Polígonos.

En este documento usted podrá encontrar la solución de los ítems 9, 11 y 12. A continuación se detalla cada solución:

Pregunta 9

¿Cuál es el área de un polígono regular cuya longitud del lado es 12 y la medida de cada ángulo interno es 120º?

A) 36

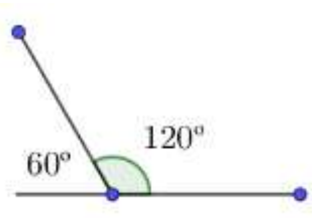
B) 72

C) $216\sqrt{3}$

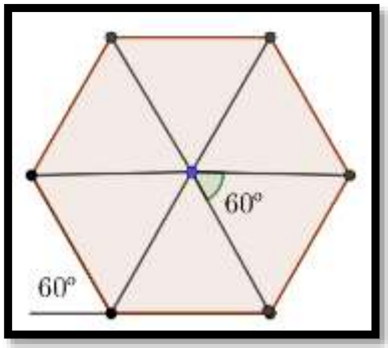
D) $423\sqrt{3}$

Solución.

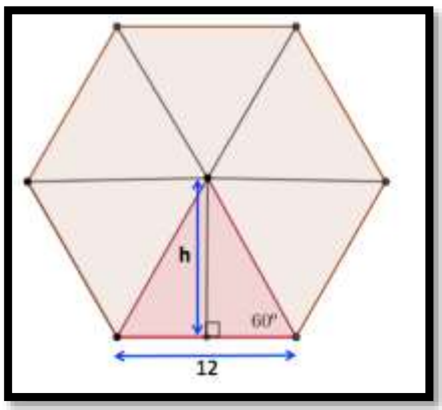
Si la medida del ángulo interno de dicho polígono es 120º, significa que el ángulo externo tiene medida 60º (pues es su suplemento):



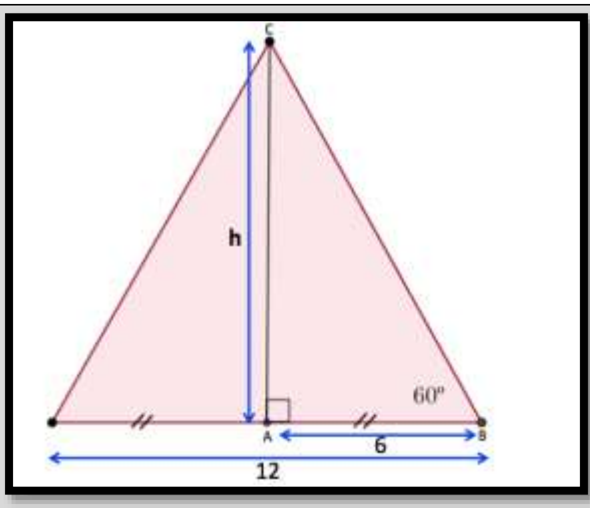
Esto implica que el ángulo central mide igual: 60º (ángulo central y ángulo externo son congruentes). El número de lados de este polígono regular se puede calcular al operar $360 : 60 = 6$, por lo tanto es un hexágono regular.



Como el hexágono regular está compuesto por seis triángulos equiláteros, se puede emplear la siguiente estrategia, calcular el área de uno de los triángulos equiláteros y luego multiplicar por seis. Para esto se necesita conocer de uno de los triángulos equiláteros, su base y altura.



Como se aprecia en la imagen la base mide 12 y se desconoce la altura. Para hallar la altura se empleará el siguiente procedimiento:

<table>
<tr>
<td>
</td>
<td>Debido a que se esta trabajando con un triángulo equilátero, se puede deducir que la altura divide en partes iguales a la base, por lo tanto $AB = 6$.

Empleando el ángulo de $60°$ y la razón razón trigonométrica tangente (que relaciona el cateto opuesto con el adyacente) se puede establecer la siguiente relación:

$$\tan 60° = \frac{h}{6}$$
$$\tan 60° \times 6 = h$$
$$6\sqrt{3} = h$$</td>
</tr>
</table>

El ítem solicita el área del hexágono que está conformado por seis triángulos equiláteros, por lo tanto, se puede establecer el siguiente procedimiento para hallar esa información:

