Reforma de la Educación Matemática en Costa Rica

www.reformamatematica.net

Documento de integración de habilidades para Sétimo año

Imagen cortesía de Stuart Miles en Freedigitalphotos.net

Costa Rica
2014

Tabla de contenidos

Primera parte: Elementos previos

A continuación se presenta la propuesta de distribución de las áreas para el Sétimo año, que también será considerada en la segunda parte de este documento.

Tabla 1. Distribución de áreas Matemáticas para Sétimo año según lo estipulado en los programas de estudio

Nivel	Primer Periodo	Segundo Periodo	Tercer Periodo
Sétimo año	Números	Estadística y Probabilidad Relaciones y Álgebra	Geometría

Nota:

- *Medidas* es transversal en el Tercer ciclo.

Aquí se ofrece un recuento aproximado del número de lecciones que supondría en este nivel el trabajo usando la estrategia sugerida de integración de habilidades por área mediante problemas.

Tabla 2. Conteo de lecciones por área y periodo en el Sétimo año

Sétimo año		
Primer Periodo	**Segundo Periodo**	**Tercer Periodo**
Números 53	Estadística y Probabilidad 19 Relaciones y Álgebra 13	Geometría 35
Suma total de lecciones por periodo		
53	**32**	**35**

Segunda parte: Integración de habilidades

Números

<table>
<tr><th>Conocimientos</th><th>Habilidades específicas</th><th>Indicaciones puntuales</th></tr>
<tr>
<td rowspan="2">Números Naturales

• Operaciones:
- Suma
- Resta
- Multiplicación
- División
- Potencias

• Combinación de operaciones</td>
<td rowspan="2">1.Calcular expresiones numéricas aplicando el concepto de potencia y la notación exponencial.

2.Resolver una combinación de operaciones que involucre o no el uso de paréntesis.</td>
<td>▲ Se puede introducir el tema expresando, como repaso, múltiplos de 10 como potencias de base 10. Luego se realiza la representación de productos con factores iguales como potencia y viceversa, para identificar luego cuadrados y cubos perfectos. Posteriormente se trabaja con ejercicios básicos de operaciones; por ejemplo, verificar si las siguientes afirmaciones son falsas o verdaderas:
$(5 + 7)2 = 52 + 72$
$(6 – 2)2 = 62 – 22$
$(8 \cdot 3)2 = 82 \cdot 32$
$(9 \div 3)2 = 92 \div 32$</td>
</tr>
<tr>
<td>▲ Es necesario retomar los algoritmos que permiten operar con números naturales. No se debe perder de vista que la habilidad de realizar operaciones con estos números será necesaria para abordar con éxito el trabajo con números enteros. Este repaso debe ir dirigido a corregir errores típicos que pueden surgir cuando las y los estudiantes resuelven una combinación de operaciones. El planteo de problemas en este sentido puede ser una herramienta que le permita a cada estudiante justificar procedimientos. Por ejemplo, se considera el siguiente problema:

☺ Miriam va a la feria con su padre para comprar las frutas que llevarán como merienda durante la semana. Encuentran que el CNP sugiere, para esa semana, los precios que brinda en la siguiente tabla:

Consejo Nacional de Producción
SIIM PRECIOS sugeridos FERIAS DEL agricultor Costa Rica
10 MARZO - 11 MARZO 2012
<table>
<tr><th>PRODUCTO</th><th>UNIDAD MEDIDA</th><th>PRECIO COLONES</th><th>PRODUCTO</th><th>UNIDAD MEDIDA</th><th>PRECIO COLONES</th></tr>
<tr><td>APIO VERDE</td><td>KG</td><td>600</td><td>LIMON MESIN</td><td>UND</td><td>---</td></tr>
<tr><td>AYOTE SAZON</td><td>KG</td><td>400</td><td>MANGA</td><td>KG</td><td>600</td></tr>
<tr><td>AYOTE TIERNO</td><td>UND</td><td>400</td><td>MARACUYA</td><td>KG</td><td>850</td></tr>
<tr><td>BANANO</td><td>UND</td><td>27</td><td>MORA</td><td>KG</td><td>1300</td></tr>
<tr><td>BROCOLI</td><td>KG</td><td>650</td><td>MELON</td><td>KG</td><td>300</td></tr>
<tr><td>CAMOTE</td><td>KG</td><td>1000</td><td>NARANJA</td><td>UND</td><td>45</td></tr>
<tr><td>CEBOLLA SECA</td><td>KG</td><td>825</td><td>ÑAMPI</td><td>KG</td><td>600</td></tr>
<tr><td>CEBOLLA TRENZA</td><td>KG</td><td>825</td><td>PAPA</td><td>KG</td><td>470</td></tr>
<tr><td>COLIFLOR</td><td>UND</td><td>800</td><td>PAPAYA</td><td>KG</td><td>325</td></tr>
<tr><td>COCO</td><td>UND</td><td>300</td><td>PEPINO</td><td>KG</td><td>400</td></tr>
<tr><td>CULANTRO CASTILLA</td><td>ROLLO</td><td>60</td><td>PIÑA</td><td>UND</td><td>675</td></tr>
<tr><td>CHAYOTE SAZÓN BLAN</td><td>UND</td><td>350</td><td>PLATANO</td><td>UND</td><td>135</td></tr>
<tr><td>CHAYOTE TIERNO CRIO</td><td>UND</td><td>390</td><td>REMOLACHA</td><td>UND</td><td>250</td></tr>
</table>

Imagen tomada de: http://web.cnp.go.cr/index.php/informacion-de-mercados/precios-nacionales-semanales/semanales/ferias-del-agricultor</td>
</tr>
</table>

<table>
<tr>
<td></td>
<td></td>
<td>
Ellos compran 1 piña, 5 kilogramos de papaya, 8 naranjas y medio kilogramo de moras. Plantee una combinación de operaciones que permita obtener el total a pagar, si pagan según los precios que sugiere el CNP. Luego resuélvala. Se espera que cada estudiante escriba la operación

$675 + 5 \cdot 325 + 8 \cdot 45 + 1300 \div 2 =$

▲ Un error común es realizar la primera operación que aparece de izquierda a derecha (en este caso la suma) y a dicho resultado aplicar la operación siguiente.

Aquí el mismo contexto del problema debe propiciar, de forma natural, la necesidad de realizar primero los productos y cocientes correspondientes y finalmente sumar los resultados. De ese modo se propician oportunidades para adquirir confianza en la utilidad de las Matemáticas.

▲ Debe indicarse el cambio de simbología para la multiplicación, ahora se utilizará el punto.

Un problema como el anterior permite discutir las ventajas para la salud de una alimentación sana.

▲ La combinación de operaciones no debe exceder de cuatro términos, donde en cada uno de ellos sólo se haga uso de un paréntesis. En el interior de cada paréntesis incluir a lo sumo dos diferentes tipos de operaciones. Por ejemplo:

a. $24 \div 8 + 5 \cdot 3 =$
b. $7 - (5 - 2 \cdot 2) =$
c. $5\,(23 - 5) - 8 \div (7 - 2 \cdot 3) =$
d. $32\,(10 \div 2 + 9) - 3\,(12 \cdot 3) + 23(7 - 3 \cdot 2) =$
</td>
</tr>
</table>

Recuadro Nº 1

Número sugerido de lecciones:	9 (Etapa I: 3, Etapa II: 6)

Indicaciones y ejemplos

Este tema fue de amplio tratamiento durante Primaria, por lo que no será de mucha dificultad a la hora de implementarlo en esta nueva etapa. Se recomienda tomar el problema que se presenta en las indicaciones puntuales (o uno análogo) e incluir esta otra indicación:

Plantee una operación la cual permita establecer el total a pagar por 3 kg de pepino, 2 kg de ñampi, 4 kg de ayote sazón , 5 kg de manga y 3 kg de ayote tierno.

La idea es que los estudiantes justifiquen el uso de signos de agrupación y el porqué se recomienda resolver las operaciones contenidas dentro de estos. Es claro que los estudiantes podrían plantear la operación:

$$3 \cdot 400 + 2 \cdot 600 + 4 \cdot 400 + 5 \cdot 600 + 3 \cdot 400 =$$

No obstante, alguien podría observar que algunos productos tienen el mismo precio y clasificarlos en función de ello. Así se procedería a sumar la cantidad de kilogramos para cada uno, multiplicarlo por el precio correspondiente y sumar los totales a apagar por cada uno de ellos. En resumen, el planteo de la operación:

$$(3 + 4 + 3)\,400 + (2 + 5)\,600 =$$

Teoría de números • Algoritmo de la división • Divisibilidad • Factor • Múltiplo • Números primos • Números compuestos • Descomposición prima	3.Aplicar el algoritmo de la división en la resolución de problemas.	▲ Para trabajar con el algoritmo de la división, se puede plantear un problema como el siguiente: Don Manuel va a poner losetas en el piso de una habitación que mide 4 metros por 3 metros, las losetas miden 30 cm por 15 cm. Se van a colocar de forma análoga a lo que se ve en la figura, con el lado mayor de la loseta paralelo al lado mayor de la habitación.  **Imagen con derechos adquiridos por el MEP** Las losetas pueden cortarse para que encajen en los extremos de cada fila de ellas. Don Manuel le dio las dimensiones a su hijo y éste compró 135 losetas. Si no se quiebra ninguna, ¿le alcanzarán estas losetas a don Manuel?, ¿le sobrarán?, si es así, ¿cuántas? ¿Cuántas filas de losetas habrá que colocar?, ¿cuántas losetas por fila? Se pide trabajar en el problema y exponer las estrategias usadas. En todo caso, para responder a las dos últimas preguntas se deberá emplear la división y analizar lo que sucede. El algoritmo de la división se puede utilizar para demostraciones muy sencillas, como por ejemplo probar que todo número natural es par o es impar. Esto permite fortalecer el proceso *Razonar y argumentar*.
	4.Aplicar los conceptos de divisibilidad, divisor, factor y múltiplo de un número natural en la resolución de problemas en diferentes contextos.	▲ La teoría de números permite retomar los conceptos y propiedades numéricas estudiadas en la educación Primaria y darles un mayor nivel de profundidad. ▲ A través del uso de la pregunta dirigida se pueden repasar estos conceptos. Por ejemplo, el o la docente (**D**) escribe en la pizarra el número 120 y puede dirigir un diálogo con sus estudiantes de la siguiente forma: **D:** ¿Qué números dividen al 120 y por qué? **Ester:** Dos profe, ya que es un número par. **D:** Correcto. ¿Dicho número tiene más divisores? **Allan:** Sí, el tres, dado que sus cifras suman un número que es múltiplo de tres. También el cinco pues termina en cero. **D:** ¿Este número es múltiplo de 10? **Melvin:** Sí, porque $12 \cdot 10 = 120$. **D:** Muy bien. (El o la docente escribe lo siguiente:) a. $120 = 12 \cdot 10$ b. $120 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5$ c. $120 = 2^3 \cdot 3 \cdot 5$ d. $120 = 2 \cdot 12 \cdot 5$ **D:** ¿Cuál de las representaciones anteriores corresponde a la descomposición en factores primos del número 120?

<table>
<tr>
<td></td>
<td></td>
<td>Xinia: La opción b. y c. ya que las otras contienen cantidades que no corresponden a números primos.

El uso de la pregunta dirigida en forma adecuada activa los procesos Comunicar y Razonar y argumentar. Por otra parte, permite fomentar un aprendizaje participativo y colaborativo.

▲ Luego, se pueden resolver problemas de nivel de reflexión, como los propuestos a continuación para reforzar el manejo de los conceptos.

Determinar todos los posibles valores de los dígitos a y b tales que el número de 5 cifras 1a2b1 es múltiplo de 3.

¿Cuántas cifras tiene el número $2^{15} \times 5^{17}$?

