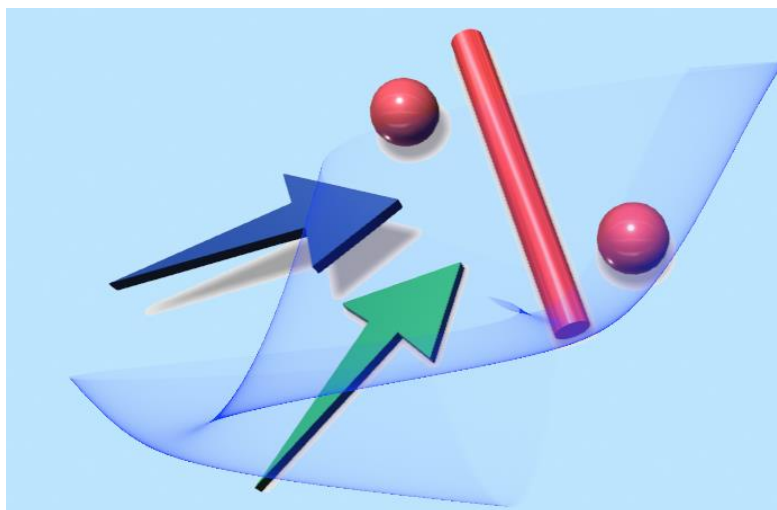


REFORMA DE LA EDUCACIÓN MATEMÁTICA EN COSTA RICA



Colección *Preparación Matemáticas Bachillerato*



ESTADÍSTICA Y PROBABILIDAD: **Análisis estadístico relativo**

Material complementario

Costa Rica

2017

Contenido

I.	Introducción	3
1.	Análisis de datos cualitativos: valores absolutos y porcentuales	3
	Problema 1. Deserción y selección de área científica	3
	Problema 2. Selección de área científica según sexo del estudiante	6
2.	Uso de medidas estadísticas relativas	7
	Estandarización	8
	Problema 3. Comparación entre notas de examen de admisión	8
	Problema 4. Salarios relativos de técnicos en refrigeración	9
	Problema 5. Rendimiento en Matemáticas en dos trimestres	10
	Coeficiente de variación	11
	Problema 6. Variación en la producción de plantas industriales	12
	Problema 7. Defunciones según causa de muerte	13
I.	Bibliografía	15
II.	Créditos	15

Conceptos:

[Estandarización](#) (p. 8)

[Coeficiente de variación](#) (p. 11)

I. Introducción

El presente documento ha sido elaborado por el Proyecto Reforma de la Educación Matemática en Costa Rica. Su propósito básico consiste en apoyar a estudiantes para la preparación de las Pruebas Nacionales de Matemáticas en el análisis de las medidas estadísticas.

Este documento complementa el Mini MOOC denominado *Análisis estadístico relativo* de la colección *Preparación Matemáticas Bachillerato* (<http://minimoocs.reformamatematica.net>) diseñado por este mismo proyecto.

Se analizan diferentes conocimientos vinculados con el uso de las medidas estadísticas de posición y variabilidad para la resolución de problemas de acuerdo con las temáticas incluídas en los Programas de Estudios de Matemáticas para la Educación Diversificada. Se incluyen además

Esperamos que el material sea de provecho para todos aquellos lectores que lo utilicen.

1. Análisis de datos cualitativos: valores absolutos y porcentuales

[Volver a Contenido](#)

Problema 1. Deserción y selección de área científica

Suponga que usted estudia en el Liceo El Progreso, que es una institución académica en la cual en el año 2015 se matricularon 192 estudiantes en undécimo año, pero 12 de ellos se retiraron antes de concluir el año académico, los demás aprobaron el curso lectivo.

De ellos, 18 se inscribieron para presentar Física como área científica para las pruebas de bachillerato, mientras 46 optaron por realizar la prueba de Química y el resto se inscribieron para presentar Biología. El director del colegio desea resumir esta información de manera que sea comprensible para entregar un informe a los padres de familia.



<http://www.freepik.es/>

Ayude al señor Director a resumir esta información para que la incluya en dicho informe y resulte comprensible para los padres de familia.

