacionadas con traslaciones y geometría analítica pueden ser evaluadas mediante ítems que tengan que ver con el trazado de figuras o el reconocimiento utilizando sistemas de coordenadas. Mediante el uso de la geometría analítica se pueden evaluar diversas habilidades como la estimación de áreas o medidas de ángulos; por ejemplo:

De los triángulos que se presentan en la figura tienen la misma área que el azul son:

- a) Solo el amarillo*
- b) Solo el verde*
- c) Solo el verde y el amarillo*
- d) El verde, el amarillo y el rojo*



Relaciones y álgebra

Introducción

Al ingresar al tercer ciclo los estudiantes tienen la habilidad para resolver ecuaciones sencillas de primer grado, reconocer relaciones de dependencia entre dos cantidades variables, aplicar regla de tres, porcentajes y proporcionalidad directa con el fin de resolver problemas, calcular la distancia entre puntos ubicados en un mapa con escala y realizar operaciones que involucran sumas, restas, multiplicación y división. También pueden comprender el concepto de variable e identificar cuantitativamente cambios en ella. En el Tercer Ciclo se ampliarán estas habilidades e incluirá otras que tienen que ver con el estudio de relaciones de diversos tipos, así como el uso de distintas representaciones para las relaciones mencionadas (verbal, tabular, algebraica, gráfica).

En 7° Año se estudian las representaciones de números en la recta y de puntos en el plano de coordenadas, se resuelven ecuaciones de primer grado que presentan cierto formato, se estudian las relaciones de proporcionalidad directa e indirecta con una orientación que prepara hacia el estudio de las funciones. La relación de proporcionalidad del tipo $y = ax$ entre las variables x , y es un caso particular de las funciones lineales que serán abordadas en octavo año. El enfoque con el que se introducen ciertas funciones privilegia la relación entre variables (dependientes e independientes) y sus distintas representaciones por medio de tablas, expresiones algebraicas y gráficas. Es un enfoque consistente con toda la preparación recibida desde la educación primaria.

Las relaciones de proporcionalidad son muy importantes en los procesos de modelización que fomenta este currículo. El uso de tecnologías adquiere aquí un lugar más relevante pues permitirá visualizar las gráficas de las relaciones que serán estudiadas.

Se espera que con la conclusión del séptimo año el estudiante pueda empezar a utilizar modelos sencillos de fenómenos y situaciones del contexto que tienen que ver con relaciones de proporcionalidad directa o inversa.

Propósitos de la enseñanza

Los propósitos de la enseñanza en el área de *Relaciones y álgebra* para el séptimo año son el desarrollo en los estudiantes de habilidades para construir sucesiones numéricas o no numéricas, reconocer patro-

nes, trabajar con relaciones de proporcionalidad, ampliar la comprensión de la noción de variable y utilizar distintas representaciones para las relaciones mencionadas.

Habilidades generales

Las habilidades generales que deberán tener los estudiantes en el área de *Relaciones y álgebra* al finalizar el séptimo año son:

- Establecer la ley de formación en sucesiones.
- Identificar patrones numéricos y no numéricos.
- Representar números en la recta numérica.
- Representar puntos en el plano de coordenadas.
- Resolver ecuaciones de primer grado.
- Reconocer relaciones de proporcionalidad directa o inversa.
- Identificar y utilizar distintas representaciones para relaciones de proporcionalidad.
- Identificar modelos matemáticos que impliquen relación de proporcionalidad directa o inversa.
- Plantear problemas a partir de una situación dada.

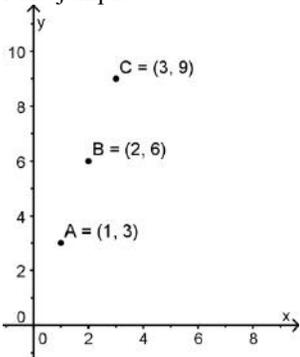
Las relaciones que se introducen ofrecen mayores oportunidades para identificar y usar modelos matemáticos del entorno, por lo que se amplían las posibilidades para mostrar la utilidad de las matemáticas y favorecer su estima y respeto. El nivel de complejidad de los problemas y la abstracción de las nociones será mayor, por lo que será necesario estimular la perseverancia.

Se espera favorecer principalmente los procesos de representación, modelización y conexión.

Conocimientos, habilidades específicas e indicaciones puntuales

7° Año																	
Conocimientos	Habilidades específicas	Indicaciones puntuales															
Sucesiones <ul style="list-style-type: none"> • Ley de formación de una sucesión 	<ol style="list-style-type: none"> 1. Construir sucesiones numéricas y no numéricas. 2. Establecer la ley de formación de una sucesión utilizando lenguaje natural, tabular, numérico y simbólico. 3. Plantear y resolver problemas relacionados con sucesiones y patrones. 	<p>▲ Las sucesiones fueron estudiadas en primaria con el nombre de series (programa del 2005).</p> <p>▲ Implemente un problema contextualizado al estudiante que repase todas las habilidades de sucesiones y representaciones estudiadas en los ciclos anteriores. Por ejemplo:</p> <p>☺ Un joven recibe diariamente ₡ 1500 para cubrir sus gastos de estudio. Él decide ahorrar ₡800 diarios para formar un fondo de ahorro. Represente en forma tabular la cantidad total de dinero que gasta conforme pasan los días.</p> <p>☺ La siguiente tabla contiene las ganancias que se generan por la venta de cierta cantidad de paquetes de prensas.</p> <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td>Cantidad paquetes</td> <td>1</td> <td>2</td> <td>3</td> <td>4</td> <td>5</td> </tr> <tr> <td>Ganancias en colones</td> <td>350</td> <td>600</td> <td>850</td> <td>1 100</td> <td>1 350</td> </tr> </table>				Cantidad paquetes	1	2	3	4	5	Ganancias en colones	350	600	850	1 100	1 350
Cantidad paquetes	1	2	3	4	5												
Ganancias en colones	350	600	850	1 100	1 350												

		<p>a. ¿Cuál es el precio de cada paquete de prensas?</p> <p>b. Determine la ganancia fija que desde un inicio muestra la información del cuadro anterior.</p> <p>c. ¿Cuánto dinero por concepto de ganancias generaría la venta de 321 paquetes de prensas?</p> <p>▲ Durante la sistematización, se formaliza la noción de ley de formación utilizando representación verbal, numérica, simbólica y tabular. Por ejemplo, si invierto inicialmente ₡ 20 000,00 y gano de interés compuesto 10% anual, describir numéricamente, tabularmente y simbólicamente la sucesión que representa la cantidad de dinero anual que tendré, si no hago retiros.</p> <p>Numéricamente: 20 000,00 22 000,00 24 200,00 26 620,00 29 282,00 32 210,20 ... (colones)</p> <p>Tabularmente:</p> <table border="1" data-bbox="1053 829 1300 989"> <thead> <tr> <th>año</th> <th>cantidad</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>0</td> <td>20 000</td> </tr> <tr> <td>1</td> <td>22 000</td> </tr> <tr> <td>2</td> <td>24 200</td> </tr> <tr> <td>...</td> <td>...</td> </tr> </tbody> </table> <p>Simbólicamente: Si $C(n)$ es la cantidad de colones que tendré después de n años, entonces</p> $C(n) = 20\,000(1 + 0.1)^n$	año	cantidad	0	20 000	1	22 000	2	24 200
año	cantidad											
0	20 000											
1	22 000											
2	24 200											
...	...											
<p>Relaciones</p> <ul style="list-style-type: none"> • Proporcionalidad inversa 	<p>4. Identificar relaciones de proporcionalidad inversa.</p>	<p>▲ Se puede plantear un problema para repasar el concepto de proporcionalidad directa que fue abordado en el segundo ciclo (programa 2005). Por ejemplo:</p> <p>☺ Una cuadrilla de obreros hace en 4 días 20 m de una obra. Determine cuanto tiempo tardará en realizar 170 m de dicha obra.</p> <p>▲ Plantee un problema que involucre proporcionalidad inversa, particularmente relaciones que pueden ser expresadas en la forma</p> $y = \frac{k}{x}, \quad y = \frac{k}{x^2},$ <p>k constante de proporcionalidad. Por ejemplo:</p> <p>☺ En una construcción, 4 hombres hacen una obra en 6 días. ¿Cuántos hombres son necesarios para terminar la obra en 48 días? Si se contratan 10 hombres, ¿en cuántos días terminarían la obra?</p>										
	<p>5. Escribir expresiones algebraicas dadas en forma verbal.</p>	<p>▲ Por ejemplo, se solicita a los estudiantes representar simbólicamente las expresiones:</p> <p>a. La fuerza de atracción entre dos objetos es directamente proporcional al producto de sus masas e inversamente proporcional al cuadra-</p>										

		<p>do de la distancia entre ellos.</p> <p>b. La intensidad luminosa es inversamente proporcional al cuadrado de la distancia del objeto a la fuente de luz.</p> <p>▲ El estudio de la proporcionalidad directa e indirecta prepara para la introducción de relaciones y funciones lineales en el 8° Año. Es necesario tener esta perspectiva aunque sin adelantar los temas del siguiente año.</p>
<p>Representaciones</p> <ul style="list-style-type: none"> • Recta numérica • Plano de coordenadas 	<p>6. Representar números en la recta numérica.</p> <p>7. Representar en un plano de coordenadas puntos que satisfacen una relación entre dos cantidades que varían simultáneamente.</p> <p>8. Representar relaciones de proporcionalidad directa e inversa verbalmente, tabularmente, gráficamente y simbólicamente.</p> <p>9. Cambiar de una representación a otra.</p>	<p>▲ Presente pares ordenados con una ley de formación o patrón oculto que el estudiante deduce conforme localiza los puntos en el plano.</p> <p>Por ejemplo:</p>  <p>▲ Se podría utilizar un geoplano en lugar de un plano de coordenadas.</p> <p>▲ Dada una relación matemática en forma tabular, pasarla a simbólica o verbal.</p> <p>▲ Dada una representación tabular, pasarla a simbólica y extraer conclusiones sobre cantidades que no están en la tabla (ver el problema de la venta de prensas mostrado anteriormente).</p> <p>▲ A este nivel la representación gráfica de una relación de proporcionalidad inversa consistirá de puntos en el plano de coordenadas rectangulares. Si se utiliza tecnología para graficar, la representación gráfica puede aparecer en forma continua en lugar de discreta.</p> <p>▲ Utilice fórmulas para determinar la longitud de curvas, el área de superficies y el volumen de formas tridimensionales.</p> <p>Por ejemplo:</p> <p>a. Área de un cuadrado de lado x: $A = x^2$ (el área A depende de la medida del lado x). Observe que el área es directamente proporcional al cuadrado de la medida del lado, con constante de proporcionalidad igual a 1.</p> <p>b. Volumen de un cubo de lado x: $V = x^3$. Análogamente, el volumen es directamente proporcional al cubo de la medida de su lado</p>