Escriba todos los números mayores que 5000 y menores que 11 000 que tienen el producto de sus dígitos igual a 343.</td>
</tr>
<tr>
<td></td>
<td>5.Identificar números primos y compuestos.</td>
<td>Se puede desarrollar este tema por medio del componente histórico, proponiendo investigaciones acerca del uso de la Criba de Eratóstenes, o bien los métodos utilizados por los matemáticos de la antigüedad para generar números primos. Por ejemplo: el matemático suizo Euler (1707-1783) propuso una fórmula que sirve para obtener números primos:

$$P(n) = n^2 - n + 41.$$

Sin embargo, para n = 41 el resultado es un número compuesto.</td>
</tr>
<tr>
<td></td>
<td>6.Descomponer un número compuesto en sus factores primos.</td>
<td>▲ Se puede plantear el siguiente problema:

Escriba todos los números menores que 1000 en los que el producto de sus dígitos sea 30.

▲ Es importante que cada estudiante tenga claro cómo descomponer un número en sus factores primos, pues es común observar errores. Por ejemplo:

Forma correcta
$$\begin{array}{r|l} 40 & 2 \\ 20 & 2 \\ 10 & 2 \\ 5 & 5 \\ 1 & \\ \hline & 2^3 \cdot 5 \end{array}$$
Forma incorrecta
$$\begin{array}{r|l} 40 & 4 \\ 10 & 2 \\ 5 & 5 \\ \hline & 4 \cdot 2 \cdot 5 \end{array}$$
Donde 4 no es un factor primo.</td>
</tr>
</table>

Recuadro Nº 2

Número sugerido de lecciones:	7 (Etapa I: 2, Etapa II: 5)

Indicaciones y ejemplos

Este es un tema de repaso que se abarcó de forma progresiva durante el Segundo ciclo. Como se menciona en la columna de indicaciones puntuales, estos conceptos se pueden repasar de una forma más ágil usando la *Pregunta dirigida*, la cual permitirá activar procesos como el de *Comunicar* y *Razonar y argumentar.*

Las dos lecciones de Etapa I puede corresponder a la acumulación de tiempos para la realización de mini cierres de los temas tratados, principalmente lo referente al algoritmo de la división.

Teoría de números • Mínimo Común Múltiplo • Máximo Común Divisor	7.Obtener el Mínimo Común Múltiplo de dos números aplicando el algoritmo correspondiente. 8.Obtener el Máximo Común Divisor de dos números aplicando el algoritmo correspondiente.	▲ Se puede introducir el tema a través de problemas como los siguientes: Lorena es una estudiante que utiliza una red social cada 6 días. Su amigo Luis accede cada cinco días y su hermano Alex ingresa cada 8 días. Si ellos coincidieron en su visita a esta red social el día 24 de julio, ¿en qué fecha vuelven los tres a coincidir? Damaris desarrolla un proyecto de bien social brindando ayuda a familias necesitadas. En su barrio, ella recogió 12 paquetes de frijoles, 18 paquetes de arroz y 30 tipos diferentes de pastas (fideos, caracolitos, lasaña, etc.). Ellos quieren hacer un pequeño diario que contenga la misma cantidad de productos con el mayor número de ellos posible sin que sobre alguno. a. ¿Cuántos paquetes podrán hacer con estas características? b. ¿Cuántos productos de cada tipo (arroz, frijoles y pastas) tendrá dicho diario? ▲ Es necesario que se compartan las diferentes estrategias que usaron para resolver esta situación. Luego se establecen los conceptos y los algoritmos.
	9.Plantear y resolver problemas donde se utilice el Mínimo Común Múltiplo y el Máximo Común Divisor.	▲ Se puede proponer problemas análogos a los que permitieron introducir los problemas de la habilidad anterior.

Recuadro Nº 3

Número sugerido de lecciones:	7 (Etapa I: 4, Etapa II: 3)

Indicaciones y ejemplos

Este tema es nuevo por lo que merece dedicársele el tiempo necesario para que los estudiantes se puedan apropiar de él. Una estrategia sería proponer a los estudiantes dos problemas para que sean resueltos en forma simultánea: uno que permita introducir la noción de Mínimo Común Múltiplo y otro la de Máximo Común Divisor. Así el docente durante la comunicación interactiva el docente asignará la exposición según lo desarrollado por los grupos de trabajo.

Números enteros • Enteros negativos • Concepto de número entero • Relaciones de orden • Recta numérica • Valor absoluto • Número opuesto	10.Identificar números enteros negativos en contextos reales.	▲ Muchas situaciones en contextos reales proporcionan información que tiene que ver con los números negativos: temperaturas, ubicación sobre o bajo el nivel del mar, déficit económico, etc. Aunque en muchas ocasiones estas situaciones no presentan explícitamente el signo menos (–), se pueden modelar matemáticamente utilizando dicho signo. Se puede proponer información como la siguiente para que cada estudiante dé un modelo:  **El ascenso durante el buceo, salir del agua** Para iniciar el ascenso, se debe inspirar lentamente o dejar entrar un poco de aire en el chaleco para comenzar a ascender. Es necesario estar de cara al compañero para comprobar el ritmo de ascenso y el estado del otro. Se debe controlar la cantidad de aire que entra en el chaleco ya que la expansión de éste hará que se acelere la ascensión. Un cálculo adecuado consiste en ascender 15 metros por minuto hasta 5 metros de profundidad. En este punto muchos buceadores realizan una parada de seguridad de 3 minutos por precaución. Los últimos 5 metros hasta la superficie deben recorrerse en 1 minuto. Si se realiza una inmersión de descompresión, debe asegurarse que se realizan todas las paradas de seguridad establecidas. **Fuente: http://buceaconmigo.com/El+ascenso+durante+el+buceo%2C+salir+del+agua_5_42_9_98_es.html** Posteriormente, se implementan problemas donde se aproveche las formas gráficas de representación para su solución: El yak es un animal que habita en las montañas del Tibet a unos 5000 m sobre el nivel del mar y el cachalote vive 5900 m más abajo. Determine la altura en la que suele vivir este último. Respuesta: 900 m bajo el nivel del mar. La temperatura promedio en la ciudad de San José es de 25 °C durante la estación lluviosa. Ciudades como Nueva York pueden experimentar hasta 30 °C menos. Describa a qué temperatura puede estar dicha ciudad. Respuesta: podría experimentar temperaturas de hasta 5 °C bajo cero. Esta actividad permite usar las formas de representación gráfica en la resolución de problemas. Se debe utilizar esto para establecer la existencia y representación de los números enteros negativos, así como otros contextos reales donde suelen ser usados.
	11.Plantear y resolver operaciones y problemas utilizando las relaciones de orden en los números enteros. 12.Ubicar números enteros en la recta numérica.	▲ Se puede plantear problemas donde se apele intuitivamente al ordenamiento de cantidades, luego establecerá las relaciones de orden en los números enteros. Por ejemplo: En Santiago de Chile se ha registrado el promedio mensual (redondeado al entero más cercano) de las temperaturas durante el último año, como se muestra en la siguiente tabla:

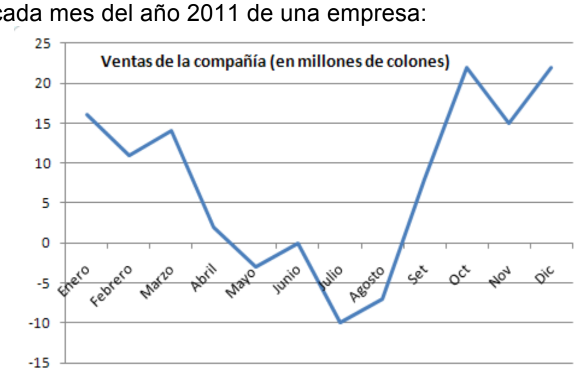
Mes	Temperatura
Enero	22°C
Febrero	30°C
Marzo	29°C
Abril	19°C
Mayo	10°C
Junio	5°C
Julio	-6°C
Agosto	-9°C
Setiembre	0°C
Octubre	-2°C
Noviembre	6°C
Diciembre	10°C

a. ¿Cuál fue el mes donde hubo menor temperatura?
b. ¿Cuál fue el mes donde hubo mayor temperatura?
c. ¿Cuándo hubo mayor temperatura, en julio o en noviembre?
d. Ordene las temperaturas de menor a mayor.
e. Dibuje un termómetro donde se representen las temperaturas correspondientes a cada mes.

Este tipo de problemas establece conexiones con otras áreas y asignaturas. Por ejemplo, se podría elaborar una línea de tiempo con los años en que ocurrieron hechos históricos relevantes antes y después de nuestra era. También, una representación de las temperaturas promedio característica de los climas que se presentan en el mundo. Después se puede establecer la noción de recta numérica a partir de dichas representaciones.

▲ Posteriormente, se pueden plantear problemas para reforzar la comprensión de estas relaciones en la recta numérica. Por ejemplo, en la interpretación de la información que ofrecen ciertos gráficos estadísticos:

En el siguiente cuadro aparecen las ganancias o pérdidas en cada mes del año 2011 de una empresa:



a. ¿En qué meses la empresa tuvo pérdidas?
b. ¿En qué meses la empresa tuvo ganancias?
c. ¿En qué meses no hubo ni ganancias ni pérdidas?
d. ¿Cuál es la ganancia total en los primeros seis meses?
e. ¿Cuál es la ganancia total en el segundo semestre?
f. ¿Cuál fue la situación de la empresa en los meses de mayo, junio, julio y agosto?

Este problema permite establecer conexiones con *Estadística y Probabilidad*.

	13.Determinar el opuesto y el valor absoluto de un número entero.	▲ Se puede iniciar con un problema que permita establecer la diferencia entre el valor relativo y el valor absoluto de un número entero. Por ejemplo: Carolina sale de su casa y se dirige al hogar de su mamá que se ubica 2 km al Sur del suyo. Luego de saludarla y conversar con ella, le informan que su hermano Andrés (quien estudia en el extranjero y llevaba más de 5 años de no visitar a su familia) llegó a Costa Rica y que se encuentra en su casa de habitación, a 750 m Norte de la casa de su mamá por lo que ellas se dirigen para darle la bienvenida. Considerando como punto de referencia la casa de Carolina: a. Determine su ubicación actual en metros. b. Determine la distancia en metros que hay entre la casa de Carolina y la de su hermano. ▲ Se definirá el valor absoluto de un número entero como la distancia que existe entre el número y el cero en la recta numérica. ▲ Es necesario utilizar el símbolo "–" (símbolo de resta) para denotar el cálculo del opuesto de un número dado. Así el opuesto de -31 se denotaría simbólicamente $-(-31) = 31$ y el opuesto de 24 $-(24) = -24$ o bien $-24 = -24$ ▲ Es conveniente verificar las propiedades con ejemplos numéricos, tal como: un número entero y su opuesto tienen el mismo valor absoluto. $\|-6\| = \|6\|$ Después de asimilar las operaciones con números enteros se puede proponer la verificación de las siguientes propiedades: $\|a \cdot b\| = \|a\| \cdot \|b\|$ $\|a + b\| \leq \|a\| + \|b\|$

Recuadro Nº 4

Número sugerido de lecciones:	6 (Etapa I: 2, Etapa II: 4)

Indicaciones y ejemplos

Se puede planear una actividad donde el docente proponga a sus estudiantes desarrollar en subgrupos problemas semejantes a los propuestos en la columna de indicaciones puntuales (cada grupo un problema de contexto diferente) y por medio de la representación gráfica den solución al mismo. La idea es que se puedan mostrar la mayor cantidad de contextos donde están presentes los números enteros negativos. Estas representaciones gráficas no sólo servirán para dar sentido a la noción de número entero negativo a la luz de los contextos trabajados, sino que facilitará la comprensión de la recta numérica: el porqué de la orientación de los números enteros negativos y positivos, las relaciones de orden y la noción de número opuesto y valor absoluto.

Es conveniente enmarcar la movilización de estos conocimientos dentro de la resolución de problemas y dando énfasis a ejercicios en los que se determinen valores absolutos y números opuestos (el uso de una variable para representar números enteros es de vital importancia y que si x representa un número entero entonces su opuesto se representa –x (que no siempre es un número negativo).