Solución:

En este caso la unidad estadística es el estudiante de noveno año del Liceo el Progreso, las variables de interés del estudio son:

- *Condición de desertor*, cuyas respuestas pueden ser: (1) desertor o (2) no desertor
- *Especialidad científica* que va a presentar en bachillerato: (1) Física, (2) Química y (3) Biología.

Los datos que generan estas variables no son numéricos, debido a que para cada una se anota lo siguiente. Observe que se pueden utilizar números para representar las categorías o respuestas vinculadas con cada estudiante, pero es meramente simbólico, cualquier número que se puede emplear se utiliza para simplificar la escritura.

En primer lugar, cuando se analiza la condición de desertor solamente caben dos posibilidades para cada uno de los estudiantes matriculados (desertor o no desertor), entonces la descripción del comportamiento es sencilla, basta con determinar el número de estudiantes que abandonaron la institución, en este caso fueron 12, por lo que 180 no se retiraron y aprobaron el curso. Sin embargo, estos datos por sí solos no son suficientemente ilustrativos desde el punto de vista estadístico. Se requiere determinar un valor relativo o porcentual que permita hacer comparaciones con otras instituciones o con otros años. Entonces el Director podría utilizar porcentajes en el informe:

- *En el año 2015, en el Liceo El Progreso desertaron 12 estudiantes de un total de 192 que matricularon undécimo año, por ello el porcentaje de deserción fue $\frac{12}{192} \cdot 100\% = 6,25\%$. Esto es equivalente a decir que de los 192 estudiantes que se matricularon en undécimo año en esta institución, el 93,75% logró aprobar el año.*

En segundo lugar, en cuanto al área de ciencias que escogieron los estudiantes, de los 180 jóvenes con derecho a realizar las pruebas de bachillerato, 18 seleccionaron Física, 46 Química y por lo tanto $180 - 18 - 46 = 116$ escogieron Biología. Para dar una mejor interpretación a estos números se pueden determinar los porcentajes correspondientes. Se recomienda al Director indicar en el informe lo siguiente:

- *En el Liceo El Progreso para el año 2015, de los 180 estudiantes que debían realizar las pruebas de bachillerato, 18 estudiantes seleccionaron el área de Física es decir el $\frac{18}{180} \cdot 100\% = 10,0\%$, por su parte 46 estudiantes seleccionaron el área de Química que corresponde al $\frac{46}{180} \cdot 100\% = 25,6\%$, (aproximadamente), y finalmente, 116 estudiantes seleccionaron el área de Biología, que representa el $\frac{116}{180} \cdot 100\% = 64,4\%$ (aproximadamente)*

Otra forma de presentar esta información corresponde a un pequeño cuadro:

Liceo El Progreso: área científica seleccionada por los 180 estudiantes que realizaron la prueba de Bachillerato, año 2015

Área científica seleccionada	Número de estudiantes	Porcentaje de estudiantes
Física	18	10,0
Química	46	25,6
Biología	116	64,4
Total	180	100,0

Información ficticia utilizada con fines didácticos

En el problema anterior, aunque los datos originales eran cualitativos (no numéricos), se debió realizar un conteo de cada categoría lo que a la postre generó la suma total en cada caso y los porcentajes correspondientes, de modo que la variabilidad de los datos fuera comprensible para un lector. En estos casos los porcentajes constituyen una medida estadística adecuada para resumir la información. Esta alternativa se vuelve fundamental cuando se requiere realizar comparaciones entre grupos con diferentes variables.

[Volver a Contenido](#)

Problema 2. Selección de área científica según sexo del estudiante

Con base en el problema anterior, suponga ahora que el Director del Liceo El Progreso desea presentar la información sobre el área científica seleccionada por los estudiantes; pero desea realizar una comparación por sexo (hombres y mujeres)



Decide presentar en el informe el siguiente cuadro:

Liceo El Progreso: área científica seleccionada por los 180 estudiantes que realizaron la prueba de Bachillerato según el sexo, año 2015

Área científica seleccionada	Número de estudiantes	
	Hombres	Mujeres
Física	9	9
Química	16	30
Biología	37	79
Total	62	118

Información ficticia utilizada con fines didácticos

¿Qué críticas haría usted al señor Director en relación con el cuadro anterior, si lo que se pretende es realizar una comparación por sexo en la escogencia del área científica, de modo que sea de fácil comprensión para los padres de familia?