		<p>(arista) con constante de proporcionalidad 1.</p> <p>c. La longitud de una circunferencia de radio r: $C = 2\pi r$. La constante de proporcionalidad es 2π.</p> <p>Se pueden utilizar también volúmenes de pirámides truncadas, paralelepípedos, áreas de rectángulos, trapecios, perímetros de figuras planas.</p> <p>▲ Este tema es también un fundamento para la introducción de las funciones en 8° Año, al permitir ver variables independientes y dependientes y sus relaciones expresadas en distintas representaciones.</p>
<p>Ecuaciones de primer grado</p>	<p>10. Resolver ecuaciones de primer grado.</p>	<p>▲ Utilice problemas contextualizados, por ejemplo:</p> <p>☺ Carlos tiene que empacar 64 mandarinas en bolsas de 4 unidades. ¿Cuántos paquetes logró formar?</p> <p>▲ Se busca que el estudiante deduzca el concepto de ecuación y de incógnita y comparta con su clase la estrategia que utilizó para resolverlo.</p> <p> El docente debe evidenciar en todo momento el papel tan importante que juegan las ecuaciones cuando se desea justificar y argumentar la solución a un problema. Por ejemplo, en el problema anterior se pueden variar los datos iniciales y verificar así la importancia que tiene el encontrar la ecuación que ayude a responder el problema dado.</p> <p>▲ Las ecuaciones son del tipo:</p> <p>$a \cdot m = b$; $n \div a = b$; $a \div m = b$; $m + a = b$; $a - n = b$; $m - a = b$</p> <p>Con a y b números dados, m, n incógnitas.</p> <p>▲ También es conveniente manejar la resolución de una ecuación como una especie de adivinanza matemática en la que se pretende encontrar un número desconocido. Esto permite ir afinando un algoritmo.</p> <p>▲ Solicite a los estudiantes que planteen ejemplos que involucren ecuaciones del tipo mencionado.</p> <p>Modele matemáticamente situaciones sencillas que sean adecuadas para el nivel, como por ejemplo: El tipo de cambio del dólar, el cual puede ser modelado mediante la relación $C = d \cdot p$ donde C es la cantidad de colones, d representa la cantidad de dólares y p es el precio en colones del dólar.</p>

Indicaciones de evaluación

Para el trabajo extraclase, se puede proponer una investigación sobre la historia del álgebra, relacionada con los trabajos de Diofanto, Vieta, Al Khwarizmi, Tartaglia, Cardano entre otros. Se evaluarán aspectos como: introducción, desarrollo, referencias bibliográficas.

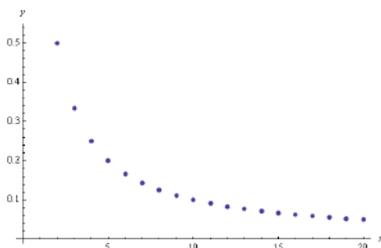
Hay que evaluar los cambios de representaciones: verbal (problema escrito en lenguaje natural) para que los estudiantes lo pasen a lenguaje simbólico; simbólico al verbal; tabular (tablas con dos columnas) a simbólico o verbal y recíprocamente, además de graficar relaciones lineales dadas en forma simbólica o verbal. En este nivel hay que evaluar el uso adecuado del vocabulario y el simbolismo matemático.

Las habilidades relacionadas con las ecuaciones y la proporción directa e inversa deben evaluarse utilizando problemas contextualizados.

También se puede plantear un ejercicio en donde se propongan varias relaciones en forma simbólica y varias representaciones gráficas, para que el estudiante haga la correspondencia entre la relación simbólica y la gráfica, o ítems como el siguiente:

De las siguientes afirmaciones:

- I. Para resolver el problema “Una receta para un pastel utiliza 2 huevos para 1 taza y media de harina. ¿Cuántos huevos deben ser utilizados para 9 tazas de harina?” se utiliza relación de proporcionalidad inversa.
- II. La gráfica abajo representa una relación de proporcionalidad inversa entre x , y .



- III. Para resolver el problema “Un grupo de 20 trabajadores pueden pintar un edificio en 45 días. ¿Cuántos trabajadores son necesarios para pintar el edificio en 30 días?” se utiliza relación de proporcionalidad inversa.

Son verdaderas:

- a) Todas
- b) I y III
- c) II y III
- d) I y II

Estadística y Probabilidad

Introducción

Debido a que la implementación de los nuevos programas de Matemáticas inicia con un proceso de transición, en Séptimo Año se requiere llevar a cabo un proceso de nivelación de conceptos estadísticos (pues el área de Probabilidad no se incluye en este año). Aunque es factible que durante su formación en la Educación Primaria los estudiantes hayan adquirido algunas habilidades relacionadas con los procesos de recolección, ordenamiento, resumen y presentación de datos de un conjunto de datos, no se puede suponer que todos los estudiantes hayan logrado esas habilidades. Hay que tener presente que los estudiantes que llegan a la Educación Secundaria provienen de contextos educativos diversos, por lo tanto es necesario establecer una base común en cuanto a conceptos y habilidades básicas. Por esta razón este ciclo debe iniciar realizando un proceso de estandarización o nivelación; además se requiere propiciar un lenguaje común sobre los conceptos básicos y formalizar algunas definiciones.

Una vez realizado este trabajo será viable llevar a cabo un fortalecimiento integral de las habilidades previas sobre recolección, resumen, presentación y análisis de información.

Hay que tener presente que no se pretende formar especialistas en el análisis estadístico, sino propiciar una cultura hacia la comprensión, la valoración y el uso adecuado de la información que se genera en el entorno.

Propósitos de enseñanza

Se pretende que propiciar en el estudiante una serie de habilidades direccionadas a identificar e interpretar la información que se genera en su entorno, de modo que se pueda tener evidencia objetiva que le permita resolver un problema y justificar esa respuesta ante sus compañeros.

En los siguientes años se profundizará sobre estos conocimientos y se promoverá la adquisición de los principios básicos de probabilidades para controlar sus intuiciones sobre el azar y resolver problemas asociados con dichos conceptos.

Habilidades generales

Como parte del III Ciclo, en el área de *Estadística y probabilidad* en Séptimo Año se inicia con el desarrollo de las siguientes las habilidades generales, las cuales deberán potenciarse durante todo el ciclo:

- Interpretar información que ha sido generada por medio de análisis estadísticos o probabilísticos provenientes de diversas fuentes.
- Resolver problemas vinculados con el tratamiento de información y el manejo de la incertidumbre dentro del contexto estudiantil.
- Combinar diversas técnicas para la recolección de datos que sean insumo para un análisis de información relacionado con problemas concretos.
- Utilizar diferentes estrategias para resumir conjuntos de datos en forma tabular o gráfica.

- Responder interrogantes que requieran de recolección, ordenamiento, presentación y análisis de datos.
- Identificar eventos provenientes de situaciones aleatorias particulares y determinar probabilidades asociadas a ellos.
- Aplicar las principales propiedades relacionadas con el cálculo de probabilidades.
- Utilizar probabilidades para favorecer la toma de decisiones en condición de incertidumbre.

Hay que tener presente que los conocimientos sobre Probabilidad no serán tratados en Sétimo Año, pero, muchos de los conocimientos estadísticos propuestos serán fundamentales para el análisis probabilístico que iniciará en Octavo Año.

Por medio de la adquisición de las anteriores habilidades se pretende favorecer una cultura hacia la comprensión de la información que rodea al estudiante, esto le permitirá apreciar la utilidad de la disciplina y el disfrute en la resolución de problemas en esta área. También se ofrece al estudiante la oportunidad de identificar y usar modelos y simular situaciones de la vida cotidiana por medio de gráficos o cuadros, favoreciendo así una mejor interpretación del fenómeno en estudio.

Además, la resolución de los problemas mediante el trabajo en equipo permitirá desarrollar destrezas colaborativas y de perseverancia, lo que debe conducir a incrementar su autoestima por el trabajo desplegado.

Tal como se plantea en la fundamentación de los programas, en la generación de las habilidades deben identificarse explícitamente los siguientes procesos: *la resolución de problemas* como estrategia metodológica que enfrenta al estudiante ante un reto que le debe llevar hacia la búsqueda a la identificación, recolección, ordenamiento, representación y análisis de datos cuantitativos o cualitativos. Estos problemas deben *conectar* con otras áreas del currículo o con su propio contexto. *La representación y modelización* de la información que proporcionan los datos (por medio de cuadros, gráficos) va dirigida a encontrar patrones que les permita *razonar* sobre las principales interrogantes que le genera el problema y *comunica* mediante una adecuada *argumentación* las respuestas a dichas interrogantes.

Conocimientos, habilidades específicas e indicaciones puntuales

7° Año		
Estadística		
Conocimientos	Habilidades específicas	Indicaciones puntuales
La Estadística	1. Reconocer la Estadística como una herramienta imprescindible para el análisis de datos dentro de diferentes contextos y áreas científicas.	▲ Para favorecer esta habilidad se debe ejemplificar el aporte de la Estadística para diferentes disciplinas científicas: Biología, Medicina, Economía, Educación, entre otras. Para ello se puede recurrir a ejemplos de representaciones tabulares, gráficas o de otra naturaleza que evidencie estas aplicaciones. Seguidamente se muestran algunos ejemplos.

CUADRO 2.1

CENTROAMÉRICA

Extensión territorial, población y densidad de población. 2010

País	Extensión en km ²	Población	Densidad de población	Densidad ponderada ^{a/}	Razón de densidad ^{b/}
Belice	22.970	313.000	14	14	1
Costa Rica	51.100	4.563.539	89	173	1
El Salvador	21.040	6.183.062	294	969	3
Guatemala	108.900	14.361.646	132	387	1
Honduras	112.100	7.621.166	68	120	1
Nicaragua	130.000	5.822.395	45	159	1
Panamá	75.520	3.508.382	46	75	1
Centroamérica	521.630	42.373.090	81		

a/ Densidad ponderada por la población: $\frac{Pob. (i) \cdot Dens. (i)}{Pob. (i)}$, donde i se refiere a cada una de las divisiones administrativas.

b/ Densidad de la división administrativa mayor sobre la densidad de las dos siguientes.

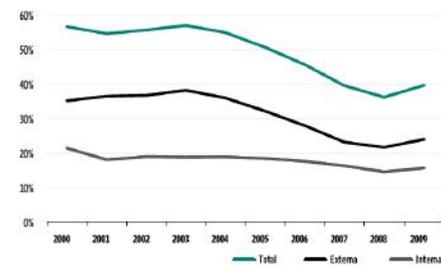
Fuente: Estimaciones y proyecciones de población de cada país.

http://www.estadonacion.or.cr/images/stories/informes/region004/cap02_demografico.pdf

GRÁFICO 4.23

CENTROAMÉRICA

Deuda pública en relación con el PIB. 2000 y 2009



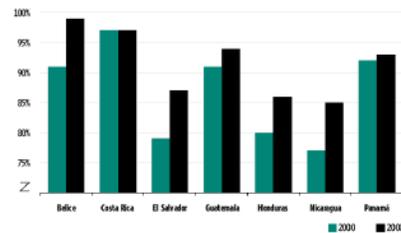
Fuente: Boscals, 2010a, con cifras de los bancos centrales, el Consejo Monetario Centroamericano y la Cepal.

http://www.estadonacion.or.cr/images/stories/informes/region004/cap04_economico.pdf

GRÁFICO 5.4

CENTROAMÉRICA

Población con acceso a agua potable. 2000 y 2008 (porcentajes)

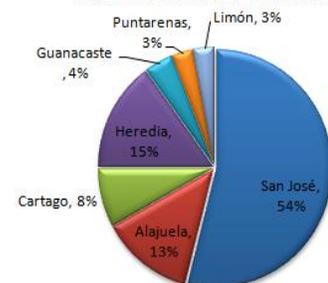


Fuente: Cepal.

http://www.estadonacion.or.cr/images/stories/informes/region004/cap05_ambiental.pdf

Total de médicos activos según provincia de residencia a enero de 2009

Colegio de Médicos y Cirujanos de Costa Rica



<http://www.medicos.sa.cr>

▲ Se recomienda que los estudiantes realicen una adecuada lectura de estas representaciones, para ello se pueden realizar algunas preguntas relacionadas con su contenido.