$$A_{Hexágono} = 6 \times A_{Triángulo\ equilátero}$$

$$A_{Hexágono} = 6 \times \left(\frac{b \times h}{2}\right)$$

$$A_{Hexágono} = 6 \times \left(\frac{12 \times 6\sqrt{3}}{2}\right)$$

$$A_{Hexágono} = 216\sqrt{3} \approx 374{,}12$$

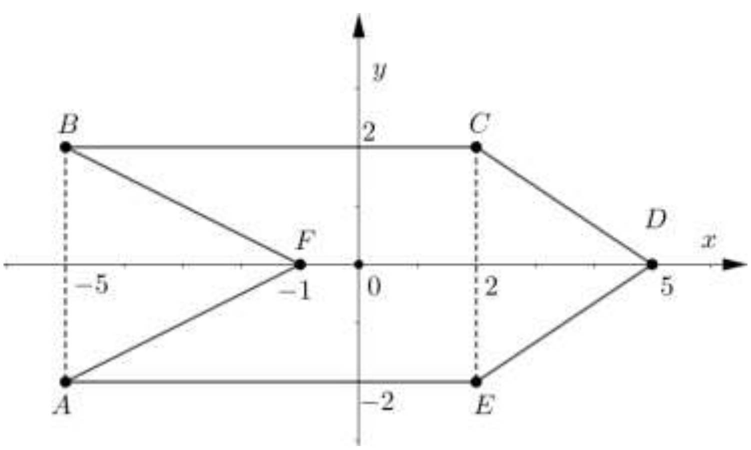
Respuesta: Opción C) $216\sqrt{3}$

Videos de ayuda

Puede complementar su estudio con videos explicativos accediendo al siguiente enlace:

https://youtu.be/DQ3KwWAmZl8 https://youtu.be/cMnCNdDMlPs

Considere la siguiente representación gráfica para responder los ítems 11 y 12:



Pregunta 11

¿Cuál es el perímetro del polígono $AFBCDE$?

A) $2\sqrt{5}+\sqrt{13}+7$

B) $4\sqrt{3}+2\sqrt{5}+14$

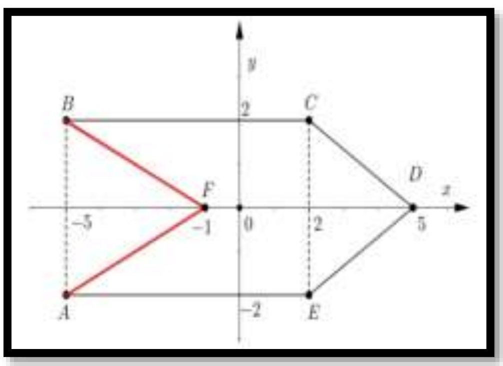
C) $4\sqrt{10}+2\sqrt{13}+6$

D) $4\sqrt{5}+2\sqrt{13}+14$

Solución

Para obtener el perímetro del polígono *AFBCDE*, se requiere de la medida de cada uno de sus lados. Se puede proceder de la siguiente manera:

Medida de $\overline{BF}$ y $\overline{AF}$

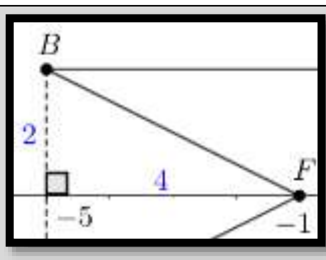


Video de ayuda

Puede complementar su estudio con un video explicativo accediendo al siguiente enlace:

https://youtu.be/wTODJ_7pX2U

En el siguiente triángulo se puede deducir que un cateto mide 4 (pues es la distancia en el eje *x* desde –1 a –5), y el otro mide 2, pues es la ordenada del punto $B(0\ ,2)$.

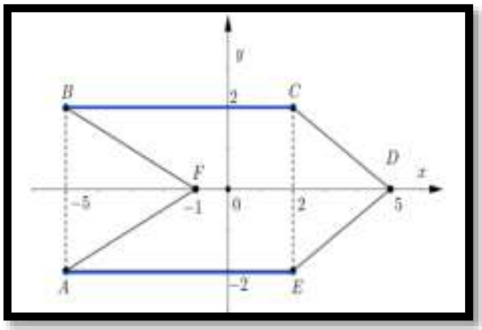


Para obtener la medida de $\overline{BF}$ se utiliza el Teorema de Pitágoras:

$$BF^2=4^2+2^2$$
$$BF=\sqrt{16+4}$$
$$BF=2\sqrt{5}$$

De igual forma se procede para obtener la medida de $\overline{AF}$ y se obtiene que $AF=2\sqrt{5}$

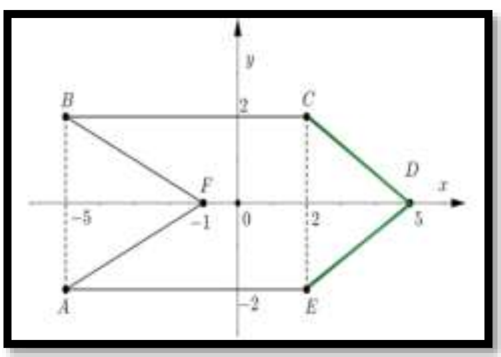
Medida de $\overline{BC}$ y $\overline{AE}$



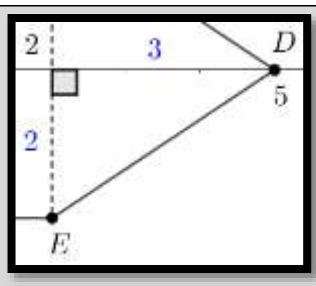
Las coordenadas de B son $(-5\,,2)$ y las de C son $(2, 2)$. La distancia entre sus abscisas -5 y 2, es de 7 unidades de distancia. Por lo tanto, $BC = 7$.