Solución:

Cuando se desean realizar comparaciones entre grupos, no es conveniente utilizar los números absolutos, debido a que normalmente ocurre que los números totales entre los grupos son diferentes (en el ejemplo anterior hay 62 varones contra 118 mujeres), entonces los valores parciales de cada categoría no son comparables. Por ejemplo, sería un error indicar que la preferencia por el área de Física fue igual entre hombres y mujeres basados únicamente en el hecho que nueve hombres y nueve mujeres seleccionaron esta área. Pero también es error señalar que las mujeres presentaron más preferencia al área de Química que los hombres.

Para realizar una lectura adecuada de los datos del cuadro se requiere hacer una comparación porcentual, tal como se indica en el cuadro siguiente:

**Liceo El Progreso: área científica seleccionada por los estudiantes que realizaron
la prueba de Bachillerato según el sexo, año 2015**

Área científica seleccionada	Hombres		Mujeres	
	Total	Porcentaje	Total	Porcentaje
Física	9	14,5	9	7,6
Química	16	25,8	29	24,6
Biología	37	59,7	80	67,8
Total	62	100,0	118	100,0

Información ficticia utilizada con fines didácticos

Al comparar los porcentajes se puede notar que hubo mayor preferencia de los hombres por el área de Física y de las mujeres por el área de Biología; pero en el área de Química fue similar la preferencia. Entonces se debe recomendar al Director que sustituya el cuadro que quería incluir por este otro que resulta más ilustrativo.

Los problemas anteriores realizan un análisis de variables cualitativas (no numéricas) por medio de porcentajes. Sin embargo, si las variables son cuantitativas (numéricas) entonces se requiere recurrir a otras técnicas porque los porcentajes no aplican para ellas.

2. Uso de medidas estadísticas relativas

Tal como se estudió en los problemas 1 y 2, se requirió de porcentajes para realizar comparaciones relativas entre grupos, del mismo modo, existen fenómenos que requieren de un análisis relativo mediante el uso de las medidas de posición o de variabilidad.

[Volver a Contenido](#)

Estandarización

Consiste en una estrategia que se utiliza para realizar comparaciones con datos que pertenecen a diferentes contextos o diferentes magnitudes. Para que los datos sean comparables se les debe estandarizar: para cada uno se calcula su diferencia respecto al promedio y el resultado se divide por la desviación estándar:

$$\text{dato estandarizado} = \frac{\text{dato} - \text{promedio}}{\text{desviación estándar}}$$

Con esta medida se elimina el efecto de la unidad de medida de los datos debido a que se modifica su posición, llevándolos a un estándar comparativo. Un dato estandarizado puede ser positivo, negativo o incluso nulo.

[Volver a Contenido](#)

Problema 3. Comparación entre notas de examen de admisión

Pedro es un estudiante que está por ingresar a la universidad y realiza el examen de admisión en dos universidades. En el examen correspondiente a la universidad A obtuvo un 683 en una escala de 0 a 800; mientras que en el examen correspondiente a la universidad B obtuvo un 413 en una escala de 0 a 500. La calificación promedio y la desviación estándar de las calificaciones de todos los estudiantes que realizaron la prueba fueron:

Examen	Nota promedio	Desviación estándar
Universidad A	578	110
Universidad B	394	78

Pedro decide realizar trámites de admisión solamente en aquella universidad en la que obtuvo un mejor resultado en relación con todos los estudiantes que presentaron las pruebas, pero no sabe cómo puede realizar la comparación y efectuar la escogencia apropiada. Ayude a Pedro a resolver este problema.

Solución:

El problema que enfrenta Pedro es que la escala de calificación es diferente en las dos pruebas, por ello las notas que obtuvo no son comparables entre sí, a no ser que se realice una valoración relativa. Hay que tener presente que Pedro desea comparar sus notas en relación con todos los estudiantes que realizaron la prueba. Una forma de efectuar la comparación consiste en *estandarizar* o *tipificar* sus calificaciones tomando como referencia la calificación promedio y la desviación estándar de todas las notas.