Para complementar este aspecto, se podría hacer un pequeño recuento histórico sobre la evolución de la disciplina. La palabra Estadística procede del vocablo “**Estado**”, pues era función principal de los Gobiernos de los Estados establecer registros de población, nacimientos, defunciones, impuestos, cosechas... La necesidad de poseer datos cifrados sobre la población y sus condiciones materiales de existencia han debido hacerse sentir desde que se establecieron sociedades humanas organizadas.

Desde los comienzos de la civilización han existido formas sencillas de estadística, pues ya se utilizaban representaciones gráficas y otros símbolos en pieles, rocas, palos de madera y paredes de cuevas para contar el número de personas, animales o ciertas cosas.

En 1662 un mercader de lencería londinense, **John Graunt**, publicó un tratado con las observaciones políticas y naturales, donde pone de manifiesto las cifras brutas de nacimientos y defunciones ocurridas en Londres durante el periodo 1604-1661, así como las influencias que ejercían las causas naturales, sociales y políticas de dichos acontecimientos. Puede considerarse **el primer trabajo estadístico** serio sobre la población.

Curiosamente, Graunt no conocía los trabajos de [B. Pascal](#) (1623-1662) ni de **C. Huygens** (1629-1695) sobre estos mismos temas. Un poco más tarde, el astrónomo **Edmund Halley** (1656- 1742) presenta la primera tabla de mortalidad que se puede considerar como base de los estudios contemporáneos. En dicho trabajo se intenta establecer el precio de las anualidades a satisfacer a las compañías de seguros. Es decir, en Londres y en París se estaban construyendo, casi de manera simultánea, las dos disciplinas que actualmente llamamos estadística y probabilidad.

En el siglo XIX, la estadística entra en una nueva fase de su desarrollo con la generalización del método para estudiar fenómenos de las ciencias naturales y sociales. [Galton](#) (1822-1911) y **Pearson** (1857-1936) se pueden considerar como los padres de la estadística moderna, pues a ellos se debe **el paso de la estadística deductiva a la estadística inductiva**.

Los fundamentos de la estadística actual y muchos de los **métodos de inferencia** son debidos a **R. A. Fisher**. Se interesó primeramente por la eugenesia, lo que le conduce, siguiendo los pasos de Galton, a la investigación estadística. Sus trabajos culminan con la publicación de la obra *Métodos estadísticos para investigaciones*. En ella aparece la metodología estadística tal y como hoy la conocemos.

		http://www.estadisticaparatodos.es/historia/histo_esta.html
<p>Conocimientos básicos</p> <ul style="list-style-type: none"> • Unidad estadística • Características • Datos u observaciones • Variabilidad de los datos • Variables cuantitativas y cualitativas • Población • Muestra 	<p>2. Describir los conceptos de unidad estadística, característica o variable, observación o dato, población y muestra.</p> <p>3. Identificar el tipo de dato cuantitativo o cualitativo correspondiente a una característica o variable.</p> <p>4. Identificar la importancia de la variabilidad para el análisis de datos.</p>	<p>▲ En esta sección se busca definir los conceptos fundamentales dentro de los análisis estadísticos. Para llevarla a cabo se deben plantear algunos problemas que permitan identificar esos conceptos. Por ejemplo:</p> <p>☺ Se desea realizar dos investigaciones que pretendan</p> <ol style="list-style-type: none"> a. Determinar el estado de salud de los estudiantes de los colegios de la comunidad, por lo que se debe identificar: sexo, edad, estatura, peso, presión arterial, tipo de sangre, condición de fumador, entre otras. b. Caracterizar las viviendas de la comunidad de acuerdo con: área de construcción (m²), área del lote (m²), tipo de material de construcción (block, madera, ladrillo, entre otros), número de dormitorios, número de baños, color de pintura, entre otros <p>Sin necesidad de llevar a cabo la experiencia, plantear las siguientes interrogantes</p> <ol style="list-style-type: none"> a. ¿Cuál es el sujeto u objeto de estudio (unidad de estudio) en cada caso? b. ¿Qué características de cada uno de esos sujetos u objetos se van a analizar? c. ¿Cuáles de esas características proporcionan datos numéricos? d. ¿Cuáles de esas características proporcionan datos no numéricos? e. ¿Cuál es la importancia de estos datos para atender cada problema? f. ¿Quiénes constituyen la totalidad de unidades de estudio para cada investigación? g. ¿Es factible conseguir la información de todas estas unidades en poco tiempo? h. ¿Qué otra alternativa podría utilizarse para no consultar a todas las unidades de estudio? <p>Se espera que, trabajando en subgrupos, los estudiantes puedan dar respuesta a estas interrogantes. Para complementar este trabajo, el docente debe realizar una plenaria para sistematizar de cada uno de los conceptos y definir los términos en cada caso. Además plantear problemas de reproducción para ratificar el aprendizaje alcanzado.</p> <p>▲ Para valorar la importancia de la variabilidad en los análisis estadísticos, lo ideal es plantear un problema.</p> <p>☺ Resolver cada una de las siguientes interrogantes</p> <ol style="list-style-type: none"> a. Caracterizar a los estudiantes del grupo de acuerdo con el número de miembros del hogar.

		<p>b. Caracterizar a los estudiantes de acuerdo con el color del pantalón o enagua que utiliza regularmente para asistir al colegio.</p> <p>Acá es importante que los estudiantes, en forma individual o en subgrupos, realicen esta actividad. En cuanto a la primera interrogante deben consultar sobre el número de miembros del hogar de cada uno de los estudiantes. Se espera que generen un grupo de datos muy variables, pues típicamente existen tamaños de hogares muy variables. Debido a que deben realizar una caracterización de esos datos, pueden utilizar diferentes estrategias: hacer un cuadro donde escriben cada dato con la cantidad de repeticiones (o frecuencia), pueden construir un gráfico de barras donde se muestra la frecuencia de cada dato, pueden identificar algunas medidas como el valor que más se repite, el mínimo o el máximo, incluso podrían utilizar el tamaño promedio de las familias, entre otras. Independiente de la estrategia empleada, esta caracterización debería implicar un detallado análisis.</p> <p>Al abordar el segundo problema, debido a que las instituciones educativas están obligadas a emplear uniforme, hay solamente un color que utilizan los estudiantes, por lo que, para llevar a cabo este ejercicio, no hace falta cuestionar a los compañeros pues por observación se determina que todos los datos son iguales, es decir no hay variabilidad, lo que implica que no se requieran técnicas complejas para realizar el análisis, basta con indicar cuál es ese dato.</p> <p> Con esta u otras actividades similares se pretende evidenciar la importancia que tiene el concepto de variabilidad dentro de los análisis estadísticos. El estudiante debe comprender que las diferentes técnicas de la disciplina tienen como propósito llevar a cabo una caracterización de la variabilidad de los datos para cualquier situación.</p>
<p>Recolección de información</p> <ul style="list-style-type: none"> • La experimentación • Interrogación <p>Frecuencia</p> <ul style="list-style-type: none"> • Absoluta • Porcentual <p>Representación</p> <ul style="list-style-type: none"> • Tabular: cuadros de frecuencia absoluta 	<p>5. Recolectar datos del entorno por medio de experimentación o interrogación.</p> <p>6. Utilizar representaciones tabulares o gráficas con frecuencias absolutas, porcentuales; simples o comparativas.</p> <p>7. Utilizar la computadora para favorecer la construcción de cuadros y gráficos.</p>	<p>☺ Se recomienda plantear problemas que puedan ser abordados por los estudiantes. Por ejemplo:</p> <ol style="list-style-type: none"> ¿Cuáles son los meses en los que se presenta el mayor y menor número de cumpleaños en el grupo? Identificar si existen diferencias en las estaturas entre hombres y mujeres dentro del grupo ¿Cuál es el nivel de agrado que tienen los estudiantes por las frutas (mucho, regular, poco, nada)? ¿hay diferencias por sexo? <p>▲ Con el primer problema los estudiantes que lo realicen deben utilizar la interrogación para conocer el mes del cumpleaños de todos los estudiantes. Los datos obtenidos deben ser organizados y clasificados para llevar a cabo un resumen de ellos y responder la</p>

y porcentual

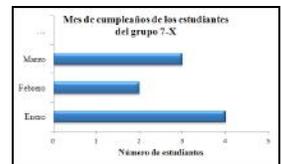
- Gráfica: barras, circulares, lineales y diagramas de puntos

interrogante. Para cada mes deben determinar la frecuencia de estudiantes o número de estudiantes por mes, también puede determinar el porcentaje de estudiantes en cada mes. Dicha información puede ser representada por medio de un cuadro como el siguiente.

Mes de cumpleaños de los estudiantes del grupo 7-X

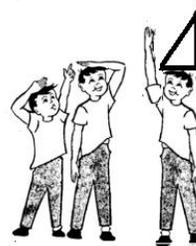
Mes	Número de estudiantes	Porcentaje de estudiantes
Enero	4	12,50
Febrero	2	6,25
Marzo	3	9,38
⋮	⋮	⋮
Total	32	100

También pueden utilizar representaciones gráficas con la frecuencia absoluta o con la porcentual.



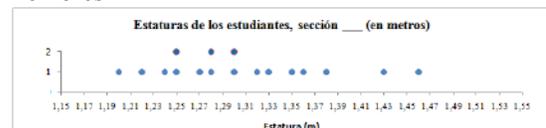
Con alguna de estas representaciones los estudiantes podrán dar una respuesta al problema.

Para atender el segundo problema, lo adecuado es recurrir a realizar las mediciones con una cinta métrica y una escuadra, tal como se muestra.

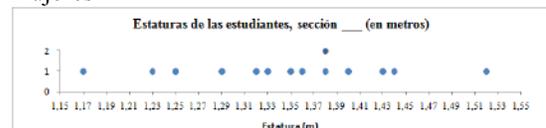


Los datos obtenidos deberán ser divididos en dos grupos según el sexo del estudiante, y luego resumidos. Por la gran variabilidad no es adecuado utilizar un cuadro de frecuencias simple, sino que el docente puede orientar a la construcción de diagramas de puntos como los siguientes:

Hombres



Mujeres

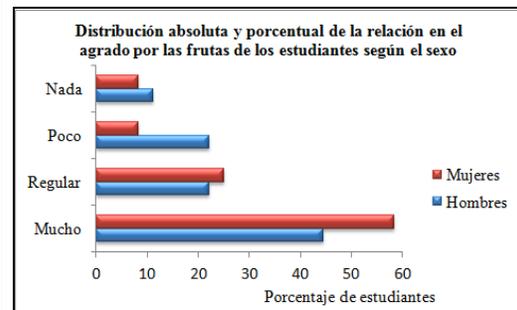


Con esta información los estudiantes pueden identificar varias características de los datos, por ejemplo pueden identificar que las estaturas de las mujeres son más variables y se concentran valores más grandes que los hombres, por lo que podrían concluir sobre el problema.