Operaciones, cálculos y estimaciones • Suma • Resta • Multiplicación • División	14.Resolver problemas aplicando sumas, restas, multiplicaciones y divisiones de números enteros.	▲ Para el caso de la suma y la resta, se puede esclarecer el concepto mediante el planteo de problemas. Por ejemplo: Buceando, Edwin se encontraba a 9 m bajo el nivel del mar. Si Edwin descendió 8 m más, ¿a qué profundidad estaba? Pedro debe a Juan ₡250 000 y le cancela ₡110 000. ¿Cuánto le queda debiendo Pedro a Juan? ▲ Aunque para resolver los problemas anteriores no se requiere estrictamente el uso de números negativos, se deberá utilizar como una forma de modelizar que será útil en diversas circunstancias. Así, en la etapa de discusión se representarán los datos con números enteros positivos o negativos, de manera que se puedan enunciar estrategias que permitan establecer los algoritmos correspondientes. ▲ En el caso del producto, se debe enfatizar la razón de la ley de signos. Para ello, el docente puede plantear problemas como el siguiente: Determine el resultado de la operación 5 · -4. Se espera que cada estudiante utilice la noción de producto como suma sucesiva y que verifique, con operaciones similares, que se sigue cumpliendo la tendencia en el signo del resultado. $5 \cdot -4 = -4 + -4 + -4 + -4 + -4 = -20$ Sería interesante introducir la historia de los números negativos al comenzar su estudio. ▲ Cuando se trata el producto de dos números enteros negativos, se puede utilizar la noción de número opuesto para justificar el signo que posee el resultado. Observe: $-3 \cdot -2 = -(3) \cdot -2 = -(-2 + -2 + -2) = -(-6) = 6$ ▲ La división es con cociente entero y residuo cero.
	15.Simplificar cálculos mediante el uso de las propiedades de conmutatividad y asociatividad de la adición y multiplicación.	▲ Por ejemplo si se desea resolver la operación $5 + -7 + 5 + -10$ un estudiante puede resolver primero $5 + 5$ luego $-7 + -10$ y finalmente se suman los resultados. Esto se justifica por la conmutatividad y la asociatividad de la suma y permite simplificar los cálculos.

Recuadro Nº 5

Número sugerido de lecciones:	10 (Etapa I: 5, Etapa II: 5)

Indicaciones y ejemplos

Se pueden retomar los problemas sobre las situaciones donde se trabajan con números enteros para que los estudiantes puedan dar sentido a los procedimientos que permiten sumarlos y restarlos, así como a la aplicación de las reglas de signos para el caso del producto y la división.

La operatoria con números enteros exige la búsqueda de relaciones numéricas (patrones) que permitan apropiarse de la forma de operar. Por lo tanto, es necesario dejar espacio para realizar pequeños cierres y así establecer las reglas sobre cómo operar con números enteros.

Operaciones, cálculos y estimaciones • Potencias	16.Calcular potencias cuya base sea un número entero y el exponente sea un número natural. 17.Utilizar las propiedades de potencias para representar el resultado de operaciones con potencias de igual base.	▲ Es importante la deducción de las propiedades de potencias a partir de su definición. Esto se puede lograr por medio del planteo de problemas análogos al siguiente: Represente el resultado de la operación $3^{25} \cdot 3^{31}$. Aquí se pretende que ante la imposibilidad de brindar un resultado, se busque una representación alternativa del resultado: 3^{56}. Además es importante que se comuniquen las estrategias utilizadas con el fin de lograr un aprendizaje más activo y colaborativo. Las propiedades a deducir son: a. $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$ b. $a^m \div a^n = a^{m-n}$ c. $(a^m)^n = a^{m \cdot n}$ d. $a^0 = 1,\ a \neq 0$ ▲ Hacer hincapié en la diferencia entre las expresiones del tipo -5^2 y $(-5)^2$ ya que la primera representa el opuesto de 5^2 (resultado negativo) y la segunda que -5 se eleva a la dos (resultado positivo).

Recuadro Nº 6

Número sugerido de lecciones:	5 (Etapa I: 2, Etapa II: 3)

Indicaciones y ejemplos

La noción de potencia ya se ha trabajado durante la etapa de primaria (6° año). En una sola actividad se pueden propiciar actividades semejantes al problema descrito en la columna de indicaciones puntuales y así deducir leyes de potencias.

Se sugiere proponer primero las propiedades a. y b. y realizar un pequeño cierre y movilizar lo aprendido. Luego en forma análoga se procede para c. y d. Por último, realizar una movilización de las leyes en forma integrada (para representar el resultado de operaciones con potencias de igual base).

Operaciones, cálculos y estimaciones • Raíces Combinación de operaciones	18.Identificar la relación entre potencias y raíces como operaciones inversas.	▲ Se pueden proponer problemas tipo reto matemático. Por ejemplo: ¿Qué número multiplicado por sí mismo 5 veces da como resultado 32? ¿Qué número multiplicado por sí mismo 3 veces da como resultado 64? ▲ Luego se establece la relación existente entre la potenciación y la radicación así como la simbología utilizada: $(-7)^3 = -343 \leftrightarrow \sqrt[3]{-343} = -7.$ ▲ También se debe reforzar el concepto con ejemplos del tipo: $(-5)^2 = 25 \leftrightarrow \sqrt{25} = \|-5\| = 5$ ▲ Es importante proponer a cada estudiante ejemplos que generen discusión acerca de la veracidad de ciertas proposiciones. Por ejemplo: ¿Son correctas las siguientes igualdades? $\sqrt{-4} = -2, \quad \sqrt[3]{-8} = -2.$ Sobre esto se pretende que se argumenten las posiciones tomando como base la relación existente entre la potenciación y la radicación.
	9. Calcular la raíz de un número entero cuyo resultado sea entero.	▲ En esta habilidad, es fundamental el proceso de obtener la raíz sin el uso de la calculadora mediante la descomposición en factores primos y el uso de las siguientes propiedades de radicales: $\sqrt[n]{x^n} = \begin{cases} \|x\| & \text{para } n \text{ par} \\ x & \text{para } n \text{ impar} \end{cases}$ $\sqrt[n]{xy} = \sqrt[n]{x}\,\sqrt[n]{y}$

Recuadro Nº 7

Número sugerido de lecciones:	5 (Etapa I: 3, Etapa II: 2)

Indicaciones y ejemplos

Ambas habilidades son complementarias pues para establecer la relación entre potencias y raíces como operaciones inversas es necesario proponer preguntas del tipo *¿Qué número multiplicado por sí mismo n veces da como resultado y?* y a partir de ahí formalizar un procedimiento que permita al estudiante calcular raíces de una forma más ágil.

También, se puede desarrollar una actividad donde el uso pertinente de la calculadora propicie en los estudiantes deducir dicha relación. Por ejemplo, proponer al estudiante la siguiente actividad:

Complete los espacios correspondientes con el resultado de las operación solicitadas (use la calculadora donde lo considere necesario) y describa con sus propias palabras cómo la tecla $\sqrt[x]{y}$ determina los resultados de la operaciones que realizasen la primera columna.

$\sqrt[3]{8}$ = ________	2^3 = ________
$\sqrt[4]{81}$= ________	3^4 = ________
$\sqrt[5]{3625}$ = ________	5^5 = ________
$\sqrt[2]{10\,000}$ = ________	100^2 = ________
$\sqrt[2]{49}$ = ________	7^2 = ________
$\sqrt[3]{729}$ = ________	3^6 = ________
$\sqrt[3]{-27}$ = ________	$(-3)^3$ = ________
$\sqrt[5]{-1}$ = ________	$(-1)^5$ = ________

Operaciones, cálculos y estimaciones Combinación de operaciones	10.Calcular resultados de operaciones con números enteros en expresiones que incorporen la combinación de operaciones con paréntesis o sin ellos.	▲ Las operaciones combinadas no deben exceder de dos términos, en cada uno de ellos sólo se hará uso de a lo sumo un paréntesis. En el interior de cada paréntesis sólo incluir a lo sumo dos diferentes tipos de operaciones. En algunos ejemplos, incluir potencias y raíces exactas. A continuación algunos ejemplos: a. $32\left(-\sqrt{49}+5^3\right) =$ b. $3(-4+5\cdot -3)+5\left(-27 \div -9-\sqrt{25}\right)$ c. $((-2)^3+11)-3(16-9\cdot -2) =$

Recuadro Nº 8

Número sugerido de lecciones:	4 (Etapa I: 1, Etapa II: 3)

Indicaciones y ejemplos

Esta habilidad se trabaja de manera independiente. Desde primaria y antes del tema de operaciones con números enteros se repasó la combinación de operaciones con números naturales por lo que ya el estudiante tiene un cierto dominio de la prioridad en el orden de las operaciones así como del uso de paréntesis. Nada más se requeriría movilización.

A manera de reto se pueden proponer dos operaciones combinadas (una sin paréntesis y otra con paréntesis) a se puede diagnosticar y a la vez hacer un cierre de dichas prioridades (esta actividad se puede dirigir con la pregunta dirigida). Luego se propicia una movilización integrada.

Estadística y Probabilidad

Estadística

Conocimientos	Habilidades específicas	Indicaciones puntuales
La Estadística	1. Reconocer la Estadística como una herramienta imprescindible para el análisis de datos dentro de diferentes contextos y áreas científicas. 2. Analizar el desarrollo histórico de la disciplina. 3. Analizar información estadística que ha sido resumida y presentada en cuadros, gráficas u otras representaciones vinculadas con diversas áreas.	▲ Para favorecer estas habilidades, se debe motivar sobre la importancia de la *Estadística* en el desarrollo científico de otras disciplinas. Para ello se requiere proporcionar ejemplos de usos de la *Estadística* en áreas como: Biología, Medicina, Economía, Educación, entre otras. Para ello se puede recurrir a ejemplos de representaciones tabulares, gráficas o de otra naturaleza que evidencie estas aplicaciones. Seguidamente se muestran algunos ejemplos.

CUADRO 2.1
CENTROAMÉRICA

Extensión territorial, población y densidad de población. 2010

País	Extensión en km²	Población	Densidad de población	Densidad ponderada [a/]	Razón de densidad [b/]
Belice	22.970	313.000	14	14	1
Costa Rica	51.100	4.563.539	89	173	1
El Salvador	21.040	6.183.002	294	969	3
Guatemala	108.900	14.361.666	132	387	1
Honduras	112.100	7.621.106	68	120	1
Nicaragua	130.000	5.822.395	45	159	1
Panamá	75.520	3.508.382	46	75	1
Centroamérica	521.630	42.373.090	81		

a/ Densidad ponderada de la población: Σ(Pob. (i)*Dens.(i))/ Σ(Pob.(i), donde I se refiere a cada una de las divisiones administrativas.

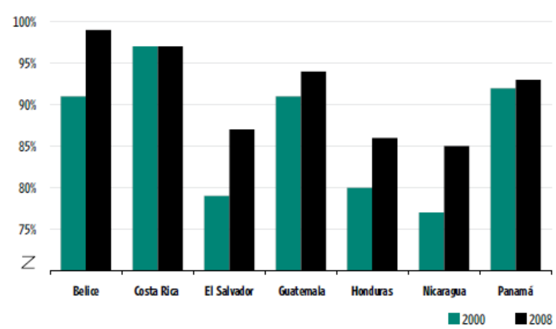
b/ Densidad de la división administrativa mayor sobre la densidad de las dos siguientes.

Fuente: Estimaciones y proyecciones de población de cada país.

Imagen tomada de:
http://www.estadonacion.or.cr/images/stories/informes/region_004/cap02_demografico.pdf

GRÁFICO 5.4
CENTROAMÉRICA

Población con acceso a agua potable. 2000 y 2008
(porcentajes)



Fuente: Cepal.

Imagen tomada de:
http://www.estadonacion.or.cr/images/stories/informes/region_004/cap05_ambiental.pdf

▲ Para complementar lo anterior se puede sugerir una situación como la siguiente:

☺ En el documento sobre las personas con discapacidad en América Latina se incluye el siguiente párrafo:

> La perspectiva de derechos humanos permite considerar a las personas con discapacidad como individuos que necesitan diferentes servicios para gozar de una situación que los habilite para desempeñarse como ciudadanos activos y participantes. Esto significa crecer dentro de una familia, asistir a la escuela con compañeros, trabajar y participar en la toma de decisiones sobre aquellas políticas y programas que más los afectan.