Según la fórmula para estandarizar se tiene:

$$\text{Nota estandarizada} = \frac{\text{nota obtenida} - \text{promedio}}{\text{desviación estándar}}$$

Aplicando esta fórmula para las notas que obtuvo Pedro se tiene:

Examen	Nota promedio	Desviación estándar	Nota de Pedro	Nota estandarizada
Universidad A	578	110	683	$\frac{683 - 578}{110} = 0,95$
Universidad B	394	78	413	$\frac{413 - 394}{78} = 0,24$

De acuerdo con estos resultados, Pedro debería realizar el proceso de admisión en la Universidad A, debido a que tuvo un mayor rendimiento relativo tomando como referencia a los estudiantes que realizaron los exámenes.

Nota: Se debe tener presente que si se desea comparar la posición de datos que pertenecen a contextos distintos y que no son comparables en términos absolutos (tal como se presentó en este problema), entonces se debe realizar un análisis relativo, en donde la estandarización es una posibilidad para efectuar dicha comparación.

Otro tipo de problemas en los que se requiere realizar una comparación relativa, son los de análisis de la variabilidad en grupos de datos que tienen magnitudes o escalas diferentes. Observe el problema siguiente:

Problema 4. Salarios relativos de técnicos en refrigeración

Manuel es técnico en refrigeración y trabaja en la empresa Manolitos y Asociados, tiene un salario mensual de ₡585 000, y un amigo suyo llamado Felipe, que tiene la misma profesión, trabaja para la empresa Libertad R.L. y tiene un salario mensual de ₡650 000. Felipe le recrimina a Manuel indicándole que la empresa Manolitos y Asociados, no valora su trabajo pues le mantiene un salario muy bajo.

Por su parte Manuel se defiende al indicar que lo que ocurre es que la empresa Manolitos y Asociados tiene salarios más bajos que Libertad R. L.; pero le dice a Felipe que en términos relativos al comparar el salario con el resto de empleados de la empresa él tiene un mejor salario. La siguiente información representa las principales medidas estadísticas para todos los empleados de las dos empresas.

**Medidas estadísticas relacionadas con los salarios de los trabajadores
de las empresas Manolitos y Asociados y Libertad R.L
(cantidades en colones)**

Empresa	Promedio	Mediana	Desviación estándar
Manolitos y Asociados	510 250	515 000	35 450
Libertad R. L.	593 035	589 500	41 202

Utilice esta información para determinar si Manuel tiene razón de que, en términos relativos, al comparar el salario con el resto de empleados de la empresa, él ostenta un mejor salario que Felipe:

Solución

Al comparar el salario de Manuel y Felipe, es claro que Felipe tiene un mejor salario. No obstante, el problema solicita que se realice una comparación relativa de los salarios respecto al resto de empleados de cada empresa, por lo que se deben estandarizar dichos valores.

$$\text{Para Manuel: } \frac{585\,000 - 510\,250}{35\,450} = 2,11$$

$$\text{Para Felipe: } \frac{650\,000 - 593\,035}{41\,202} = 1,38$$

En términos relativos, al comparar los salarios con respecto al salario promedio de los trabajadores en cada empresa se concluye que Manuel tiene razón, en el sentido de que, en relación con el resto de empleados de la empresa su salario es mayor que el de Felipe.

Nota: Observe que la comparación relativa por medio de la estandarización permite realizar un análisis de la posición relativa de cada dato, pero elimina las unidades de medición, por lo que muchas veces puede ofrecer un resultado de interés práctico. Por ejemplo, de qué le sirve a Manuel tener un mejor salario relativo que Felipe, si en términos absolutos su salario es mucho menor.

No obstante, hay problemas donde este análisis relativo tiene importancia práctica, tal como se evidenció en el problema 26.