Para el tercer problema, se debe recurrir a recolectar los datos por medio de la interrogación a cada estudiante. Con ello se tendrá información para todo el grupo. Para responder la primera interrogante del problema se pueden utilizar técnicas similares a las empleadas en el primer problema. Para responder la segunda interrogante se hace necesario realizar un análisis comparativo entre hombres y mujeres. Esto se puede efectuar mediante cuadros o gráficos, pero debe ser mediante las frecuencias porcentuales, pues las frecuencias absolutas solamente son comparables si la cantidad de hombres y de mujeres son iguales. Algunas de las posibilidades para realizar el análisis se ejemplifican a continuación:

Distribución absoluta y porcentual de la relación en el agrado por las frutas de los estudiantes según el sexo

Agrado	Hombres		Mujeres	
	Total	Porcen.	Total	Porcen.
Mucho	8	44,4	7	58,3
Regular	4	22,2	3	25,0
Poco	4	22,2	1	8,3
Nada	2	11,1	1	8,3
Total	18	100,0	12	100,0



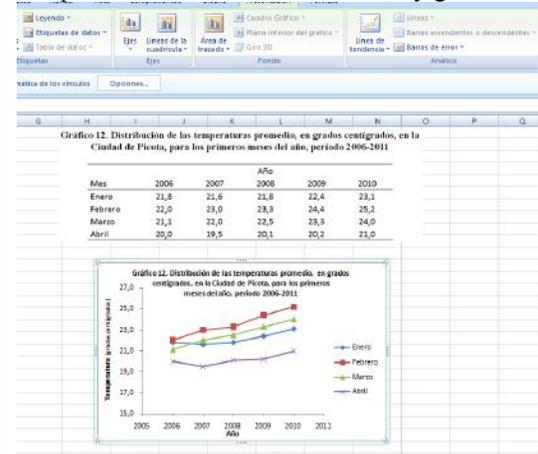
Al igual que en los problemas anteriores, cualquiera de estas representaciones proporciona la información necesaria para responder la segunda interrogante del problema.



Observe que con este tipo de actividades se promueven varios procesos. En primero lugar, el uso de *representaciones* tabulares, graficas o mediante datos concretos, la *comunicación* de ideas mediante el análisis de la información y la *argumentación* al momento de ofrecer una respuesta a un problema en función del comportamiento de los datos recolectados.

▲ Debido a que el uso de cuadros y gráficos constituye una herramienta para resumir y presentar datos

para su posterior análisis, entonces su elaboración puede ser simplificada mediante el uso de la computadora. En este sentido, el docente puede recurrir a hojas de cálculo, editores de texto, programas graficadores u otras herramientas computacionales que pueden ayudarle a mejorar la calidad y reducir el tiempo en la construcción de cuadros y gráficos.



Indicaciones de evaluación

Para la verificación de logro de las habilidades planteadas se requiere realizar un trabajo continuo donde puede identificarse los avances que el estudiante va adquiriendo. Tal como se señala en las indicaciones puntuales, el trabajo constante del estudiante en el aula para la resolución de las situaciones que el docente le plantea constituye un referente fundamental para evaluar sus progresos, en este sentido la *asistencia* puntual se convierte en factor fundamental de este proceso.

Las actividades de evaluación deben ser direccionadas para que los estudiantes valoren su importancia como una etapa más de los procesos de aprendizaje como un medio para fortalecer dichos procesos. La evaluación que se realice debe favorecer gradualmente esta valoración por medio de estrategias motivadoras y formativas.

De acuerdo con lo anterior, en este año el docente debe direccionar la evaluación hacia la identificación de la capacidad que el estudiante va adquiriendo para identificar conceptos estadísticos, leer e interpretar las situaciones que se le presentan, así como para establecer estrategias adecuadas para resolver problemas por medio de la recolección, ordenamiento, representación (cuadros o gráficos) y el análisis de la información que se genera al valorar los patrones de variación de los datos.

De acuerdo con lo anterior, dentro del marco regulatorio establecido por el Ministerio de Educación Pública se propone:

- 1) Para el *trabajo cotidiano* se recomienda el portafolio, de modo que el estudiante pueda incluir el análisis de los diferentes problemas que se plantean y las descripciones de las estrategias empleadas para la recolección, clasificación y resumen de datos. Pero además deben incluirse los procesos de clausura donde se organicen la corrección de errores cometidos y el resumen de los nuevos conocimientos adquiridos. El empleo de esta técnica permite generar una adecuada

disciplina de trabajo, mediante la organización lógica de la información que va adquiriendo cotidianamente durante sus lecciones.

Aunque también podría utilizarse la evaluación del cuaderno, por la naturaleza de la Estadística el portafolio se adecúa de una mejor manera.

- 2) En relación con los *trabajos extraclase*, se propone plantear proyectos por medio de los cuales, los estudiantes, trabajando en subgrupos, resuelven problemas llevando a cabo un análisis lógico de cada uno de ellos: primeramente, una adecuada interpretación de la situación planteada, siguiendo con el establecimiento de una estrategia para la búsqueda de datos y su respectivo análisis, la puesta en práctica de la estrategia que puede implicar varias etapas, desde la recolección de datos hasta la interpretación de la información que se desprende de ellos (los cuales debe pasar por procesos de ordenamiento, clasificación y representación en cuadros o gráficos) y por último ofrecer las respuesta a las interrogantes que se generaron del problema. Los problemas planteados en los proyectos deben permitir a los estudiantes desarrollar los procesos básicos que se han sugerido: *razonamiento, argumentación, conexión, representación, modelización y comunicación*.
- 3) Por último, las pruebas escritas u orales, así como las otras técnicas de evaluación que se pongan en práctica, deben permitir al docente y a los estudiantes identificar las habilidades adquiridas y aquellas que requieren ser reforzadas. Debido a que estas pruebas deben verse como una etapa más del proceso educativo, los ítems o preguntas que se incluyan en el área de Estadística deberían estar orientadas hacia la identificación de las características de los datos y sus propiedades; pero también a la destreza lograda por el estudiante para leer e interpretar información estadística del contexto estudiantil, comunal o nacional que ha sido representada por diferentes técnicas (cuadros, gráficos, esquemas, entre otros). Por último, los ítems que se incluyan en las pruebas deben motivar a los estudiantes para que se exprese en cuanto a su habilidad para el agrupamiento, clasificación y lectura de datos, en este sentido de la observación e identificación de patrones para interpretar la información debe ser una herramienta fundamental.

Un ejemplo de ítem que puede utilizarse es el siguiente:

Se realiza un estudio para conocer la condición socio demográfica de los estudiantes de sétimo año de un colegio. Entre las características a observar se encuentran: número de miembros, la situación económica (baja, media o alta), el número de niños menores de seis años y número de personas del sexo femenino en los hogares de los estudiantes de Sétimo Año de un colegio. De las características de los hogares citadas anteriormente, identifique la o las variables cualitativas.

Tabla de conocimientos

7° Año			
Números	Geometría	Relaciones y álgebra	Estadística y probabilidad
<p>Números naturales</p> <p>Teoría de números</p> <ul style="list-style-type: none"> • Divisibilidad • Factor • Múltiplo • Números primos • Números compuestos • Descomposición prima • Mínimo Común Múltiplo • Máximo Común Divisor • Algoritmo de la división <p>Números enteros</p> <ul style="list-style-type: none"> • Enteros negativos • Concepto de número entero • Valor absoluto • Relación de orden • Recta numérica <p>Operaciones</p> <ul style="list-style-type: none"> • Suma • Resta • Multiplicación • División <p>Cálculos y estimaciones</p> <ul style="list-style-type: none"> • Suma • Resta • Multiplicación • División • Potencias • Raíces 	<p>Conocimientos básicos</p> <ul style="list-style-type: none"> • Punto • Plano • Puntos colineales y no colineales • Puntos coplanares y no coplanares • Segmentos • Rectas • Semirrectas • Rayos • Rectas concurrentes • Rectas paralelas • Rectas perpendiculares <p>Ángulos</p> <ul style="list-style-type: none"> • Clasificación según su medida • Clasificación según su posición • Congruencia • Complementarios • Suplementarios <p>Triángulos</p> <ul style="list-style-type: none"> • Ángulos internos • Ángulos externos <p>Cuadriláteros</p> <ul style="list-style-type: none"> • Áreas • Suma de medidas de ángulos internos • Suma de medidas de ángulos externos <p>Geometría analítica</p> <ul style="list-style-type: none"> • Ejes cartesianos • Representación de figuras 	<p>Sucesiones</p> <ul style="list-style-type: none"> • Ley de formación de una sucesión <p>Relaciones</p> <ul style="list-style-type: none"> • Proporcionalidad inversa <p>Representaciones</p>	<p>Estadística</p> <p>La Estadística</p> <p>Conocimientos básicos</p> <ul style="list-style-type: none"> • Unidad estadística • Características • Datos u observaciones • Variabilidad de los datos • Variables cuantitativas y cualitativas • Población • Muestra • Muestreo <p>Recolección de información</p> <ul style="list-style-type: none"> • La experimentación • Interrogación <p>Frecuencia</p> <ul style="list-style-type: none"> • Absoluta • Porcentual <p>Representación</p> <ul style="list-style-type: none"> • Tabular: cuadros de frecuencia absoluta y porcentual • Gráfica: barras, circulares, lineales y diagramas de puntos

Distribución de áreas

Nivel	I Periodo	II Periodo	III Periodo
Tercer ciclo			
7° Año	Números	Estadística y probabilidad Relaciones y álgebra	Geometría

Nota: *Medidas* es transversal en el Tercer ciclo.

Anexos

Anexo #1

Se proporcionan aquí las definiciones de los tipos de ítems que brinda el documento *La prueba escrita*. Para los ítems de desarrollo solo se transcribe el de resolución de problemas debido a que se ajusta a los intereses de la propuesta.

Ítems objetivos

1. Selección única

Consta de un enunciado, base o pie que hace referencia a una situación y varias opciones de respuesta, entre las cuales solo hay una que es correcta, las demás funcionan como distractores. A cada ítem se le asigna el valor de un punto.

2. Respuesta corta

Los ítems de respuesta corta brindan información a partir de la cual, el estudiante contesta en forma breve lo solicitado en el (los) espacio(s) asignado(s) para este fin. La puntuación de cada ítem varía de uno a cinco puntos, dependiendo de la cantidad de respuestas solicitadas.

3. Correspondencia o apareamiento

Consiste en la presentación de dos columnas paralelas llamadas enunciados y respuestas cuyo contenido se relaciona entre sí.