Además se incluye el siguiente cuadro (sin título):

País	Población	Prevalencia de la discapacidad	Estimación de personas con discapacidad
Costa Rica	4,399,000	5.4	237,546
El Salvador	6,999,000	1.5	104,985
Guatemala	12,911,000	3.7	477,707
Honduras	7,362,000	2.7	196,774
Nicaragua	5,600,000	10.3	576,800
Panamá	3,288,000	11.3	37,154
Total	40,834,000		1,623,966

Fuente: Situación de salud en las Américas. Indicadores básicos 2006 OPS-OMS y División de Población de Naciones Unidas.

Tomado de:
http://www.minsa.gob.ni/bns/discapacidad/docs/epidemiiol/La%20discapacidad%20en%20Centro%20America.pdf

Comente la información del cuadro de acuerdo con lo que establece el tema *Vivencia de los Derechos Humanos para la Democracia y la Paz*, que se incluye en los programas de estudio. Se necesita evidenciar que cerca del 5,4% de la población tiene algún tipo de discapacidad, por lo que se requiere que el país ofrezca las condiciones adecuadas para que estas personas puedan incorporarse a la sociedad de manera efectiva.

Las actividades anteriores posibilitan enfocar la acción docente hacia la importancia que tiene la Estadística como herramienta para el análisis de información de diferentes temáticas, lo que corresponde al proceso *Conectar*. Además estas representaciones gráficas también se asocian con *Geometría* y *Relaciones y Álgebra*.

Para complementar este aspecto se podría hacer un pequeño recuento histórico sobre algunos conceptos, por ejemplo, podría analizarse de dónde proviene el término estadística:

> La palabra Estadística procede del vocablo "**Estado**", pues era función principal de los Gobiernos de los Estados establecer registros de población, nacimientos, defunciones, impuestos, cosechas... La necesidad de poseer datos cifrados sobre la población y sus condiciones materiales de existencia han debido hacerse sentir desde que se establecieron sociedades humanas organizadas.

Fuente:
http://www.estadisticaparatodos.es/historia/histo_esta.html

Conocimientos básicos • Unidad estadística • Característi-cas • Datos u observacio-nes • Población • Muestra • Variabilidad de los datos • Variables cuantitativas y cualitativas	4. Identificar los conceptos: unidad estadística, características o variables, observaciones o datos, población y muestra, para problemas estadísticos vinculados con diferentes contextos. 5. Identificar el tipo de dato cuantitativo o cualitativo correspondiente a una característica o variable. 6. Identificar la importancia de la variabilidad para el análisis de datos.	▲ En esta sección se busca definir los conceptos fundamentales dentro de los análisis estadísticos. Se recomienda plantear algunos problemas que permitan identificar esos conceptos. Por ejemplo: Se desea realizar dos investigaciones que pretenden: a. Determinar el estado de salud de las y los estudiantes de los colegios de la comunidad, por lo que se debe identificar: sexo, edad, estatura, peso, presión arterial, tipo de sangre, condición de fumador, entre otros. b. Caracterizar las viviendas de la comunidad de acuerdo con: área de construcción (m^2), área del lote (m^2), tipo de material de construcción (block, madera, ladrillo, etc.), número de dormitorios, número de baños, color de pintura, entre otros. De acuerdo con esta caracterización, responda las siguientes interrogantes: a. ¿Cuál es el sujeto u objeto de estudio (unidad de estudio) en cada caso? b. ¿Qué características de cada uno de esos sujetos u objetos se van a analizar? c. ¿Cuáles de esas características proporcionan datos numéricos? d. ¿Cuáles de esas características proporcionan datos no numéricos? e. ¿Cuál es la importancia de los datos para atender cada problema? f. ¿Quiénes constituyen la totalidad de unidades de estudio para cada investigación? g. ¿Es factible conseguir la información de todas estas unidades en poco tiempo? h. ¿Qué otra alternativa podría utilizarse para no consultar a todas las unidades de estudio? Se espera poder dar respuesta a estas interrogantes. Para complementar este trabajo, se debe realizar una actividad plenaria para sistematizar cada uno de los conceptos y definir los términos en cada caso. Además, plantear problemas de reproducción para ratificar el aprendizaje alcanzado. ▲ Para valorar la importancia de la variabilidad dentro de los análisis estadísticos, se recomienda proponer un problema que ilustre el efecto que se produce cuando esté presente o ausente la variabilidad en un grupo de datos. Por ejemplo: Analice cada una de las siguientes situaciones y resuelva el problema que se genera en cada caso: a. Caracterizar a las y los estudiantes del grupo de acuerdo con la variable: número de miembros del hogar. b. Caracterizar a las y los estudiantes del grupo de acuerdo con la variable: color del pantalón o enagua que utiliza regularmente para asistir al colegio. ▲ Se deben identificar las diferencias en cuanto a la variabilidad de los datos en cada caso, de modo que se pueda identificar que el grupo de datos más variable genera una mayor complejidad para resumir y analizar los datos obtenidos. ▲ Mediante este tipo de actividades se desea identificar las creencias de cada estudiante en relación con el efecto de la variabilidad de los datos para los estudios estadísticos.

Recuadro Nº 9

Número sugerido de lecciones:	7 (Etapa I: 3, Etapa II: 4)

Indicaciones y ejemplos

Las habilidades específicas 1 y 2 pueden desarrollarse a lo largo de las 7 habilidades restantes de esta área en esto año; no se busca iniciar el área con una explicación magistral de la importancia y evolución de la Estadística, sino más bien que los y las estudiantes puedan evidenciar la trascendencia y progreso histórico a través de los problemas planteados para la acción de aula. Análogamente, la habilidad específica 6 acerca de la importancia de la variabilidad para el análisis de datos debe mostrarse mediante los mismos problemas o situaciones propuestas, no con un discurso expositivo.

Hay que tener presente que desde primer ciclo ha habido un proceso paulatino de construcción de conceptos; por lo que se busca en este año es repasar y precisar los conocimientos adquiridos en primaria para su utilización en futuros problemas.

Una forma de repasar estos conceptos es con el análisis de información estadística presentada en un texto, noticia, cuadro, gráfica, etc. Por ejemplo, en la sitio web del Instituto de Estadística y Censos (INEC), se presentan varios gráficos que pueden ser de utilidad. Por ejemplo, el gráfico respecto a la Esperanza de Vida al Nacimiento (EVN), el cual es un indicador que se basa en el patrón de mortalidad por edades que está libre del efecto distorsionante de la composición por edades de la población:

Imagen tomada de http://www.inec.go.cr/Web/Home/pagPrincipal.aspx

Analizando este gráfico se pueden repasar conceptos como: unidad estadística, variables, datos, tipo de dato (cuantitativo o cualitativo), población y muestra. También, este gráfico pone a discusión porqué la EVN de las mujeres es mayor que la de los hombres, y además se puede analizar la variabilidad de los datos.

Además, se puede hacer referencia de la importancia de los estudios estadísticos ya que permite comparaciones precisas del nivel de mortalidad y longevidad entre países y para un mismo país a través del tiempo. Hay que señalar que éstos estudios son muy importantes para la toma de decisiones de un país, en cuanto a políticas de salud pública, año de jubilación (hombres y mujeres), planes de pensión, entre otros.

Recolección de información

- La experimentación
- Interrogación

Frecuencia

- Absoluta
- porcentual

Representación

- Tabular: cuadros de frecuencia absoluta y porcentual

Medidas de posición

- Moda
- Media aritmética
- Mínimo
- Máximo

7. Recolectar datos del entorno por medio de experimentación o interrogación.
8. Utilizar representaciones tabulares para resumir un conjunto de datos.
9. Determinar medidas estadísticas de resumen: moda, media aritmética, máximo, mínimo y recorrido, para caracterizar un grupo de datos.

▲ Los siguientes problemas pueden ser abordados para potenciar estas habilidades:

¿Cuáles son los meses en los que se presenta el mayor y menor número de cumpleaños en el grupo?

Suponga que la información siguiente corresponde al número de miembros de los hogares de una muestra de 50 familias.

5	2	4	9	7	4	5	6	5	7
7	5	5	2	10	5	6	5	4	5
8	8	4	2	8	4	8	6	6	3
6	7	3	6	7	6	7	3	5	6
9	6	3	4	6	3	5	5	6	7

Realice un análisis comparativo entre la información anterior con respecto a los hogares de las y los estudiantes del grupo.

Observe que con este tipo de actividades se promueven los procesos *Representar, Comunicar* y *Razonar y argumentar.*

Recuadro Nº 10

Número sugerido de lecciones:	12 (Etapa I: 4, Etapa II: 8)

Indicaciones y ejemplos

Este conjunto de habilidades se pueden desarrollar mediante un problema introductorio que implique la recolección, sistematización, análisis y presentación de la información.

La idea es que se realice un análisis estadístico con los datos recolectados, utilizando medidas de posición y cuadros frecuencia absoluta y relativa. Para esto se pueden formar subgrupos y asignarles un problema distinto a cada subgrupo y de acuerdo a la información que se deba obtener tendrán que utilizar la experimentación o la interrogación como métodos de recolección de datos.

El docente debe considerar que en primaria se han puesto en práctica métodos de recolección de datos y se han estudiado conceptos como medidas de posición y frecuencia absoluta y porcentual. Por ejemplo, en cuarto año se recolectaron datos del entorno por medio de la medición, se estudiaron medidas de posición (moda, media aritmética, mínimo y máximo) y de variabilidad(recorrido):

Recolección de información • Experimentación por medición **Representación** • Gráfica: diagramas de puntos **Medidas de posición** • Moda • Media aritmética • Máximo • Mínimo **Medidas de variabilidad** • El recorrido	4. Recolectar datos del entorno por medio de la medición. 5. Emplear los diagramas de puntos para representar grupos de datos cuantitativos. 6. Resumir un grupo de datos mediante el empleo de la moda, la media aritmética (o promedio), el máximo y el mínimo de un grupo de datos e interpretar estas medidas en relación con la información recabada. 7. Identificar el recorrido de un grupo de datos como la diferencia entre el máximo y el mínimo.	Proponga la siguiente lectura: Las primeras **unidades de longitud** que usó el hombre estaban en relación con su cuerpo, como el paso, el palmo, la pulgada, el pie, etc. Estas unidades tienen, entre otros, el grave inconveniente de que no son las mismas para todos.  **Imágenes con derechos adquiridos por el MEP** Así, la longitud de un paso **varía** de un hombre a otro. Por esta razón el hombre ideó unas unidades **invariables**. Al principio estas unidades no eran universales, cada país tenía sus propias unidades e incluso dentro de un mismo país las unidades de medida eran diferentes según las regiones.

de

(MEP, 2012, p. 249)

En quinto año se siguen trabajando las medidas de posición (moda, media aritmética, máximo y mínimo) y de variabilidad (recorrido). Para sexto año, se estudia la frecuencia porcentual y su importancia para la comparación grupos de datos:

6to Año		
Estadística		
Conocimientos	**Habilidades específicas**	**Indicaciones puntuales**
Porcentajes • Frecuencias porcentuales • Comparaciones entre grupos	1. Resumir y clasificar grupos de datos utilizando la frecuencia porcentual. 2. Identificar la frecuencia porcentual como herramienta fundamental para los análisis comparativos entre dos o más grupos de datos.	▲ La frecuencia absoluta no siempre es una buena estrategia para analizar los datos. Plantee el siguiente problema: Suponga que se realizó una encuesta para determinar el nivel de agrado por el consumo de frutas (mucho, regular, poco) entre los hombres y mujeres de un grupo de sexto grado y los resultados se resumen en el siguiente cuadro: **Relación con el agrado de las y los estudiantes por las frutas según el sexo** **Agrado** / **Hombres** / **Mujeres** / **Total** Mucho / 9 / 7 / 16 Regular / 5 / 3 / 8 Poco / 4 / 2 / 6 **Total** / **18** / **12** / **30** De acuerdo con esta información, ¿quiénes tienen más preferencia por el consumo de frutas, los hombres o las mujeres?

