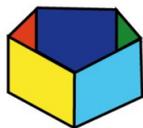
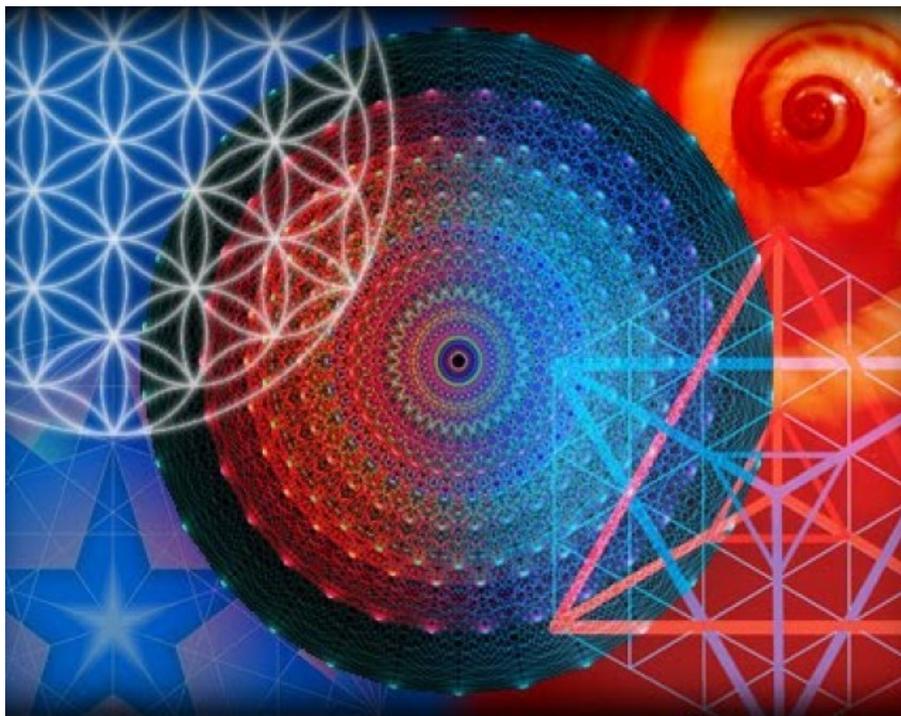


## Reforma de la Educación Matemática en Costa Rica



# Curso bimodal para el Primer Ciclo: Enfoque de Resolución de problemas



**Geometría**  
**2012**

## I. Presentación

El *Curso bimodal para el Segundo Ciclo: Enfoque de Resolución de problemas* forma parte del proyecto *Reforma de la Educación Matemática en Costa Rica*. Este proyecto del Ministerio de Educación Pública es apoyado por la Fundación Costa Rica-Estados Unidos de América para la Cooperación.

Este proyecto ha buscado y buscará apoyar la reforma de la educación matemática en Costa Rica por medio de la elaboración de un nuevo currículo escolar y de documentos de apoyo curricular, la capacitación de docentes y la creación de medios que apoyen la implementación de los programas, objetivos macro a realizar con base en prácticas exitosas en la enseñanza de las Matemáticas y resultados positivos de la investigación tanto a nivel nacional como internacional. La población con la que este proyecto trabaja directamente son educadores de primaria y secundaria que deben enseñar Matemáticas, asesores pedagógicos y nacionales, y otros funcionarios del MEP.

Este proyecto cobra gran trascendencia luego de conocerse en el 2011 los resultados en el rendimiento de Costa Rica en las pruebas PISA 2009+, que revelan que el país posee importantes debilidades en Matemáticas. El progreso nacional obliga a medidas de gran envergadura para poder responder con seriedad a esta realidad. Este proyecto ofrece una respuesta integral a los desafíos colocados por este diagnóstico ineludible de tomar en cuenta.