4. Identificación

Consiste en presentar cuadros, textos, dibujos, diagramas, fotografías, gráficos, esquemas o croquis, para que los estudiantes identifiquen los elementos o partes de un todo de acuerdo con lo solicitado en las instrucciones. Cada parte que el estudiante identifique debe estar señalada con un número o letra.

Ítems de desarrollo

2. Resolución de problemas

Un problema es una proposición compleja de elementos a la que corresponden una o varias soluciones, o una incógnita a despejar, atendiendo al manejo que se haga de dichos elementos. Para resolverlo, se debe llevar cabo un estudio adecuado de los elementos que incluye, y la puesta en práctica de principios, leyes, fórmulas, normas o criterios, los cuales deben ser de dominio del estudiante. Está dirigido a la aplicación de procedimientos de razonamiento lógico-matemático.

Institución	Valor 55 puntos
Trimestre	Porcentaje 25%
Nombre del docente	Puntos Obtenidos: _____
	Nota Obtenida: _____
	Porcentaje Obtenido: _____

Portafolio de trabajo para la evaluación del trabajo cotidiano
 Curso Lectivo 2012

Nombre del estudiante: _____ Sección: _____

Instrucciones:

Todas las actividades realizadas por los estudiantes deben aparecer en una carpeta ó fólder de trabajo denominado portafolio el cual tendrá revisiones parciales (se sugiere un folder de papel y una prensa). Está distribuido en los siguientes dos apartados:

a) Problemas asignados

Documento donde aparece el problema, hojas de trabajo donde se evidencie la exploración del problema, el establecimiento, evaluación y desarrollo de la estrategia de solución, el análisis de los resultados y conclusión. (Debe contener la descripción de las ideas para resolver el problema, fórmulas usadas, comentarios de los compañeros y compañeras, discusiones, acuerdos, dificultades, cálculos, la solución, respuesta y notas sobre la clausura.

b) Correcciones

Deben introducirse los ejercicios propuestos para reforzar la o las habilidades pretendidas, estos ejercicios de diferentes niveles deben estar resueltos, con las correcciones y los comentarios donde se identifica el error. Además, las tareas, extraclases y los exámenes con la corrección únicamente de los errores con una retroalimentación. Y la evidencia de la incorporación de las sugerencias hechas por el docente en las revisiones parciales.

La calificación del portafolio se detalla a continuación

Revisiones parciales:

Revisión # ___ Fecha ___/___/___

Se sugiere:

Revisión # ___ Fecha ___/___/___

Se sugiere:

Resolución del Problema (5 puntos cada aspecto) Valor 30 puntos																																			
Criterios de Evaluación	Contiene el material de los 8 problemas desarrollados en el trimestre					Riqueza del registro de ideas para la solución de cada problema.					Presencia de trabajo matemático en cada problema					Desarrollo apropiado de la estrategia de solución para cada problema					Presencia de evaluación sobre la estrategia de solución y conclusión para cada problema					Presenta toda la información de la etapa de cierre en cada problema					Suma				
	E	S	A	R	D	E	S	A	R	D	E	S	A	R	D	E	S	A	R	D	E	S	A	R	D	E	S	A	R	D	E	S	A	R	D
Puntaje																																			

Correcciones (5 puntos cada aspecto) Valor 25 puntos																														
Criterios de Evaluación	Correcciones en la solución de los 8 problemas resueltos					Correcciones en las pruebas					Correcciones de las sugerencias producto de las revisiones parciales					Correcciones de las ejercicios propuestos					Evidencia de retroalimentación en las correcciones. (Comentarios en la identificación del error)					Suma				
	E	S	A	R	D	E	S	A	R	D	E	S	A	R	D	E	S	A	R	D	E	S	A	R	D	E	S	A	R	D
Puntaje																														

Excelente: 5 Satisfactorio: 4 Aceptable: 3 Regular: 2 Deficiente: 1

Glosario

<i>Aleatoriedad</i>	Proceso en el que no puede determinarse el resultado antes que se produzca.
<i>Álgebra</i>	Área de la Matemática en la que se usan símbolos, letras y números para expresar relaciones entre expresiones que representan números.
<i>Ángulo</i>	Es una figura formada por dos rayos con un punto final común.
<i>Ángulo central</i>	Ángulo cuyo vértice es el centro de una circunferencia.
<i>Área matemática</i>	Conjunto de contenidos matemáticos del currículo que permiten su organización práctica. Se utilizan cinco áreas: <i>Números, Geometría, Medidas, Relaciones y álgebra y Estadística y probabilidad.</i>
<i>Asíntota</i>	Recta que se aproxima continuamente a otra función o curva; es decir que la distancia entre las dos tiende a cero a medida que se extienden indefinidamente.
<i>Asociativa (propiedad)</i>	Una operación binaria $*$ sobre un conjunto dado A , tal que para cualesquiera elementos a, b y c de A , se tiene que $(a * b) * c = a * (b * c)$.
<i>Azar</i>	Hace referencia a la casualidad, a lo fortuito, a una combinación de circunstancias que no se pueden prever ni evitar.
<i>Clausura</i>	Fase de la acción de aula en que el educador consigna los resultados matemáticos precisos (conceptos, métodos, procedimientos) y permite un proceso que “concluye” pedagógicamente el tema o los contenidos. Se trata de una síntesis cognoscitiva fundamental para el aprendizaje: a través de esta acción del educador se ofrece a los estudiantes el vínculo con el saber matemático.
<i>Cognición</i>	Refiere a la capacidad de los sujetos para el procesamiento de información a partir de varios factores: la percepción, el conocimiento, la experiencia e incluso las características subjetivas.
<i>Competencia</i>	Se entiende como una expectativa de aprendizajes que se manifiesta en situaciones y contextos dados y donde los individuos ponen en movimiento recursos cognoscitivos, destrezas y actitudes para dar respuesta a las demandas que plantean esas situaciones.
<i>Competencia matemática</i>	Capacidad del sujeto para poder interpretar, plantear y usar conocimientos, destrezas y recursos matemáticos en situaciones y contextos diversos, especialmente aquellos ligados a su entorno social y material, y pri-

vilegiadamente hacia la descripción matemática de lo real y la resolución de problemas.

<i>Complejidad, tratamiento de</i>	Estrategia pedagógica que usa distintos niveles de profundidad y persigue la activación de acciones cognitivas en los problemas que se usan en la lección de matemática.
<i>Comunicación matemática, proceso</i>	Refiere a la expresión y comunicación oral, visual, escrita y simbólica de ideas, resultados y argumentos matemáticos a otros estudiantes, a los educadores, a la comunidad matemática.
<i>Conexión, nivel de</i>	Tipo de problema. Se basa en los procesos o competencias que intervienen en el nivel de reproducción, pero va más lejos. Refiere a la resolución de problemas que no son rutinarios pero se desarrollan en ambientes familiares al estudiante, la interpretación con exigencias mayores que en el grupo de representación, y algo que lo define: conexión entre los diversos elementos, en particular, entre distintas representaciones de la situación.
<i>Conexiones, proceso</i>	La interrelación que se desea encontrar entre las diferentes áreas matemáticas, el carácter integrado de las matemáticas y las conexiones entre las matemáticas con otras disciplinas, o con las experiencias y contextos personales.
<i>Conmutativa (propiedad)</i>	Una operación binaria $*$ sobre un conjunto dado A , tal que para cualesquiera elementos a y b de A , se tiene que $a * b = b * a$.
<i>Contextualización activa</i>	Refiere aquí al establecimiento específico de vínculos estrechos entre las matemáticas y el entorno de los estudiantes que generen una participación activa del estudiante.
<i>Cuerda de una Circunferencia</i>	Es un segmento de recta que une dos puntos de la circunferencia.
<i>Cuestionario</i>	Es una técnica para recolectar datos por medio de una serie de preguntas, escritas u orales, que debe responder un entrevistado.
<i>Currículo integrado verticalmente</i>	Organización de todos los elementos curriculares de manera integrada desde el primero al último año.
<i>Dato</i>	Unidad mínima de análisis estadístico, corresponde a la observación, respuesta o medición efectuada que puede ser un valor numérico o no numérico.
<i>Dato continuo</i>	Corresponde a aquellos datos que puede tomar cualquier valor: entero o no entero. Toma cualquier valor en el continuo. Se obtiene por medición.
<i>Dato cualitativo</i>	Dato correspondiente a un valor no numérico.
<i>Dato cuantitativo</i>	Dato correspondiente a un valor numérico.
<i>Dato discreto</i>	Representa aquel dato que únicamente puede tomar valores aislados,

	generalmente números enteros. Se obtiene por recuento.
<i>Determinista, situación</i>	Ver <i>evento determinista</i> .
<i>Diagrama de Venn</i>	Son ilustraciones que se usan para mostrar gráficamente el espacio muestral y algunos eventos relacionados con él, cada evento se representa con un círculo o un óvalo, dentro de ellos se incluyen los puntos muestrales.
<i>Distributiva (propiedad)</i>	Propiedad referida a un conjunto en el que hay definidas dos operaciones (+, ·) que satisfacen $a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c$. elementos del conjunto.
<i>Dominio de una función</i>	Conjunto de valores x para los que está definida la función, es decir, existe $y = f(x)$. Suele indicarse con $Dom(f)$.
<i>Ejes, articuladores</i>	Ejes centrales principales que participan en la mayoría de situaciones didácticas planteadas por este currículo y que contribuyen a la integración del mismo. Estos son <i>Resolución de problemas</i> y <i>Contextualización activa</i> .
<i>Ejes, centrales</i>	Criterios transversales específicos a las matemáticas que potencian algunas dimensiones relevantes en la formación de esta materia, colocadas por el contexto histórico, los resultados y experiencias de la educación matemática internacional y la realidad educativa del país.
<i>Elementos homólogos</i>	Referidos a una transformación dos elementos son homólogos si uno es la imagen del otro.
<i>Espacio muestral</i>	Es el conjunto de todos los resultados simples de una experiencia o experimento.
<i>Estadística y probabilidad, área</i>	Esta área refiere a dos grandes temas: por un lado a la identificación, organización y presentación de la información, lo que se asocia a la estadística descriptiva; por otro lado, al estudio de la inferencia a partir de los datos y de la predicción, lo que se asocia a la estadística inferencial y la probabilidad. En este currículo, sin embargo, no se desarrolla la estadística inferencial.
<i>Estilo de enseñanza</i>	Conjunto de conductas docentes para el desarrollo de una lección.
<i>Evento</i>	Está constituido por posibles resultados de una experiencia o experimento. Se dice que es un subconjunto del espacio muestral.
<i>Evento aleatorio</i>	Corresponde a aquel evento o suceso cuyo resultado depende del azar, es decir, no se puede conocer con anticipación a la realización de la experiencia.
<i>Evento determinista</i>	Corresponde a aquel evento o suceso cuyo resultado es previsible sin necesidad de llevar a cabo la experiencia.
<i>Evento imposible</i>	Representa un evento que, en la realización de una experiencia o expe-