(MEP, 2012, p. 257)

Relaciones y Álgebra

Conocimientos

Sucesiones

- Ley de formación
- Patrones

Habilidades específicas

1.Identificar la ley de formación de una sucesión utilizando lenguaje natural, tabular y algebraico.

2.Plantear y resolver problemas relacionados con sucesiones y patrones.

Indicaciones puntuales

▲ Estos conceptos se introducen aquí para promover una recapitulación de aprendizajes realizados en la educación primaria en relación con esta área matemática.

▲ Proponer un problema contextualizado que repase todas las habilidades de sucesiones y representaciones estudiadas en los ciclos anteriores.

Adriana recibe semanalmente 6500,00 colones para cubrir sus gastos de estudio. Ella decide ahorrar 1800,00colones por semana, para formar un fondo de ahorro. Represente en forma tabular la cantidad total de dinero que ella gasta semanalmente, durante las 6 primeras semanas.

Juan vende paquetes de prensas. La siguiente tabla contiene las ganancias generadas por la venta.

Cantidad paquetes	1	2	3	4	5
Ganancias en colones	350	600	850	1100	1350

a. ¿Cuál es el precio de cada paquete de prensas?
b. Determine la ganancia fija que desde un inicio muestra la información del cuadro anterior.
c. ¿Cuánto dinero gana Juan por la venta de 321 paquetes de prensas?

▲ Durante la etapa de clausura se presenta la noción de ley de formación utilizando representación numérica, algebraica y tabular.

Si usted invierte inicialmente ₡20 000,00 en la cooperativa del Colegio y gana de interés compuesto anual de 10%, describa numéricamente, tabularmente y simbólicamente la sucesión que representa la cantidad de dinero anual que tendrá, si no hace retiros.

a. **Numéricamente:** 20 000,00 22 000,00 24 200,00 26 620,00 29 282,00 32 210,20 … (colones)

b. **Algebraicamente:** La cantidad de colones $C(n)$ que tendré después de n años se modela por la expresión:

$$C(n) = 20\,000\,(1 + 0{,}1)^n$$

c. **Tabularmente:**

Año	0	1	2	…
Cantidad (colones)	20 000	22 000	24 200	…

Solicite al estudiantado proponer un problema con esta situación.

		Por ejemplo, ellos podrían proponer: ¿Cuántos colones tendré después de 5 años, 8 años, 10 años? Se recomienda el uso de calculadora para hacer los cálculos indicados en la representación algebraica.

Recuadro Nº 11

Número sugerido de lecciones:	6 (Etapa : 2, Etapa II: 4)

Indicaciones y ejemplos

Como se propone en la columna de indicaciones puntuales, se puede un problema contextualizado que repase todas las habilidades de sucesiones y representaciones estudiadas en los ciclos anteriores (preferiblemente relacionado con proporcionalidad directa). Se espera que los estudiantes utilicen representaciones tabulares para inferir -ya sea en lenguaje natural o algebraico- una ley de formación que permita responder a lo solicitado.

Finalmente, durante el cierre o clausura, el docente puede formalizar las relaciones de proporcionalidad directa de forma verbal, tabular, gráfica y algebraica y proponer el análisis de situaciones de este tipo presentes en el contexto.

Esto servirá de parámetro para continuar el trabajo con relaciones de proporcionalidad inversa que se desarrollará en las siguientes dos habilidades.

Relaciones • Proporcionalidad inversa	3.Identificar relaciones de proporcionalidad inversa en diversos contextos reales.	▲ Se recomienda plantear un problema para repasar el concepto de proporcionalidad directa. La fiesta de aniversario de Rita tiene un costo de ₡ 36 000,00 si ella invita a 6 personas. ¿Cuánto costará la fiesta si ella decide invitar a 15 personas? Suponga que la relación es directamente proporcional. ▲ Se puede plantear un problema que involucre proporcionalidad inversa, particularmente relaciones que pueden ser expresadas en la forma $y = \frac{k}{x}, \quad y = \frac{k}{x^2}$ con *k* constante de proporcionalidad. Según la ley de gravitación universal propuesta por Newton, el efecto de la gravedad de la Tierra sobre un objeto (su peso) varía inversamente con el cuadrado de su distancia al centro del planeta. Suponga que el radio de la Tierra es 6400 km. Si el peso de un astronauta en la superficie de la Tierra es de 75 kg, ¿cuál será el peso de este astronauta a una altura de 1600 km sobre la superficie de la Tierra? La relación anterior es un *modelo* matemático que relaciona el peso de un objeto con su distancia al centro de la Tierra.

Representaciones

- Verbal
- Tabular
- Gráfica
- Algebraica

4.Analizar relaciones de proporcionalidad directa e inversa de forma verbal, tabular, gráfica y algebraica.

Solicite a cada estudiante representar algebraicamente las expresiones:

a. La fuerza de atracción entre dos objetos es directamente proporcional al producto de sus masas e inversamente proporcional al cuadrado de la distancia entre ellos.
b. La intensidad luminosa es inversamente proporcional al cuadrado de la distancia del objeto a la fuente de luz.
c. La energía cinética de un objeto es directamente proporcional a la masa del objeto y al cuadrado de su velocidad.

Las expresiones anteriores son modelos matemáticos de situaciones reales relacionadas con la Física.

▲ Dada una relación matemática de proporcionalidad en forma verbal, representarla en forma algebraica o tabular.

C varía directamente con *R* e inversamente con el cuadrado de *S*. Si $C = 21$ cuando $R = 7$ y $S = 1{,}5$, complete la tabla que sigue:

R	*S*	*C*
120		22,5
200	12,5	
	15	10,5

▲ Dada una representación tabular, pasarla a algebraica y extraer conclusiones sobre cantidades que no están en la tabla.

▲ Utilice fórmulas para determinar el área de superficies y el volumen de formas tridimensionales.
Por ejemplo:

a. Área de un cuadrado de lado x: $A = x^2$ (el área A depende de la medida del lado x). Observe que el área es directamente proporcional al cuadrado de la medida del lado, con constante de proporcionalidad igual a 1.
b. Volumen de un cubo de lado x: $V = x^3$. El volumen es directamente proporcional al cubo de la medida de su lado (arista) con constante de proporcionalidad 1.
c. La longitud de una circunferencia de radio r: $C = 2\pi r$. La constante de proporcionalidad es 2π. A este nivel se utiliza 3,14 como aproximación para π.

Se pueden utilizar también áreas de rectángulos, trapecios y perímetros de figuras planas.

Las expresiones anteriores conectan *Relaciones y Álgebra* con *Geometría* y son modelos matemáticos para calcular áreas o volúmenes de objetos geométricos.

▲ A este nivel la representación gráfica de una relación de proporcionalidad inversa consistirá de puntos en el plano de coordenadas rectangulares pues no se han introducido todavía los números irracionales.

		Se recomienda el uso de software para la representación gráfica. La gráfica obtenida con el software aparecerá en forma continua en lugar de discreta.

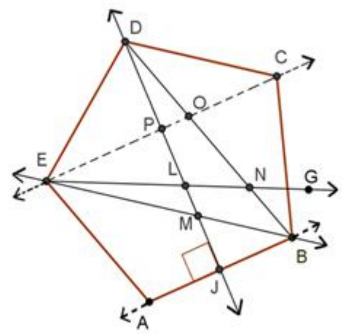
Recuadro Nº 12

Número sugerido de lecciones:	7 (Etapa : 3, Etapa II: 4)

Indicaciones y ejemplos

Se trabaja en forma análoga a la propuesta en el Recuadro Nº 16 proponiendo un problema de proporcionalidad inversa.

Geometría

Conocimientos	Habilidades específicas	Indicaciones puntuales
Conocimientos básicos • Punto - Puntos colineales y no colineales - Puntos coplanares y no coplanares - Punto medio • Recta - Segmento - Semirrecta - Rayo - Rectas concurrentes - Rectas paralelas en el plano - Rectas perpendiculares en el plano • Plano	1. Identificar en dibujos y objetos del entorno puntos, segmentos, rectas, semirrectas, rayos, planos, puntos colineales y no colineales, puntos coplanares y no coplanares. 2. Identificar y localizar el punto medio de un segmento. 3. Identificar y trazar rectas paralelas, perpendiculares, concurrentes en diferentes contextos. 4. Utilizar la notación simbólica de cada concepto estableciendo relación con su representación gráfica. 5. Enunciar relaciones entre los conceptos geométricos mediante notación simbólica.	▲ Algunos de estos conceptos fueron vistos en Primer y Segundo ciclos, lo que se pretende ahora es profundizar en ellos, ver su representación gráfica y establecer su notación. Luego, que se interprete la representación gráfica de los conceptos en objetos del entorno, se puede también identificarlos en dibujos propuestos como el siguiente:  Si el pentágono que muestra la figura es regular, identificar y escribir la notación de a. Un segmento b. Una recta c. Una semirrecta d. Un rayo e. Tres puntos colineales f. Tres puntos no colineales g. Dos rectas concurrentes h. Dos rectas perpendiculares i. Dos rectas paralelas

Recuadro Nº 13

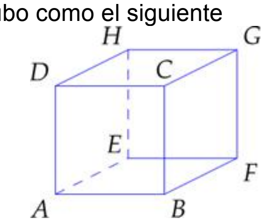
Número sugerido de lecciones:	5 (Etapa I: 2, Etapa II: 3)

Indicaciones y ejemplos

Al ser estos conceptos teóricos primitivos y teniendo en cuenta que algunos de éstos fueron estudiados en niveles anteriores (3er año, 4to año); lo que se pretende ahora es “identificarlos” en objetos del entorno para luego definirlos y trabajar con ellos de forma integral en problemas donde se involucre su representación gráfica y se utilice su notación en enunciados y argumentación de la respuesta. Esto servirá a lo largo de la educación secundaria en la comprensión y resolución de diversos problemas.

Si se cuenta con los recursos tecnológicos, para la etapa de *Movilización y aplicación de los conocimientos* se puede disponer de una o dos lecciones **adicionales** que permitan al estudiante pasar de la regla y el lápiz a un software de geometría dinámica, como el GeoGebra, en el cual pueda movilizar y aplicar lo aprendido.

Una sugerencia al docente es que cuando se esté en el proceso de identificación de representaciones gráficas, el estudiante no tenga que invertir tiempo en dibujar dicha representación.

Visualización espacial • Caras • Aristas • Vértices • Rectas y segmentos paralelos • Rectas y segmentos perpendiculares • Planos paralelos • Planos perpendiculares	6. Reconocer en figuras tridimensionales diversos elementos como caras, aristas, vértices. 7. Establecer relaciones entre los diversos elementos de figuras tridimensionales: vértices, caras y aristas, rectas y segmentos paralelos perpendiculares, planos paralelos y perpendiculares.	▲ Esto sigue a lo estudiado previamente, incluso puede idearse una actividad que permita introducir los conceptos básicos de la geometría plana en el contexto del repaso de los elementos del cubo que fueron estudiados en ciclos anteriores. ▲ A partir de un cubo como el siguiente  se pueden realizar preguntas como éstas: a. ¿Qué aristas comparten el punto (vértice) C? b. ¿Qué pares de planos son paralelos? c. ¿Qué pares de planos son perpendiculares? d. Señale un par de rectas paralelas. e. Señale un par de rectas perpendiculares. Estas preguntas pueden responderse de manera intuitiva y permitirán establecer los conceptos apropiados y la notación correspondiente.

Recuadro Nº 14

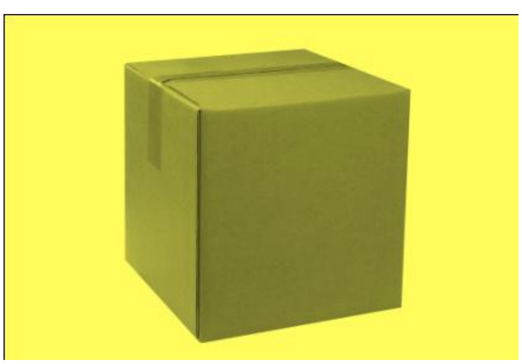
Número sugerido de lecciones:	5 (Etapa I: 2, Etapa II: 3)

Indicaciones y ejemplos

La visualización espacial ha sido trabajada previamente en educación primaria, por lo que conceptos como el de caras, planos paralelos, planos perpendiculares, bases, alturas, entre otros ya han sido estudiados con diferentes cuerpos sólidos.