El curso bimodal para el Primer Ciclo posee como objetivo familiarizar a los docentes con el enfoque principal de los nuevos programas de estudio: la resolución de problemas, con especial énfasis en contextos reales. Para ello incluye dos tipos de unidades didácticas: el primero busca aportar elementos de la fundamentación del currículo, y el segundo presentar varias situaciones educativas en las diversas áreas matemáticas de este ciclo mediante las cuales se pueda trabajar con ese enfoque. Dominar los principales elementos de la fundamentación general es indispensable para poder comprender y llevar a las aulas con efectividad los nuevos programas. Es por eso que se solicita a los participantes de este curso comenzar con una amplia dedicación a su estudio y a la realización de las prácticas que se incluyen. Solo así será posible visualizar y manejar con propiedad las otras unidades. No obstante, se da flexibilidad al participante para realizar las prácticas a lo largo de todo el curso.

Se ha decidido, en cuanto al segundo tipo de unidades, abarcar áreas como *Números*, *Geometría* y *Medidas* que en lo que refiere a contenidos no posee gran diferencia con los programas anteriores, aunque el enfoque sí es muy distinto. *Estadística* y *Probabilidad* aunque sí se contemplaba en los programas anteriores, no existía un trabajo continuo y articulado de los conceptos estadísticos y de probabilidad como el que se ofrece ahora. Por último, *Relaciones* y *Álgebra* que no estaba presente en el plan anterior y busca por medio del trabajo con sucesiones y el uso de representaciones ir evolucionando hacia el uso y comprensión del concepto de variable para modelar relaciones a partir del Segundo



Ciclo. Estas cinco unidades poseen una gran unidad que se la brinda el propósito de todo el curso: comprender y usar el enfoque del currículo. No todos los tópicos del Segundo ciclo se incluirán en este curso, solo algunos que son más novedosos o que se prestan mejor para mostrar el enfoque. Es decir, este curso no pretende ofrecer una capacitación completa. Se busca dar algunos elementos al docente para que éste en el desarrollo de su acción profesional autónoma siga ampliando su dominio del enfoque curricular, de los contenidos programáticos y de la forma de trabajarlos en las aulas.

En la elaboración de esta unidad han participado diversas personas como autores, revisores, editores temáticos y de estilo y forma y varios colaboradores. Ha sido producto de un amplio esfuerzo colectivo realizado con mucha seriedad y profesionalismo, con mucho cariño y con ritmos de tiempo muy intensos.

En el 2013, sin embargo, se desarrollarán otros cursos bimodales en esencia con los mismos propósitos, pero esta vez enfatizando algunas dimensiones incluidas en los programas, como el uso de la historia de las matemáticas y el uso de las tecnologías. En el 2014, otros cursos bimodales brindarán mayor atención a la Estadística y Probabilidad.

A partir del 2013 se aportarán cursos totalmente virtuales que permitirán repetir los cursos bimodales con otra modalidad, y reforzar los medios para ampliar la capacitación a más educadores.

A partir del 2013 también se contará con una comunidad virtual especializada para la educación matemática que permitirá integrar varias de las diversas acciones de capacitación y de implementación de los programas, y servir como un medio dinámico para compartir experiencias y para obtener recursos didácticos.

Para la implementación eficaz de los nuevos programas y para avanzar en la reforma de la Educación Matemática en el país, se está diseñando este año un plan de transición, y también se llevarán a cabo planes pilotos en la Primaria y Secundaria del 2012 al 2014.

Todas estas acciones poseen un efecto integrador y sinérgico.

Deseamos que este curso pueda resultarles de gran provecho y sobre todo de motivación para avanzar en los cambios que en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas requieren nuestros niños y jóvenes.

Cordialmente,

**Ángel Ruiz**

Director general

Proyecto *Reforma de la Educación Matemática en Costa Rica*.

# Geometría



## Habilidad general

Dada una serie de situaciones seleccionadas con fines didácticos, conocer y aplicar conceptos básicos sobre tipos de líneas, figuras planas poligonales, ángulos y sólidos.

## Introducción

Este material propone situaciones seleccionadas con fines didácticos en donde se busca desarrollar algunos contenidos sobre elementos básicos de la geometría mediante la metodología de resolución de problemas utilizando un enfoque orientado a la educación a distancia.

Se privilegia el trabajo de reconocimiento de figuras y sus elementos en contexto, la visualización espacial, el trazado de polígonos y circunferencias utilizando instrumentos geométricos y la noción de posición relativa entre objetos. Por otra parte, se iniciará en el uso de vocabulario geométrico apropiado.