[Volver a Contenido](#)

Problema 5. Rendimiento en Matemáticas en dos trimestres

Juan es un estudiante de noveno año y obtuvo un 88,0 en el primer examen de Matemáticas del segundo trimestre, su madre le llama la atención pues obtuvo una menor calificación que la obtenida en el primer examen del primer trimestre, que fue un 90,9. Juan responde que este examen estuvo más difícil y que su rendimiento, en términos relativos más bien mejoró. Para justificarse le muestra el siguiente cuadro, donde se incluye la calificación promedio y la desviación estándar de las calificaciones de todos los novenos de su colegio, en cada trimestre.

Medidas estadísticas absolutas	I Examen	
	Primer trimestre	Segundo trimestre
Promedio	86,5	83,3
Desviación estándar	9,18	8,51

Analice la información que suministró Juan para determinar si tiene la razón o simplemente intenta justificarse con su madre.

Solución

Se requiere hacer una comparación relativa de la nota obtenida en cada trimestre respecto a la calificación promedio de todos los estudiantes de noveno año. Para ello se recurre a la fórmula:

$$\text{Nota estandarizada} = \frac{\text{nota obtenida} - \text{promedio}}{\text{desviación estándar}}$$

En el siguiente cuadro se resumen los resultados de los cálculos:

Medidas estadísticas	I Examen	
	Primer trimestre	Segundo trimestre
Calificación de Juan	90,9	88,0
Promedio	86,5	83,3
Desviación estándar	9,18	8,51
Nota estandarizada	0,48	0,55

Las notas estandarizadas demuestran que efectivamente Juan tiene razón, debido a que al comparar sus calificaciones con la calificación promedio de todos los estudiantes de noveno año de la institución, su rendimiento fue relativamente mejor en el examen del segundo trimestre que en el del primer trimestre.

En los problemas anteriores se analizó la posición relativa, seguidamente se analiza la variabilidad relativa.

Coefficiente de variación

Consiste en una relación estadística que permite comparar la variabilidad de diferentes grupos de datos que provenientes de contextos diferentes o que poseen diferentes magnitudes. Se calcula mediante la fórmula:

$$\text{Coeficiente de variación: } \frac{\text{desviación estándar}}{\text{promedio}} \cdot 100$$

Al igual que en los análisis de posición relativa, el coeficiente de variación elimina la unidad de medida para poder hacer una comparación de la variabilidad en forma equitativa.

[Volver a Contenido](#)

Problema 6. Variación en la producción de plantas industriales

En tres plantas industriales que pertenecen a una misma compañía, se producen ciertos componentes electrónicos. La producción mensual de cada una de ellas se resume en el siguiente cuadro:

	Planta A	Planta B	Planta C
Promedio mensual	140 500	83 200	254 300
Desviación estándar	45 325	33 456	65 350

El gerente de la compañía está realizando un análisis de la producción de las plantas, y desea establecer una estrategia que optimice la producción y que reduzca la variabilidad. Para iniciar el trabajo desea comparar la variabilidad en la producción de las plantas, para determinar en cuál de ellas se genera la mayor dispersión, pero enfrenta el problema de que las desviaciones estándar no son comparables debido a que las producciones promedio son muy diferentes entre las plantas. Utilice sus conocimientos estadísticos para apoyar al gerente a resolver el problema.

Solución:

Al igual que en el análisis anterior enfrentamos un problema para el cual las medidas estadísticas absolutas no son comparables. Entonces se requiere encontrar una relación estadística que permita comparar en forma relativa la variabilidad de los datos.

Si se utiliza la fórmula del coeficiente de variación para las tres plantas se tiene que:

	Planta A	Planta B	Planta C
Promedio mensual	140 500	83 200	254 300
Desviación estándar	45 325	33 456	65 350
Coeficiente de variación	$\frac{45\,325}{140\,500} \cdot 100 = 32,3$	$\frac{33\,456}{83\,200} \cdot 100 = 40,2$	$\frac{65\,350}{254\,300} \cdot 100 = 25,7$

De los cálculos anteriores puede notarse que en la Planta B se presenta la mayor variabilidad relativa y en la planta C la menor.

[Volver a Contenido](#)

Problema 7. Defunciones según causa de muerte

La siguiente información corresponde algunas medidas estadísticas vinculadas con el número anual de defunciones por cada 10 000 habitantes, que se presentaron en Costa Rica en el período 1990-2010.