Es de suma importancia plantear un problema que entrelace los conocimientos previos que tengan los estudiantes con los nuevos. Por lo que se puede proponer una actividad que permita repasar los conceptos básicos de la geometría plana (segmentos paralelos, segmentos perpendiculares, planos, puntos coplanares, etc.), los desarrollados de visualización espacial en primaria y apoyarse en esto para introducir los elementos nuevos de este año.

Esto se puede hacer construyendo sólidos con material concreto (cartulina, goma y tijeras) y/o llevando recipientes u objetos tridimensionales que se utilizan cotidianamente, como recipientes, envases tetrabrik, cajas, etc.



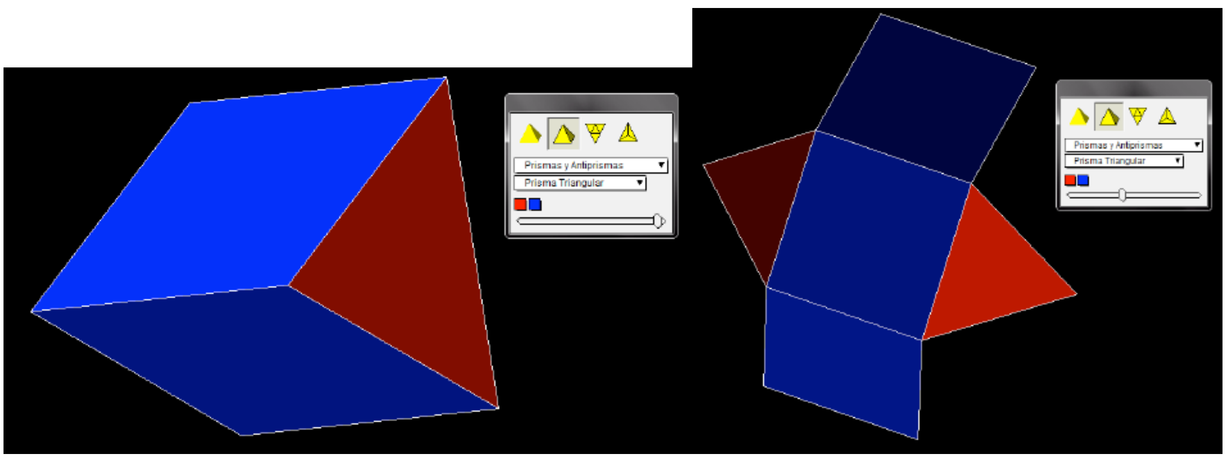

Imágenes con derechos adquiridos por el MEP

Después del trabajo con objetos tridimensionales del entorno, si se tiene la posibilidad de utilizar manipulativos como el *Cubo Soma de Piet Hein* se puede disponer de una lección **adicional** para trabajar con problemas en los tres niveles de complejidad (reproducción, conexión y reflexión) que se pueden originar con este recurso.

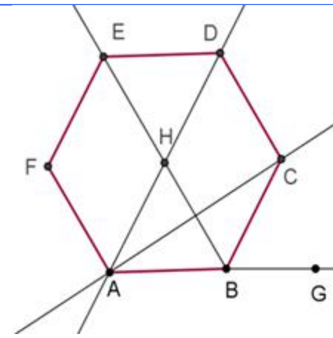
Imagen cortesía de podpad en FreeDigitalPhotos.net

Con cada una de sus siete piezas se puede preguntar el número de vértices, el número de aristas, el número de caras, identificar diferentes planos, rectas y segmentos paralelos y perpendiculares. Se pueden componer figuras utilizando dos, tres, cuatro y hasta las siete piezas y en cada una de ellas reconocer los elementos citados y establecer relaciones entre estos.

También existen sitios web con aplicaciones dinámicas para el estudio de cuerpos geométricos, así como software gratuitos especializados como Poly Pro:



Ángulos • Llano • Adyacentes • Par lineal • Opuestos por el vértice • Congruentes • Complementarios	8. Reconocer en diferentes contextos ángulos llanos, adyacentes, los que forman par lineal y los opuestos por el vértice. 9. Identificar ángulos congruentes, complementarios, suplementarios en diferentes contextos. 10. Determinar medidas de ángulos sabiendo que son congruentes, complementarios o suplementarios con otros ángulos dados.	▲ Se deben aprovechar estos contenidos para repasar el concepto de ángulo y la clasificación de los mismos ya estudiados en primaria. Se agregará el ángulo llano. ▲ Se pueden utilizar algunos conceptos desarrollados en primaria (polígonos regulares) para proponer problemas. Por ejemplo: ☺ Si el hexágono que se le presenta a continuación es regular, entonces determine las medidas de los ángulos: EHB, EHD, DAB, ABC, CBG.

• Suplementa-rios		 ▲ Puede también identificar una pareja de ángulos adyacentes, una pareja de ángulos opuestos por el vértice y un par lineal. Asimismo, se podría preguntar cuál es la relación de medida entre los ángulos $\measuredangle DEB$ y $\measuredangle EBA$, así como $\measuredangle EDA$ y $\measuredangle DAB$, y así buscar una correspondencia según la cual $\overline{ED}$ y $\overline{AB}$ son segmentos paralelos.

Recuadro Nº 15

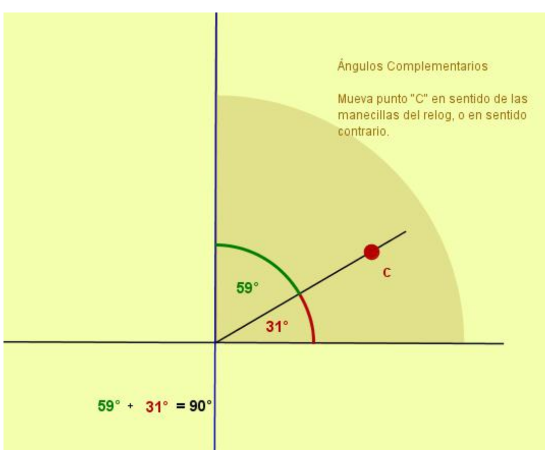
Número sugerido de lecciones:	4 (Etapa I: 2, Etapa II: 2)

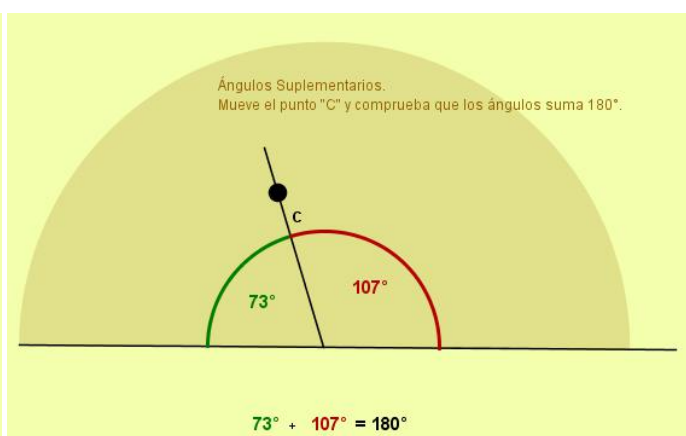
Indicaciones y ejemplos

Hay que tener presente que el concepto de ángulo se ha estudiado en primaria, así como su clasificación más básica. Se deben repasar el concepto de ángulo y la clasificación de los mismos aprovechándolos para agregar el conceptos nuevos como el de ángulo llano.

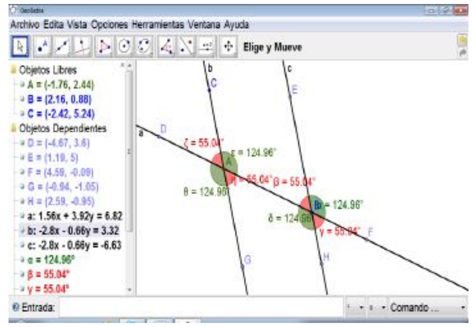
Se recomienda, por lo tanto, proponer una actividad que considere la utilización de los conceptos estudiados en primaria y a la vez sirva para introducir los conocimientos nuevos. Aquí se pueden utilizar la representación de “ángulos vivientes” (utilización de partes del cuerpo humano, como los brazos, para formar ángulos) y/o el geoplano, el cual permite agilizar el trabajo y establecer relaciones. El docente debe velar porque el tiempo que se invierta en la actividad sea en reconocer, identificar y determinar ángulos.

Asimismo, existen sitios web que poseen aplicaciones para poder visualizar de forma dinámica conceptos como por ejemplo ángulos complementarios y ángulos suplementarios:





Imágenes tomadas de http://tutormatematicas.com/Geometria_Applets_Interactivos.html

Ángulos • Llano • Adyacentes • Par lineal • Opuestos por el vértice • Congruentes • Complementarios • Suplementarios	11. Aplicar la relación entre las medidas de ángulos determinados por tres rectas coplanares dadas. 12. Obtener y aplicar medidas de ángulos determinados por dos rectas paralelas y una transversal a ellas, conociendo la medida de uno de ellos.	Asimismo, se puede utilizar la tecnología con el uso de un software adecuado para obtener de forma dinámica (moviendo un lado del ángulo) la representación gráfica de varios ángulos y de sus medidas (grados sexagesimales). Esto con el fin de establecer clasificaciones y relaciones entre los mismos. 

Recuadro Nº 16

Número sugerido de lecciones:	5 (Etapa I: 2, Etapa II: 3)

Indicaciones y ejemplos

Para trabajar el tema de ángulos entre rectas paralelas y una transversal es muy enriquecedor el uso de la tecnología por medio de un software dinámico para geometría o un sitio web con alguna aplicación útil que agilice el proceso de aprendizaje e incentive la experimentación y la conjetura. Por ejemplo, en el Proyecto Gauss del Instituto de Tecnologías Educativas y Formación del Profesorado (INTEF) del Gobierno de España existen varias aplicaciones interactivas como la siguiente:

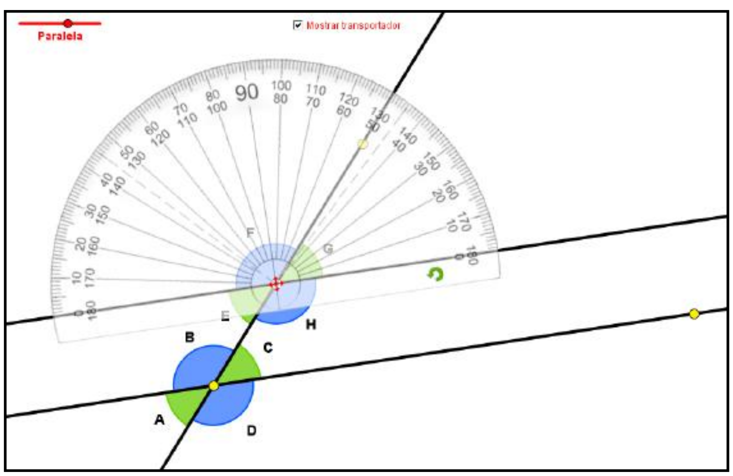
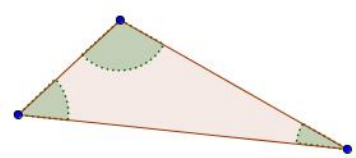
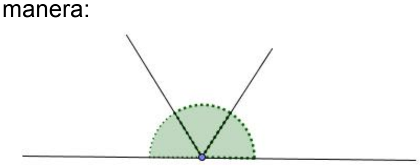


Imagen tomada de
http://recursostic.educacion.es/gauss/web/materiales_didacticos/primaria/actividades/geometria/angulos/angulos_paralelas/actividad.html

Incluso, en ese sitio aparecen diez preguntas generadoras para trabajar con la aplicación y sacar conclusiones respecto a este tema.