La medida de $\overline{AE}$ se obtiene de la misma forma que la de $\overline{BC}$, debido a que son congruentes, por lo tanto, $AE = 7$.

Medida de $\overline{CD}$ y $\overline{DE}$



En el siguiente triángulo se puede deducir que un cateto mide 3 (pues es la distancia en el eje *x* desde 2 a 5) y el otro mide 2, pues es la ordenada del punto $E(2\,,-2)$.



Para obtener la medida de $\overline{DE}$ se utiliza el teorema de Pitágoras:

$$DE^2 = 3^2 + 2^2$$
$$DE = \sqrt{9+4}$$
$$DE = \sqrt{13}$$

De igual forma se procede para obtener la medida de $\overline{CD}$ y la respuesta corresponde a $CD = \sqrt{13}$.

Entonces el perímetro del polígono *AFBCDE* se obtiene al sumar la medida de cada uno de sus seis lados:

$$P_{AFBCDE} = 2\sqrt{5} + 2\sqrt{5} + 7 + 7 + \sqrt{13} + \sqrt{13}$$

$$P_{AFBCDE} = 4\sqrt{5} + 14 + 2\sqrt{13}$$

Respuesta: Opción D) $4\sqrt{5} + 2\sqrt{13} + 14$

Pregunta 12

¿Cuál es el área del polígono *FBCD*?

A) 12

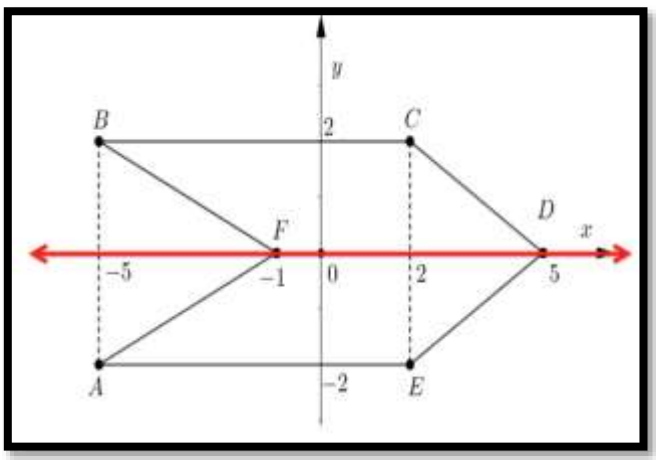
B) 13

C) 14

D) 20

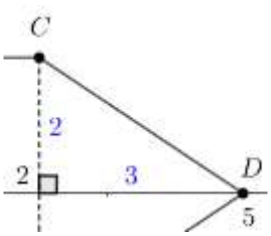
Solución.

Para obtener el área de este polígono se puede proceder de muchas formas. Una de ellas es la siguiente, primero se debe visualizar que la figura puede ser divida por la mitad porque es simétrica respecto al eje *x*.



Se va a trabajar con la parte superior de la imagen, se puede distinguir un triángulo y un trapecio. Entonces, se puede calcular el área de ambas figuras y luego sumarlas.

El área del triángulo:



En el caso de este triángulo rectángulo, su área se obtiene así:

$$A = \frac{b \cdot h}{2}$$

$$A = \frac{3 \cdot 2}{2}$$

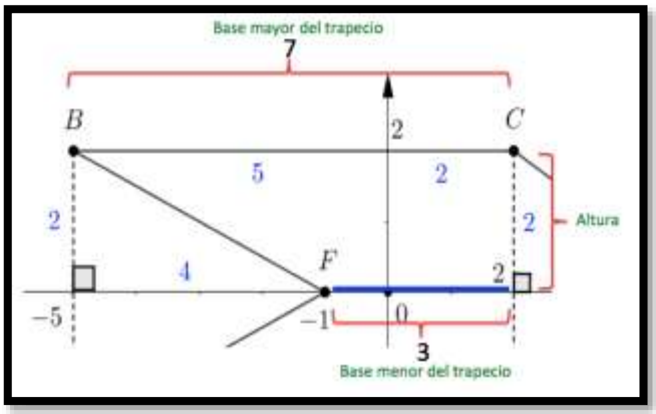
$$A = 3$$

El área del trapecio:

En el caso del trapecio, su área se obtiene así:

$$A = \frac{(B + b) \cdot h}{2}$$

Las bases del trapecio miden 7 y 3, según se deduce de la figura siguiente:



Por lo tanto, su área se obtiene así:

$$A = \frac{(B + b) \cdot h}{2}$$

$$A = \frac{(7 + 3) \cdot 2}{2}$$

$$A = 10$$

Por lo tanto, el área del polígono *FBCD* es:

$$A_{FBCD} = 3 + 10 = 13$$

Respuesta: Opción B) 13