	rimento, no es posible su ocurrencia.
<i>Evento probable</i>	Representa un evento que, en la realización de una experiencia o experimento, puede ocurrir o no ocurrir.
<i>Evento seguro</i>	Representa un evento que, en la realización de una experiencia o experimento, se tiene absoluta seguridad que va a ocurrir.
<i>Extrapolación</i>	Obtener una estimación de un valor que está fuera del rango de datos proporcionados.
<i>Fase independiente, del trabajo estudiantil</i>	Se trata de una fase en la cual, aunque preparada y colocada por el educador, el estudiante busca estrategias de solución por él mismo; puede que esto sea realizado en el aula de forma individual, en parejas o en subgrupos.
<i>Frecuencia</i>	Número total de repeticiones de un dato o de un grupo de datos de una misma clase.
<i>Función lineal</i>	Función de la forma $f(x) = ax + b$.
<i>Función biyectiva</i>	Una función que es a la vez inyectiva y sobreyectiva, por lo que a cada elemento del conjunto inicial (dominio) le corresponde un, y sólo uno, elemento del conjunto final (codominio); y a su vez, cada elemento del conjunto final tiene una y sólo una preimagen.
<i>Función inyectiva</i>	Si a, b elementos distintos del dominio de la función corresponden elementos distintos de codominio, es decir, $f(a) = f(b) \Rightarrow a = b$.
<i>Función real de una variable real</i>	Aplicación cuyo dominio y codominio son subconjuntos de los números reales.
<i>Geometría, área</i>	Estudio de las características de las figuras geométricas y las relaciones entre ellas, la modelización geométrica y la visualización espacial que permiten potenciar los procesos de visualización, clasificación, construcción y argumentación y prueba.
<i>Gestión curricular</i>	La forma como se interpreta y desarrolla el currículo en el aula.
<i>Grado de un polinomio</i>	Dado el polinomio $a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_1 x + a_0$, $a_n \neq 0$ entonces el grado del polinomio es n .
<i>Habilidad específica</i>	Una capacidad del estudiante para comprender o manipular intelectualmente un conocimiento (concepto o procedimiento); por ejemplo, “identificar un triángulo equilátero” o “efectuar sumas con números naturales menores de 1 000”. Estas son capacidades a desarrollar en plazos cortos de tiempo y están asociadas a las áreas matemáticas en que se organiza el currículo.
<i>Habilidad general</i>	Una generalización de habilidades específicas o una combinación de ellas siempre asociada a un área matemática (habilidades aritméticas, habilidades geométricas, habilidades algebraicas, etc.). Las habilidades específicas se pueden ver como casos particulares de habilidades generales.

<i>Heurísticas</i>	Estrategias formales o informales que se dan o pueden darse para resolver un problema.
<i>Homotecia</i>	Es una transformación geométrica que multiplica todas las distancias por un mismo factor, partiendo de un punto fijo. Más formalmente, una homotecia de centro O y razón k (donde k es un número diferente de cero) es una transformación que a cada punto A le hace corresponder un punto A' tal que O , A y A' son colineales y la distancia de O a A' es k veces la distancia de O a A .
<i>Incertidumbre</i>	Expresión del grado de desconocimiento de una condición futura.
<i>Indicación puntual</i>	Acotación en estos programas sobre los alcances de los contenidos o la inclusión de ejemplos o sugerencias de método.
<i>Interpolación</i>	Obtener una estimación de un valor que está dentro del rango de datos proporcionados.
<i>Logaritmo</i>	El logaritmo de un número dado en cierta base es el exponente a que hay que elevar la base para obtener el número dado.
<i>Medidas, área</i>	Incluye la comprensión y manipulación de unidades, sistemas y procesos de medición del espacio y el tiempo, el uso de herramientas y fórmulas para efectuar las medidas.
<i>Metacognición</i>	Se refiere al conocimiento de nuestro propio proceso cognitivo y al control activo de las decisiones y de los métodos utilizados en la resolución de una situación-problema.
<i>Modelización, definición</i>	Refiere a la identificación y el uso de modelos existentes, su diseño y construcción paso a paso, la modificación o contrastación de su validez, etc.
<i>Modelización, pasos</i>	Se identifican 6: Paso 1. El Problema. Un problema que describe una situación de la realidad (contextualizada) la cual debe ser modelizada. Paso 2. Sistematización. Una selección de los objetos, la información y las relaciones relevantes del problema que le permitan obtener una posible representación o idealización matemática. Paso 3. Modelo Matemático. Una traducción de los objetos y las relaciones del paso anterior en lenguaje matemático, de tal forma que obtenga un modelo que represente lo que ocurre en la realidad. Paso 4. Solución. Uso de los conocimientos matemáticos previos para poder encontrar la solución o soluciones del modelo planteado en el paso anterior, de esta forma, se podrá obtener una aproximación de la solución del fenómeno que se está idealizando en el paso 1. Paso 5. Interpretación. Análisis de los resultados y las conclusio-

nes considerando los conocimientos previos que se tiene del problema.

Paso 6. Evaluación. Verificación a la luz de los resultados matemáticos de la validez del modelo y el poder predictivo que dicho modelo tiene sobre el problema original. Para este proceso puede utilizarse la comparación con datos observados y/o el conocimiento teórico o por experiencia personal que se tenga del problema.

<i>Modelo matemático</i>	Conjunto de símbolos y relaciones matemáticas que traducen, de cierta forma, un fenómeno estudiado o un problema o situación real.
<i>Monomio</i>	Es el polinomio que tiene un solo coeficiente distinto de cero. También se dice que un monomio es polinomio de un solo término.
<i>Muestra</i>	Es una parte o subconjunto de la población que se selecciona para realizar análisis estadísticos. Se pretende que la muestra sea lo más representativa posible de la población, por lo que existen métodos especializados para realizar la escogencia de la muestra.
<i>Muestreo</i>	Corresponde a uno o más métodos o procedimientos estadísticos destinados a la selección de una muestra representativa de la población.
<i>Números, área</i>	Refiere a la comprensión y manipulación de los números, los sistemas numéricos, las operaciones y cálculos.
<i>Orientaciones generales</i>	Criterios generales para el diseño de este currículo de matemáticas.
<i>Pendiente de una recta</i>	El aumento o disminución de la ordenada de un punto de la recta, para un aumento de la abscisa de una unidad. Es la tangente del ángulo que forma la recta con el eje de las abscisas.
<i>Población</i>	Representa el conjunto total de elementos o unidades de los que interesa obtener información o tomar decisiones.
<i>Problemas, de final abierto</i>	Aquellos que admiten varias soluciones y aproximaciones, y que pueden ser oportunidades muy valiosas para introducir conceptos y procedimientos, para organizar la lección o para trabajos extra clase por medio de proyectos.
<i>Proceso matemático</i>	Actividad cognitiva presente en los diversos quehaceres matemáticos aunque pueda estar presente en otras áreas de la vida humana. Existen diferentes niveles o grados de procesos, que poseen un dominio de acción menor o mayor. Siempre aplicados en el ámbito matemático, se pueden mencionar los siguientes procesos: listar, clasificar, individualizar, simbolizar, agrupar, representar, razonar, argumentar, refinar, modelizar, etc.
<i>Proporción</i>	Igualdad entre dos razones.

<i>Propósitos generales</i>	Constituyen el marco más amplio para la implantación de este currículo. Los tres propósitos de la formación matemática escolar señalados son: generar progreso de la competencia matemática, conocimiento y actitudes y creencias positivas sobre las matemáticas.
<i>Punto muestral</i>	Corresponde a un resultado simple de una experiencia o experimento. Es un elemento del espacio muestral.
<i>Radián</i>	Unidad de medida de ángulos; ángulo cuyo arco es igual al radio con que ha sido trazado.
<i>Razón de dos números</i>	Expresión que compara dos números por división.
<i>Razonamiento inductivo</i>	Proceso de observación de datos, identificación de patrones y elaboración de generalizaciones a partir de las observaciones efectuadas.
<i>Razonamiento-argumentación-demostración, proceso</i>	Actividad que aparece transversalmente en el currículo y que da pie a formas de pensamiento lógico y matemático (deductivo, inductivo, por contraejemplos, etc.), razonamiento analítico, justificaciones, pruebas, etc.
<i>Razones trigonométricas</i>	Relaciones entre los lados y los ángulos de un triángulo rectángulo. Las fundamentales son el seno, coseno y tangente.
<i>Recta numérica</i>	Línea recta en la que se representan los números en orden como puntos de la recta.
<i>Rectas paralelas</i>	Rectas que están en el mismo plano y no se cortan.
<i>Rectas perpendiculares</i>	Son rectas que forman ángulos rectos.
<i>Recurrencia</i>	Proceso de generación de una sucesión o patrón a partir de un primer término dado al aplicar una regla a fin de obtener cualquier término a partir del término precedente.
<i>Recursividad</i>	Ver <i>Recurrencia</i> .
<i>Reflexión</i>	Una reflexión con respecto a una recta L es una transformación que a cada punto A le hace corresponder un punto A' tal que L es la bisectriz del segmento AA' . Si A está en la recta, entonces $A'=A$.
<i>Reflexión, nivel de</i>	Tipo de problema. El elemento significativo es la reflexión, realizada en ambientes que son más novedosos para el estudiante y contienen más elementos que los que aparecen en el otro nivel de complejidad. Se plantea aquí: formulación y resolución de problemas complejos, la necesidad de argumentación y justificación, la generalización, el chequeo de si los

resultados corresponden a las condiciones iniciales del problema y la comunicación de esos resultados. Se exige la participación de varios métodos complejos para su solución.

<i>Relaciones y álgebra, área</i>	Integra varios temas como el estudio de patrones y relaciones de distinto tipo (numéricas, geométricas), las funciones (vistas como relaciones entre variables), así como el manejo de expresiones y relaciones simbólicas, ecuaciones e inecuaciones, como medio de potenciar procesos de generalización y simbolización
<i>Representación gráfica</i>	Representación de los datos por medio de un gráfico con la intención de mostrar un patrón o forma que toma la concentración de datos para favorecer la comprensión del lector.
<i>Representación tabular</i>	Representación de los datos por medio de una tabla o cuadro con la intención de resumir un grupo de datos para favorecer la comprensión por parte del lector.
<i>Representaciones, proceso</i>	Este proceso apela a la comprensión y manipulación de múltiples representaciones que poseen las nociones matemáticas (gráficas, numéricas, visuales).
<i>Reproducción, nivel de</i>	En esencia se refiere a ejercicios o problemas relativamente familiares que demandan la reproducción de conocimientos ya practicados, son los procesos o competencias que se invocan en la mayoría de exámenes o pruebas en las aulas. Apelan a conocimiento de hechos y representación de problemas comunes, reconocimiento de cosas equivalentes, recolección de objetos matemáticos o propiedades, procedimientos rutinarios, aplicación de algoritmos estándar, manipulación sencilla de expresiones que poseen símbolos, fórmulas y cálculos sencillos. También incluye la resolución rutinaria de problemas.
<i>Resolución de problemas</i>	El currículo escolar debe integrar al menos las siguientes dimensiones: aprendizaje de los métodos para plantear y resolver problemas y el desarrollo de los contenidos matemáticos (conceptos y procedimientos) a través de la resolución de problemas. En la primera dimensión se enfatizan los medios (estrategias, heurísticas, métodos) y en la segunda, una acción de aula que permite generar los aprendizajes matemáticos en el contexto específico de la resolución de problemas. Esta última apela a un diseño más complejo de la acción de enseñanza y aprendizaje. En esta segunda aproximación no se subrayan tanto los métodos o heurísticas que requiere un problema (diagrama, analogía, extrapolación, etc.) sino dimensiones o ideas matemáticas de mayor relieve como el razonamiento y la argumentación, la modelización, las representaciones múltiples y la generalización.
<i>Resolución de problemas y modelización, proceso</i>	Actividad que provoca el planteamiento, diseño y resolución de problemas, así como la modelización de situaciones por medio de las matemáticas.
<i>Resolución de problemas, a través de</i>	Subraya situaciones de cierta complejidad que el estudiante debe enfrentar, en las cuales éste no posee todos los medios (conceptos o procedi-