Con esto, el estudiante podrá darse cuenta de forma activa y ágil mediante el movimiento de elementos geométricos qué propiedades existen cuando las rectas cortadas por una transversal son paralelas, y qué pasa cuando no lo son.

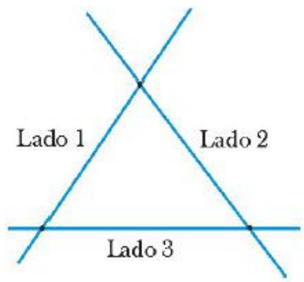
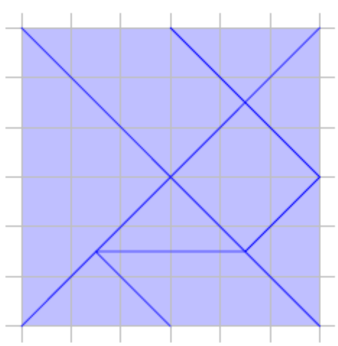
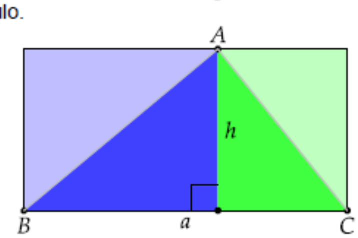
Triángulos • Desigualdad triangular • Ángulos internos • Ángulos externos	13. Aplicar la desigualdad triangular. 14. Aplicar la propiedad de la suma de las medidas de los ángulos internos de un triángulo. 15. Determinar medidas de ángulos internos y externos de un triángulo, conociendo medidas de los otros ángulos.	▲ La desigualdad triangular se puede introducir por medio de un problema como el siguiente, que también puede servir para introducir los conocimientos relacionados con ángulos internos y con ángulos externos. En la casa de Cristian luego de una remodelación sobraron cuatro pedazos de cerca de 3,8 m; 4,3 m; 7,3 m y 8,1 m. Cristian desea utilizar ese material que sobró para hacer una cerca triangular para su perro Colitas, pero no sabe cuáles tres pedazos escoger para formar un triángulo. Intente ayudarle a Cristian. Se pide realizar dibujos tomando como escala al centímetro como metro. Luego se pueden plantear varias interrogantes: a. ¿Cuáles escogencias sirven y cuáles no? b. ¿Por qué algunas sirven y otras no? De las opciones de escogencia que sirven, se solicita medir los ángulos internos y sumarlos. ¿Cuál ha sido la suma aproximada de los ángulos internos de los triángulos? Como ejercicio se pueden proponer tripletas de números para determinar si corresponden a los lados de un triángulo. ▲ Luego, se pide proponer una estrategia para saber cuál de los triángulos encontrados le proporcionaría más área a Colitas. Por último, se realiza la etapa de clausura o cierre para establecer las propiedades de desigualdad triangular, suma de los ángulos internos y suma de los ángulos externos. Con este tipo de problemas se busca la conexión con el área de *Medidas* y enfatizar en el proceso *Razonar y argumentar*. ▲ Para verificar que la suma de los ángulos internos de un triángulo es igual a 180° (ángulo llano), se puede pedir que se construya en cartón un triángulo cualquiera y se recorte sus esquinas.  Luego, pueden comprobar el teorema uniendo las esquinas de la siguiente manera:  Aquí es importante que se comuniquen las conclusiones al resto de la clase.

Recuadro Nº 17

Número sugerido de lecciones:	5 (Etapa I: 2, Etapa II: 3)

Indicaciones y ejemplos

En cuarto año de primaria se trabajó ampliamente el concepto de triángulo con sus respectivos elementos y clasificaciones; por lo cual es recomendable respaldarse en esos conocimientos adquiridos para incorporar otros nuevos como la desigualdad triangular y las relaciones entre sus ángulos internos y externos.

Cuarto año	
¿Cuántos lados, cuántos vértices y cuántos ángulos? 	▲ Trazar triángulos con la ayuda del compás y la regla siguiendo los pasos que la o el docente le indica para que sean equiláteros, isósceles o escalenos. 
Quinto año	
Se puede facilitar la siguiente figura en una hoja fotocopiada, la cual corresponde al cuadrado que se forma con las partes del tangrama:  Posteriormente, se propone formular un problema que utilice esta figura o las que la componen.	▲ Para construir y establecer la fórmula de cálculo del área del triángulo, se coloca éste dentro de un rectángulo y se introduce la noción de altura. El área del triángulo medirá la mitad del área del rectángulo. 

Por lo tanto, se puede proponer una actividad o problema que recurra a estos conocimientos previos e introduzca los nuevos de manera natural; por ejemplo, con manipulación de material concreto. También se puede recurrir a un software de geometría dinámica para propiciar la generalización de la suma de los ángulos internos y la deducción de la desigualdad triangular. Esto puede hacerse mediante la utilización de una aplicación antes diseñada como la que se muestra a continuación, o mediante la construcción de la situación geométrica por parte de los estudiantes.

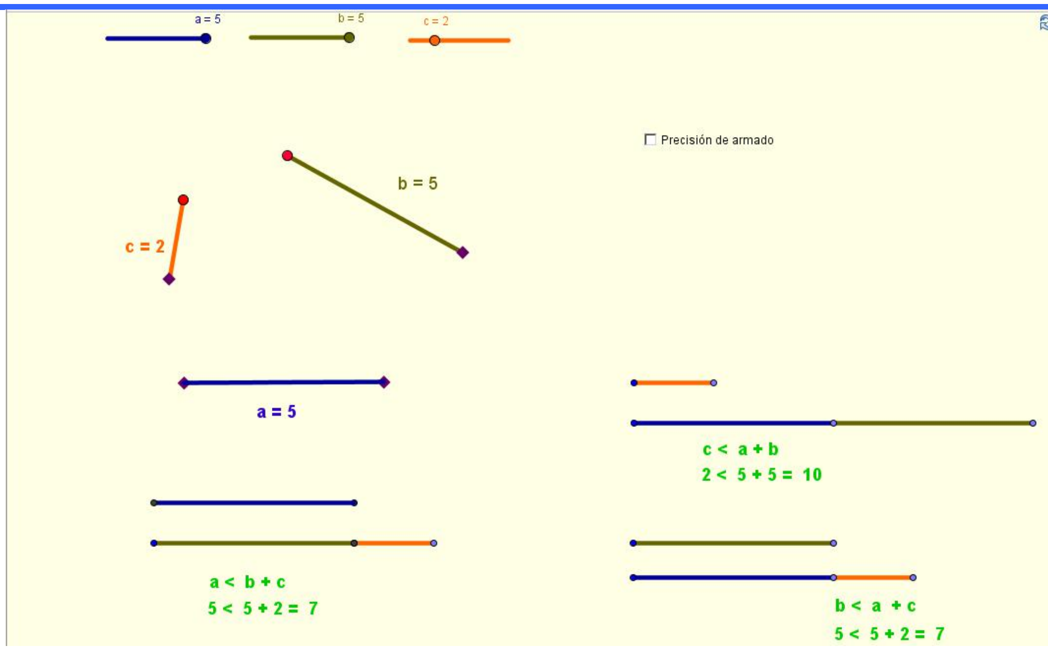
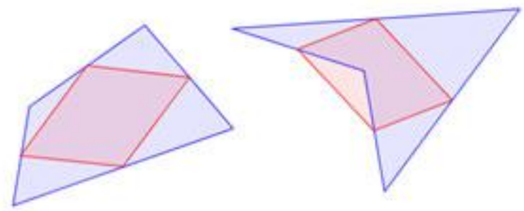


Imagen tomada de la aplicación construida por el asesor de matemática de Puriscal Javier Barquero.

Puede descargar esta aplicación accediendo a la dirección:
http://platea.pntic.mec.es/curso20/149_geogebra_primaria/2011/Javier_F_Barquero.zip

Cuadriláteros • Áreas • Suma de medidas de ángulos internos • Suma de medidas de ángulos externos	16. Aplicar la propiedad de la suma de los ángulos internos de un cuadrilátero convexo. 17. Aplicar la propiedad de la suma de los ángulos externos de un cuadrilátero convexo. 18. Resolver problemas que involucren ángulos, triángulos, cuadriláteros, sus propiedades y cálculo de áreas.	▲ Debe iniciarse con un repaso del cálculo de áreas de cuadriláteros mediante un problema como el siguiente: Calcule el área aproximada de la Isla del Coco, utilizando algún mapa de Costa Rica. La idea es que se visualice la Isla del Coco como un cuadrilátero (por ejemplo: rectángulo) y, tomando en cuenta la escala del mapa, se aproxime su área. También, para una mejor estimación se podría dividir el mapa en varias figuras de áreas conocidas (triángulos, trapecios, cuadrados, rectángulos, etc.) y comparar los diferentes resultados del grupo. Con este ejercicio se estimula la creatividad. ▲ Se puede trabajar en subgrupos de la clase y comparar las medidas para ver quiénes dan la mejor aproximación. Nota**:** La isla del Coco tiene aproximadamente 7,6 km de largo y 4,4 km de ancho, por lo tanto su área es aproximadamente 33,44 km^2. Problemas como éste se relacionan de modo natural con unidades de medida y escala. Además, permiten desarrollar los procesos *Comunicar* y *Razonar y argumentar.* Este tipo de actividades requiere de la participación estudiantil activa, es fundamental fomentar experiencias de aprendizaje para aprender de los propios errores y compartir las dife-

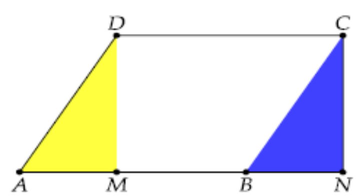
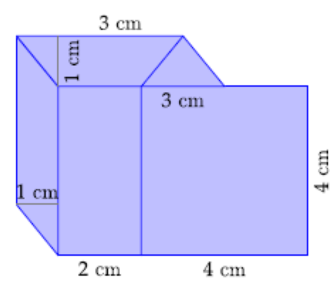
		rentes estrategias con toda la clase. ▲ Se debe relacionar la propiedad de la suma de los ángulos internos de un cuadrilátero convexo con la propiedad de la suma de los ángulos internos de un triángulo.
	19. Utilizar software de geometría dinámica para la visualización y la verificación de propiedades geométricas.	A través de la tecnología y una guía apropiada, se propone que se "conjeture" sobre algunas propiedades de los cuadriláteros. Por ejemplo: dado cualquier cuadrilátero, los puntos medios determinan un paralelogramo.  Una vez hecha la conjetura, deberá ser comunicada a toda la clase y argumentar sobre su validez. Es importante generar comentarios sobre los posibles errores que se cometan e indagar el porqué de los mismos.

Recuadro Nº 18

Número sugerido de lecciones:	6 (Etapa I: 2, Etapa II: 4)

Indicaciones y ejemplos

Hay que tener presente que el tema de cuadriláteros y de paralelogramos se ha desarrollado ampliamente en primaria.

▲Para construir y establecer la fórmula de cálculo del área del paralelogramo, se trabaja con el geoplano desplazando ligas o con papel cuadriculado recortándolo para formar un rectángulo.  	▲Brindar problemas donde se requiere el área total de una figura para que apliquen las diferentes fórmulas. Por ejemplo, calcular el área de la siguiente figura: 

Por lo que se pretende es explorar nuevas propiedades y profundizar en su estudio. Esto se puede hacer de forma ágil y dinámica proponiendo un problema que se apoye en los conocimientos previos de los estudiantes (realizar una ambientación tomando en cuenta lo que se conoce) y utilice recursos como material concreto (papel y lápiz, reproducibles y/o recortables), el geoplano y/o un software de geometría dinámica para experimentar y conjeturar las propiedades que se quieren introducir. El éxito de esta actividad dependerá del buen diseño del problema y de las orientaciones apropiadas del docente.

Sin importar el recurso didáctico a utilizar, es de suma importancia que se proponga una actividad o problema que potencie la experimentación y la generación de conjeturas.