Costa Rica: Medidas estadísticas del número de defunciones anuales según la causa de muerte para tres grupos de enfermedades. Período 1990-2010 (defunciones por 10 000 habitantes)

Medidas estadísticas	Causa de muerte		
	Aparato respiratorio	Aparato digestivo	Tumores (cáncer)
Promedio	3,8	2,6	8,3
Mediana	3,8	2,6	8,2
Desviación Estándar	0,46	0,29	0,46

Fuente: <http://www.estadonacion.or.cr/>

Algunos expertos han manifestado que la variabilidad relativa en el número de defunciones anuales es menor en aquellas causas que obedecen a problemas con el aparato digestivo. Determine si esta afirmación es verdadera.

Solución

Se requiere comparar la variabilidad en términos relativos. Entonces se utiliza el coeficiente de variación. La fórmula de cálculo es:

$$\text{Coeficiente de variación: } \frac{\text{desviación estándar anual de defunciones}}{\text{promedio anual de defunciones}} \cdot 100$$

El cuadro siguiente incluye, para cada una de las tres enfermedades, el valor que tomó dicho coeficiente.

Medidas estadísticas	Causa de muerte		
	Aparato respiratorio	Aparato digestivo	Tumores (cáncer)
Promedio	3,8	2,6	8,3
Desviación Estándar	0,46	0,29	0,46
Coeficiente de variación	12,1	11,2	5,5

Puede notarse que la causa de muerte con menor variabilidad relativa son los tumores, por lo que la afirmación que hacen algunos expertos es falsa.

Nota: En resumen, en cuanto a los análisis de variabilidad el estudiante debe observar dos posibles análisis: el de variabilidad absoluta y el de variabilidad relativa.

- 1) Variabilidad absoluta:** al medir la variabilidad absoluta se utilizan indicadores de la variabilidad general de los datos. Las medidas más utilizadas son el recorrido, el recorrido intercuartílico y la desviación estándar (raíz cuadrada de la variancia). Cada una de estas medidas mide diferentes propiedades de la variabilidad presente en los datos
- 2) Variabilidad relativa:** la variabilidad relativa normalmente se mide por medio del coeficiente de variación, aunque es posible definir otras medidas. Se utiliza para comparar la variabilidad entre grupos que incluyen datos de diferente naturaleza o diferente magnitud, normalmente se aplica cuando los promedios de los grupos de datos son muy diferentes.

[Volver a Contenido](#)

I. Bibliografía

Ministerio de Educación Pública (2015). Curso bimodal para el II Ciclo: Estadística mucho más que procedimientos y técnicas. Unidad didáctica Estadística. San José, Costa Rica: autor.

Ministerio de Educación Pública (2012). Programas de Matemáticas para la Educación General Básica y el Ciclo Diversificado. San José, Costa Rica: autor.

II. Créditos

Material complementario Estadística y Probabilidad: Análisis estadístico relativo, es parte del MiniMOOC Medidas estadísticas, una actividad del Proyecto Reforma de la Educación Matemática en Costa Rica.

Este proyecto del Ministerio de Educación Pública es apoyado por Asociación Empresarial para el Desarrollo y por la Fundación Costa Rica - Estados Unidos de América para la Cooperación.

Autor del presente documento

Edwin Chaves Esquivel

Revisores de este documento

Ángel Ruiz, Edison De Faria, Johanna Mena, Keibel Ramírez, Luis Hernández, Xinia Zúñiga.

Director general del proyecto Reforma de la Educación Matemática en Costa Rica

Ángel Ruiz

Para referenciar este documento

Ministerio de Educación Pública, Proyecto Reforma de la Educación Matemática en Costa Rica (2017). *Material complementario Estadística y Probabilidad: Análisis estadístico relativo*, San José, Costa Rica: autor.



Material complementario Estadística y Probabilidad: Análisis estadístico relativo por Ministerio de Educación Pública de Costa Rica, Proyecto Reforma de la Educación Matemática en Costa Rica, se encuentra bajo una Licencia Creative Commons Atribución-CompartirIgual 3.0 Unported.

[Volver a Contenido](#)