<i>la</i>	mientos) para resolverla. Precisamente en esa confrontación el estudiante podrá acceder o elaborar los recursos teóricos que den solución al problema planteado.
<i>Resolución de problemas, pasos</i>	Se identifican 4: Paso 1. Entendimiento del problema. Tener claridad sobre lo que trata el problema antes de empezar a resolverlo. Paso 2. Diseño. Considerar varias formas para resolver el problema y seleccionar un método específico. Paso 3. Control. Monitorear el proceso y decidir cuándo abandonar algún camino que no resulte exitoso. Paso 4. Revisión y comprobación. Revisar el proceso de resolución y evaluar la respuesta obtenida.
<i>Simetría</i>	Una simetría central de centro O es una transformación que hace corresponder a cada punto A otro punto A' tal que O es el punto medio del segmento AA' .
<i>Simetría axial</i>	Una figura tiene simetría axial si hay una recta, llamada eje de simetría, con respecto a la cual, al realizar la reflexión de la figura se obtiene la misma figura mediante su reflexión.
<i>Sistema de coordenadas cartesianas</i>	Es un sistema gráfico que divide el plano en cuatro cuadrantes. Los puntos en el plano se identifican mediante pares ordenados.
<i>Situación-problema</i>	Situación de aula en que se busca el desarrollo de un objetivo de aprendizaje no solamente asociado a una circunstancia educativa que requiera inevitablemente dar o intentar dar una solución (no tiene por qué existir una “resolución”). Se trata de una situación didáctica general que puede exhortar otro tipo de intervención de los estudiantes. Por ejemplo: un dilema, un texto sobre un pasaje de la historia de las matemáticas, una representación artística asociada a las matemáticas, un juego, un rompecabezas, etc.
<i>Solución de una ecuación</i>	Valor de la incógnita que al ser reemplazado en la ecuación hace que se cumpla la igualdad.
<i>Sucesión</i>	Secuencia ordenada de números reales, $a_1, a_2, \dots, a_n, \dots$ donde el subíndice indica el lugar que ocupa el término en la sucesión y a_n es el término general de la sucesión. Podemos definirla también como una aplicación de los enteros positivos en \mathbb{R} .
<i>Tarea matemática</i>	Trabajo que se propone realizar a los estudiantes sobre un tópico de matemáticas.
<i>Traslación</i>	Una traslación de vector z es una transformación que a cada punto A le hace corresponder otro punto A' tal que el vector AA' es igual al vector

z. Si se aplica una traslación a una figura, se obtiene una figura congruente a la inicial, ubicada en otro lugar.

Trigonometría Área de la matemática que trabaja con ángulos, triángulos y funciones trigonométricas.

Trinomio Es un polinomio que consta exactamente de tres términos.

Valor absoluto de un número real Mide la distancia del punto que representa el número real, al origen.

Variabilidad de los datos Corresponde a la dispersión que presentan los datos entre sí, en este sentido se encuentran conjuntos de datos más homogéneos o más heterogéneos. La variabilidad de los datos representa la esencia misma de la estadística, pues la razón de ser de esta disciplina consiste en determinar tendencias o patrones de comportamiento de los datos producto de su variabilidad.

Variable Es un símbolo que representa un número de un conjunto dado de números.

Bibliografía y referencias

- Alcázar, A. (2007). *Historia de la probabilidad*. Recuperado de http://web.uam.es/personal_pdi/ciencias/barcelo/historia/Historia%20de%20la%20probabilidad.pdf
- Artigue, M., Douady, R., Moreno, L. & Gómez, P. (Eds.). (1995). *Ingeniería didáctica en educación matemática*. México: Grupo Editorial Iberoamérica.
- Barrantes, H. (2008). Creencias sobre las matemáticas en estudiantes de la enseñanza media costarricense. *Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática*, 4, 45-69.
- Brousseau, G. (1990). ¿Qué pueden aportar a los enseñantes los diferentes enfoques de la didáctica de las matemáticas? (Primera parte). *Enseñanza de las Ciencias*, 8(3), 259- 267.
- Brousseau, G. (1991). ¿Qué pueden aportar a los enseñantes los diferentes enfoques de la didáctica de las matemáticas? (Segunda Parte). *Enseñanza de las Ciencias*, 9(1), 10- 21.
- Brousseau, G. (1998). *Théorie des situations didactiques*. Paris: Pensé e Sauvage.
- Boyer, C. (1992). *Historia de la matemática*. Madrid: Alianza Universidad.
- Campbell, J. I. D. (Ed.). (2005). *Hand book of mathematical cognition*. New York: Psychology Press.
- Caro, R. & García, F. (2011, abril). Historias de matemáticas: ¿Qué historia esto de la estadística! *Revista de Investigación e Innovación Educativa "Pensamiento Matemático"*, 0. Recuperado de <http://www.oei.es/cienciayuniversidad/spip.php?article2118>
- Casado, S. (n.d.). *Los sistemas de numeración a lo largo de la historia*. Recuperado de <http://thales.cica.es/rd/Recursos/rd97/Otros/SISTNUM.html#E>
- Charles, R. & Silver, E. (Eds.). (1989). *The teaching and assessing of mathematical problem solving*. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.
- Chavarría, J. & Chaves, E. (2008). Desarrollo histórico y percepción del proceso de implementación del sistema internacional de unidades en Costa Rica. *Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática*, 4, 99-123.
- Chevallard, Y. (1991). *La transposition didactique*. Paris: La Pensé e Sauvage.
- Clarke, D., Emanuelsson, J., Jablonka, E. & Mok, I. (Eds.). (2006). *Making connection: Comparing mathematics classrooms around the world*. The Netherlands: Sense Publishers.
- Clarke, D., Keitel, C. & Shimizu, Y. (Eds.). (2006). *Mathematics classrooms in twelve countries: the insider's perspective*. The Netherlands: Sense Publishers.
- Dalakov, G. (2011, mayo 25). *The logarithms and rules*. Recuperado de <http://history-computer.com/CalculatingTools/logarythms.html>
- De Faria, E. (2006). Control en la resolución de problemas. *Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática*, 1, 77-86.
- De Faria, E. (2008a). Creencias y matemáticas. *Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática*, 4, 9-27.
- De Faria, E. (2008b). Resolución de problemas en los programas de estudio de matemática del Ministerio de Educación pública de Costa Rica. *Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática*, 4, 157-173
- Descartes, R. (2008). *La géométrie* [Editado por Hermann, A. Versión de 1886]. Recuperado de <http://www.gutenberg.org/ebooks/26400/26400-pdf.pdf>, doi: ISO-8859-1
- Enzensberger, H. (1998). *El diablo de los números*. Madrid: Ediciones Siruela.
- Ernest, P. (2011). *The psychology of learning mathematics: The cognitive, affective and contextual domains of mathematics education*. Saarbrücken, Alemania: Lambert Academic Publishing.
- Euclides. (1991). *Los elementos* [Traducción de María Luisa Puertas]. Madrid: Gredos.

- Fauvel, J. & van Maanen, J. (2000). *History in mathematics education: The ICMI study*. Dordrecht, The Netherlands: Kluwer Academic Publishers.
- Finnish National Board of Education. (2004). *National core curriculum for Upper Secondary schools 2003*. Recuperado de http://www.oph.fi/english/publications/2003/National_Core_Curriculum_for_Upper_Secondary_Schools_2003
- Finnish National Board of Education. (2004). *National core curriculum for Basic Education 2004*. Recuperado de http://www.oph.fi/english/publications/2009/national_core_curricula_for_basic_education
- Gardner, H. (1995). *Inteligencias múltiples: La teoría en la práctica*. Barcelona: Ediciones Paidós Ibérica, S. A.
- Hernández, S. (2005, mayo - agosto). Historia de la estadística. *Revista de Divulgación Científica y Tecnológica de la Universidad Veracruzana*, 18(2). Recuperado de <http://www.uv.mx/cienciahombre/revistae/vol18num2/articulos/historia/index.htm>
- Jablonka, E. & Bergsten, C. (2010). Theorising in mathematics education research: differences in modes and quality. *Nordic Studies in Mathematics Education*, 15 (1), 25–52.
- Katz, V. (2009). *A history of mathematics: An introduction (3a. ed.)*. Boston, EUA: Addison-Wesley.
- La enciclopedia on-line de las secuencias de números enteros. (2011, mayo 26). Recuperado de <http://oeis.org/>
- Lesh, R. & Doerr, H. M. (Eds.). (2003). *Beyond constructivism: Models and modeling perspectives on mathematics problem solving, learning and teaching*. Mahwah, New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates, Inc.
- Mammana, C. & Villani, V. (Eds.). (1998). *Perspective son the teaching of geometry for the 21st century: An ICMI Study*. Dordrecht, The Netherlands: Kluwer Academic Press.
- Ministère de l'Éducation, du Loisir et du Sport. (2009). *Progression des apprentissages mathématique: Québec, Canadá*. Recuperado de <http://www.mels.gouv.qc.ca/progression/mathematique>
- Ministère de l'Éducation nationale. (2008, junio). Horaires et programmes d'enseignement de l'école primaire. *Le B.O. Bulletin officiel du Ministère de l'éducation nationale et du Ministère de l'enseignement supérieur et de la recherche. N° 3 du 19 juin 2008*. París, Francia: autor.
- Ministère de l'Éducation nationale. (2008, agosto). Programmes du collège. Programmes de l'enseignement de mathématiques. *Bulletin officiel spécial n° 6 du 28 août 2008*. París, Francia: autor.
- Ministério da Educação. (2007). *Programa de matemática do ensino básico*. Portugal: autor.
- Ministerio de Educación Nacional. (2003). *La revolución educativa. Estándares básicos de matemáticas y lenguaje. Educación básica y media*. Colombia: autor.
- Ministerio de Educación Nacional. (2006). *Estándares básicos de competencias en lenguaje, matemáticas, ciencias y ciudadanas*. Colombia: autor.
- Ministerio de Educación Pública. (1995a). *Programa de estudios. Primer ciclo. Matemáticas*. Costa Rica: autor.
- Ministerio de Educación Pública. (1995b). *Programa de estudios. Segundo ciclo. Matemáticas*. Costa Rica: autor.
- Ministerio de Educación Pública. (1995c). *Programa de estudios. Tercer ciclo. Matemáticas*. Costa Rica: autor.
- Ministerio de Educación Pública. (1996). *Programa de estudios. Educación Diversificada. Matemáticas*. Costa Rica: autor.
- Ministerio de Educación Pública. (2001a). *Programa de estudios. Educación Diversificada. Matemáticas*. Costa Rica: autor.
- Ministerio de Educación Pública. (2001b). *Programa de estudios. Tercer ciclo. Matemática*. Costa Rica: autor.