Nota: La habilidad 19 no debe desarrollarse de forma aislada a las 16, 17 y 18; sino más bien debe ser un complemento para enriquecer las mismas. Hay sitios web con aplicaciones dinámicas ya elaboradas, como por ejemplo:

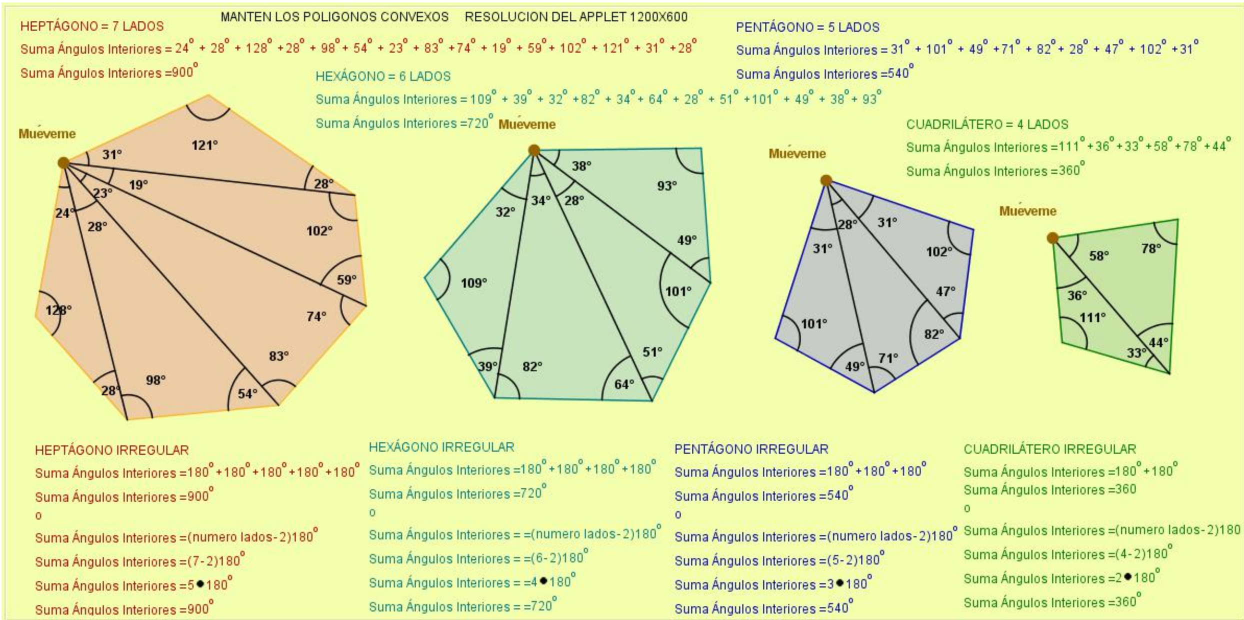
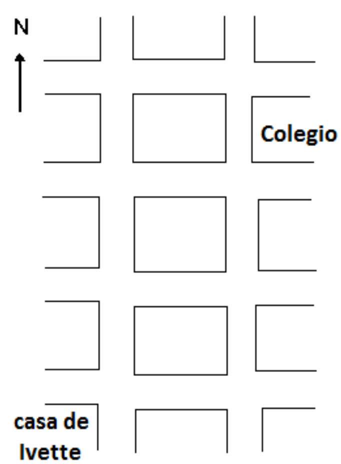


Imagen tomada de
http://tutormatematicas.com/archivoCAR/Interactivo_Teorema_Suma_Angulos_Interiores_Poligono_Convexo.html

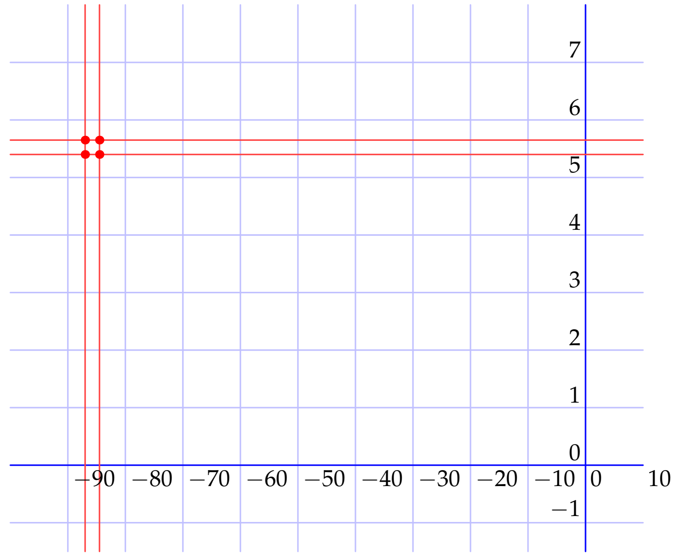
Nota: Es importante aclarar que la sola aplicación no se encargará de orientar los aprendizajes que se quieren desarrollar. Para esto es importante que el docente elabore con anterioridad una guía para el estudiante que contenga indicaciones, sugerencias y preguntas generadoras.

Geometría analítica • Ejes cartesianos • Representación de puntos • Representación de figuras	20. Representar puntos y figuras geométricas en un plano con un sistema de ejes cartesianos. 21. Determinar algebraicamente el punto medio de un segmento. 22. Ubicar puntos en el interior y en el exterior de figuras cerradas en un plano con un sistema de ejes cartesianos.	▲ En primer lugar se puede introducir la representación de puntos en el plano por medio de un problema como el que se presenta a continuación: ☺ El siguiente croquis muestra la comunidad en donde vive Ivette. Las cuadras miden aproximadamente 100 metros de Este a Oeste y 50 metros de Norte a Sur. 

Si Ivette asiste al colegio de su comunidad:

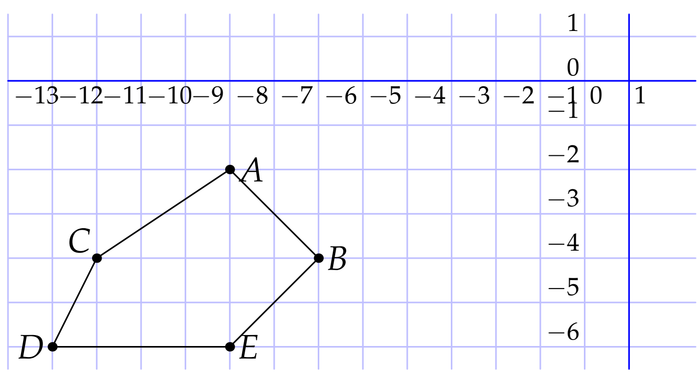
a. ¿Cuál es el trayecto más corto de su casa al colegio, a través de las calles? ¿Es el único trayecto con igual longitud?
b. ¿Cómo dar una dirección del colegio tomando como referencia la casa de Ivette?

▲ Otra manera de introducir el tema de forma natural es con la ubicación de lugares en el mapa mediante paralelos y meridianos. Por ejemplo, la Isla del Coco está ubicada entre los paralelos 5°30” y 5°34” de latitud Norte y entre los meridianos 87°1” y 87°6” longitud Oeste.

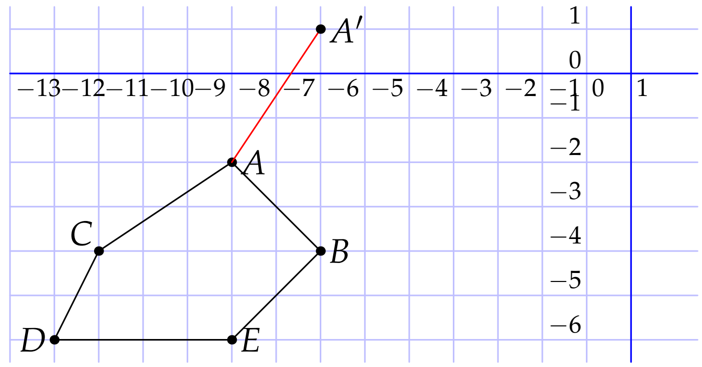


▲ También se pueden proponer diferentes tipos de triángulos y cuadriláteros ubicando puntos con coordenadas en un sistema de ejes cartesianos. Por ejemplo, ubicar los puntos que representan los vértices del polígono, unir los puntos con segmentos y de esta manera identificar la figura y calcular su área.

Coordenadas: $A(-8,-2)$; $B(-6,-4)$; $C(-11,-4)$; $D(-12,-6)$; $E(-8,-6)$.



▲ Lo siguiente es trasladar puntos específicos mediante la suma o la resta de constantes enteras en las respectivas coordenadas de los puntos.

		$A(-8,-2)$ se traslada a $A(-8+2,-2+3)$.  ▲ Identificar también el movimiento de traslación al sumar y al restar una constante a una coordenada *x* o *y* de un punto. Considerar si un punto, dadas sus coordenadas y el trazo de una figura, se encuentra en el interior, el exterior o la frontera de dicha figura. Por ejemplo, el punto $A(-10,-2)$ está en el exterior de la figura y el punto $A(-9,-5)$ está en el interior.

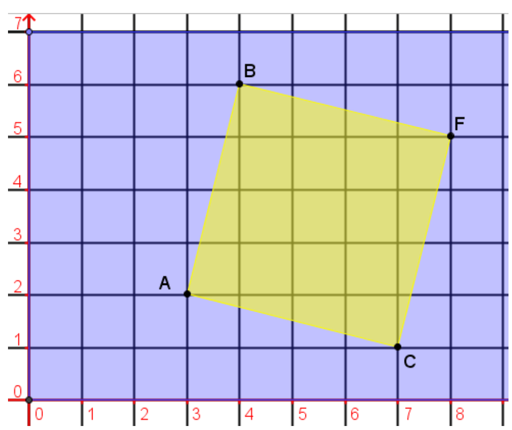
Recuadro Nº 19

Número sugerido de lecciones:	5 (Etapa I: 2, Etapa II: 3)

Indicaciones y ejemplos

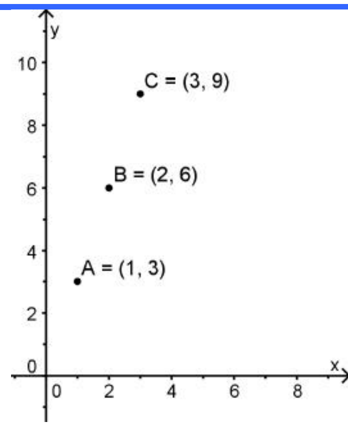
En quinto año de primaria en el área de Geometría se desarrolló la siguiente habilidad:

“Representar puntos y figuras utilizando coordenadas en el primer cuadrante” (MEP, 2012, p. 222)



Asimismo, en sexto año de primaria en el área de Relaciones y Álgebra se trabajó la siguiente habilidad:

“Identificar y representar en un plano de coordenadas puntos que satisfacen una relación entre dos cantidades que varían simultáneamente.” (MEP 2012, p. 255)



Esto se tiene que tomar en cuenta a la hora de elaborar el problema introductorio; ya que lo que se quiere es ampliar a los cuatro cuadrantes del sistema de coordenadas, utilizando números enteros para las coordenadas de cada punto. También es importante proponer problemas en los que se deban ubicar los vértices de un polígono, trasladar puntos específicos mediante la suma o la resta de constantes enteras en las respectivas coordenadas de los puntos, etc.

Créditos

Este documento de apoyo a la implementación de los nuevos programas de Matemáticas fue elaborado por el proyecto *Reforma de la Educación Matemática en Costa Rica*.

Este proyecto del Ministerio de Educación Pública de Costa Rica es apoyado financieramente por la Fundación Costa Rica-Estados Unidos de América para la Cooperación, y es ejecutado administrativamente por la Fundación Omar Dengo.

Autores
Luis Hernández Solís
Miguel González Ortega

Editor
Angel Ruiz

Editor gráfico
Miguel González

Revisores
Javier Barquero

Revisión filológica
Julián Ruiz

Director general del proyecto
Ángel Ruiz

Para referenciar este documento
Ministerio de Educación Pública de Costa Rica, Proyecto Reforma de la Educación Matemática en Costa Rica (2014). *Documento de integración de habilidades para Sétimo año.* San José, Costa Rica: autor.