- Ministerio de Educación Pública. (2005a). *Programa de estudios. Educación Diversificada. Matemáticas*. Costa Rica: autor.
- Ministerio de Educación Pública. (2005b). *Programa de estudios. Tercer ciclo. Matemáticas*. Costa Rica: autor.
- Ministerio de Educación Pública (2009). *Reglamento de evaluación de los aprendizajes REA*. San José, Costa Rica: Litografía e Imprenta Universal S.A.
- Ministerio de Educación Pública (2011). Disposiciones sobre el Planeamiento Didáctico en los Centros Educativos. Circular DM-0033-11-11 emitida por el despacho del Ministro el 28 de noviembre del 2011. San José, Costa Rica.
- Ministry of Education. (2006a). *Mathematics syllabus primary: Singapur*. Recuperado de <http://www.moe.gov.sg/education/syllabuses/sciences>
- Ministry of Education. (2006b). *Mathematics syllabus secondary: Singapur*. Recuperado de <http://www.moe.gov.sg/education/syllabuses/sciences>
- Mullis, I.V.S., Martin, M.O., Ruddock, G.J., O'Sullivan, C.Y. & Preuschoff, C. (2009). *TIMSS 2011: Assessment frameworks*. Boston, EUA: International Association for the Evaluation of Educational Achievement (IEA), TIMSS & PIRLS International Study Center, Lynch School of Education, Boston College.
- National Council of Teachers of Mathematics. (1989a). *Curriculum and evaluation standards for school mathematics*. Reston, VA, EUA: autor
- National Council of Teachers of Mathematics. (1989b). *Historical topics for the mathematics classroom*. Second Edition. Reston, VA, EUA: autor.
- National Council of Teachers of Mathematics. (1991). *Estándares curriculares y de evaluación para la educación matemática* [Traducción de José María y Jesús Casado]. Sevilla: Sociedad Andaluza para la Educación Matemática "THALES".
- National Council of Teachers of Mathematics. (2000). *Principles and standards for school mathematics*. Reston, VA: autor.
- National Council of Teachers of Mathematics. (2003). *Principios y estándares para la educación matemática* [Traducción de Manuel Fernández Reyes]. Sevilla: Sociedad Andaluza para la Educación Matemática "THALES".
- National Council of Teachers of Mathematics. (2006a). *Curriculum focal points for prekindergarten through grade 8 mathematics*. Reston, VA: autor.
- National Council of Teachers of Mathematics. (2006b). *Historical topics for the mathematics classroom*. Reston: autor.
- National Council of Teachers of Mathematics. (2007). *Perspective on the design and development of school mathematics curricula*. Reston, VA: autor.
- National Council of Teachers of Mathematics. (2009). *Focus in high school mathematics: Reasoning and sense making*. Reston, VA: autor.
- National Council of Teachers of Mathematics. (2010). *Mathematics curriculum: Issues, trends, and future directions*. Reston, VA: autor.
- Niss, M. (2011). The Danish KOM project and possible consequences for teacher education. *Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática*, 9, 13-24.
- OECD. (2003). *The PISA 2003 assessment framework – mathematics, reading, science and problem solving knowledge and skills*. Paris: OECD.
- OECD. (2006). *Assessing scientific, reading and mathematical literacy a framework for PISA 2006*. París: autor.
- OECD. (2010). *Pisa 2009 results: what students know and can do – student performance in reading, mathematics and science* [Vol. I]. Recuperado de <http://dx.doi.org/10.1787/9789264091450-en>
doi: 10.1787/9789264091450-en
- Perero, M. (1994). *Historia e historias de Matemáticas*. México: Grupo Editorial Iberoamérica

- Pierce, R. (2008, abril 08). *Razón de oro*. Recuperado de <http://www.disfrutalasmaticas.com/numeros/razon-oro.html>
- Polya, G. (1966). *Matemáticas y razonamiento plausible*. Madrid: Tecnos.
- Polya, G. (1990). *Cómo plantear y resolver problemas*. México: Trillas.
- Poveda, R., & Murillo, M. (2003). Las nuevas tecnologías en la enseñanza y aprendizaje de la matemática. *UNICENCIA*, 20(1), 125-133.
- Programa Estado de la Nación. (2008). *Estado de la región en desarrollo sostenible, un informe desde Centroamérica y para Centroamérica*. San José, Costa Rica: autor.
- Programa Estado de la Nación. (2010). *Decimosexto informe estado de la nación en desarrollo humano sostenible*. San José, Costa Rica: autor.
- Programa Estado de la Nación. (2011). *Estado de la Educación 3*. San José, Costa Rica: Consejo Nacional de Rectores, Programa Estado de la Nación.
- Rico, L. & Lupiáñez, J. (2008). *Competencias matemáticas desde una perspectiva curricular*. Madrid, España: Alianza Editorial.
- Ruiz, A. (1995). *Historia de las matemáticas en Costa Rica: Una introducción*. San José, Costa Rica: Edit. UCR, UNA.
- Ruiz, A. (1999). *Geometrías no euclidianas*. San José, Costa Rica: EUCR.
- Ruiz, A. (2000). *El desafío de las matemáticas*. Heredia, Costa Rica: EUNA.
- Ruiz, A. (2003). *Historia y filosofía de las matemáticas*. San José, Costa Rica: EUNED.
- Ruiz, A. (2006). *Universalización de la educación secundaria y reforma educativa*. San José, Costa Rica: EUCR-CONARE.
- Ruiz, A., Barrantes, H. & Gamboa, R. (2009). *Encrucijada en la enseñanza de las matemáticas: la formación de educadores*. Cartago, Costa Rica: Editorial Tecnológica de Costa Rica.
- Ruiz, A. (2010). Conocimientos y currículo en la educación matemática. *Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática*, 6, 107-141.
- Ruiz, A. (2011). La lección de matemáticas a través de estudios internacionales con videos. *Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática*, 8, Recuperado de <http://www.cimm.ucr.ac.cr/ojs/index.php/CIFEM>
- Tahan, M. (1972). *El hombre que calculaba*. España: Ed. Verón.
- Tobias, S. & Duffy, T.M. (Eds.). (2009). *Constructivist instruction: Success or failure*. New York: Routledge.
- Sao Paulo (Estado) Secretaria da Educação. (2010). *Curriculo do Estado de Sao Paulo: Matemática e suas tecnologias*. Sao Paulo, Brasil: SEE.
- Schoenfeld, A. (1985). *Mathematical problem solving*. Orlando: Academic Press.
- Schoenfeld, A. (2011). *Howwethink*. New York: Routledge.
- Secretaría de Educación Pública. (2009). *Matemáticas I. Serie Programas de Estudio. Programa en validación*. México: autor.
- Secretaría de Educación Pública. (2009). *Matemáticas II. Serie Programas de Estudio. Programa en validación*. México: autor.
- Secretaría de Educación Pública. (2009). *Matemáticas III. Serie Programas de Estudio. Programa en validación*. México: autor.
- Secretaría de Educación Pública. (2009). *Matemáticas IV. Serie Programas de Estudio. Programa en validación*. México: autor.
- Sierpinska, A. & Kilpatrcik, J. (Eds.). (1998). *Mathematics education as a research domain: a search for identity. An ICMI study*. Dordrecht, The Netherlands: Kluwer Academic Press.
- Sousa, D. A. (2008). *How the brain learns mathematics*. Thousand Oaks, California: Corwin Press.
- Stacey, K., Chick, H. & Kendal, M. (2004). *The future of the teaching and learning of algebra: The 12th ICMI study*. Dordrecht, The Netherlands: Kluwer Academic Publishers.

- Takahashi, A., Watanabe, T. & Yoshida, M. (2006). *Lower secondary school teaching guide for the Japanese course of study. Grades 7-9*. Madison, New Jersey, EUA: Global Education Resources, L.L.C.
- Takahashi, A., Watanabe, T. & Yoshida, M. (2008). *English translation of the Japanese mathematics curricula in the course of study. Grades 1-9*. Madison, New Jersey, EUA: Global Education Resources, L.L.C.
- Tellechea, E. (2002). *Notas para el taller de entrenamiento de la preselección*. Informalmente publicado manuscrito, Matemáticas, Universidad de Sonora, Sonora, México. Recuperado de <http://www.mat.uson.mx/eduardo/entrsprel2002.pdf>
- Torres, R., Barrantes, J., Gutiérrez X., Leitón O., Marchena, J., Mora, I., y Solís, J. (2011). *La prueba escrita*. San José, Costa Rica: Litografía e Imprenta Universal S.A.
- Torres, R., Barrantes, J., Gutiérrez X., Leitón O., Marchena, J., Mora, I., y Solís, J. (2011). *Evaluación Diagnóstica*. San José, Costa Rica: Litografía e Imprenta Universal S.A.
- Torres, R., Barrantes, J., Gutiérrez X., Leitón O., Marchena, J., Mora, I., y Solís, J. (2011). *Respuestas a las consultas más frecuentes en el proceso de evaluación de los aprendizajes*. San José, Costa Rica: Litografía e Imprenta Universal S.A.
- Un tercio de la humanidad podría contraer la nueva gripe en 2010. (2009, Mayo 7). *El Mundo*, Recuperado de <http://www.elmundo.es/elmundosalud/2009/05/07/medicina/1241700820.html>
- Usiskin, Z. & Willmore, E. (Eds.) (2008). *Mathematics curriculum in Pacific Rim countries –China, Japan, Korea and Singapore*. USA: IAP Information Age Publishing Inc.
- Varona, P., Herrera, D., García, R., Bonet, M., Romero, T. & Venero, S. (2009, abril-junio). Mortalidad atribuible al tabaquismo en Cuba. *Revista Cubana de Salud Pública*, 35(2). Recuperado de http://scielo.sld.cu/scielo.php?script=sci_issuetoc&pid=0864-346620090002&lng=es&nrm=iso

Créditos

Director general

- Angel Ruiz Zúñiga (Universidad de Costa Rica)

Autores

- Edison De Faria Campos (Universidad de Costa Rica)
- Edwin Chaves Esquivel (Universidad Nacional, Universidad de Costa Rica)
- Hugo Barrantes Campos (Universidad de Costa Rica, Universidad Estatal a Distancia)
- Ricardo Poveda Vásquez (Universidad Nacional, Liceo Alfredo González Flores, Ministerio de Educación Pública)
- Angel Ruiz Zúñiga (Universidad de Costa Rica).

Equipo de apoyo

- Damaris Oviedo Arce (Montealto School)
- Luis Armando Hernández Solís (Colegio Técnico Profesional de Pacayas, Universidad Estatal a Distancia)
- Miguel González Ortega (Liceo Regional de Flores, Universidad Nacional)

Lectores / colaboradores

Edición de estilo

- Julián Ruiz