## Tabla de contenidos

<b>I. Presentación.....</b>	<b>1</b>
<b>II. Elementos básicos sobre líneas y figuras planas.....</b>	<b>5</b>
<b>Actividad 1.....</b>	<b>5</b>
<b>Análisis de la Actividad 1.....</b>	<b>5</b>
<b>Actividad 2.....</b>	<b>7</b>
<b>Análisis de la Actividad 2.....</b>	<b>8</b>
<b>III. Ángulos.....</b>	<b>9</b>
<b>Actividad 3.....</b>	<b>9</b>
<b>Análisis de la Actividad 3.....</b>	<b>9</b>
<b>IV. Polígonos.....</b>	<b>11</b>
<b>Actividad 4.....</b>	<b>11</b>
<b>Análisis de la Actividad 4.....</b>	<b>11</b>
<b>Actividad 5.....</b>	<b>14</b>
<b>Análisis de la Actividad 5.....</b>	<b>15</b>
<b>V. Sólidos.....</b>	<b>18</b>
<b>Actividad 6.....</b>	<b>18</b>
<b>Análisis de la Actividad 6.....</b>	<b>19</b>
<b>VI. Recomendaciones metodológicas.....</b>	<b>21</b>
<b>1. Propuesta de un “problema” para iniciar una lección.....</b>	<b>21</b>
<b>2. Resolución o aporte de ideas por parte de los estudiantes     mediante el trabajo en los subgrupos.....</b>	<b>22</b>
<b>3. Discusión interactiva y comunicación frente al conjunto del     grupo de las soluciones o ideas aportadas por los estudiantes....</b>	<b>22</b>
<b>4. “Clausura o cierre” de los conocimientos por parte del     educador.....</b>	<b>23</b>
<b>VII. Créditos.....</b>	<b>24</b>
<b>VIII. Bibliografía.....</b>	<b>25</b>
<b>IX. Lecturas recomendadas.....</b>	<b>26</b>



## II. Elementos básicos sobre líneas y figuras planas

### Actividad 1

Observe la siguiente fotografía; la estructura que aparece en ella es el kiosco del parque de San Pedro de Montes de Oca. Los diferentes elementos que la componen sugieren diversos tipos de líneas.



1. Señale al menos 4 líneas rectas.
2. Señale al menos dos líneas curvas.
3. Señale al menos dos líneas quebradas.
4. Identifique un par de líneas paralelas entre sí.
5. Identifique un par de líneas perpendiculares entre sí.
6. Identifique algunos elementos verticales.
7. Identifique algunos elementos horizontales.

### Análisis de la Actividad 1

Las líneas, desde el punto de vista matemático son abstracciones que pueden ser visualizadas en diversos elementos del entorno en que nos movemos. Los bordes de los cuerpos tridimensionales sugieren diversos tipos de líneas.



Sobre la fotografía dada se han trazado algunas que corresponden con el tipo de líneas que se solicitó identificar.



Las líneas moradas (arriba) son rectas; además son paralelas entre sí. Los dos pares de líneas amarillas también son rectas y, además, dos de ellas son perpendiculares entre sí y otras dos también son perpendiculares entre sí. Las líneas azules (los bordes de las gradas) representan líneas quebradas. Los trazos rojos representan líneas curvas. Las columnas son verticales y el piso es horizontal. Se pueden localizar muchas líneas más.

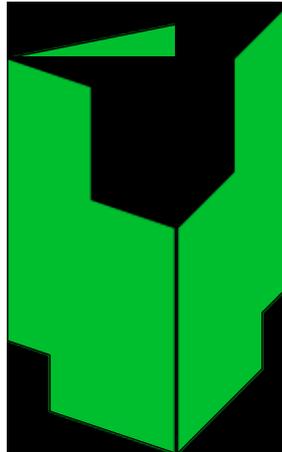
Este tipo de preguntas permiten desarrollar en el estudiante la habilidad de reconocer elementos determinados en formas de su entorno y en fotografías, dibujos o diagramas. También permiten potenciar la observación atenta. Esta actividad en particular puede ser adaptada para tercer año.

Si se utilizan fotografías, la perspectiva puede crear cierto tipo de distorsiones visuales, se debe tener cuidado al respecto.



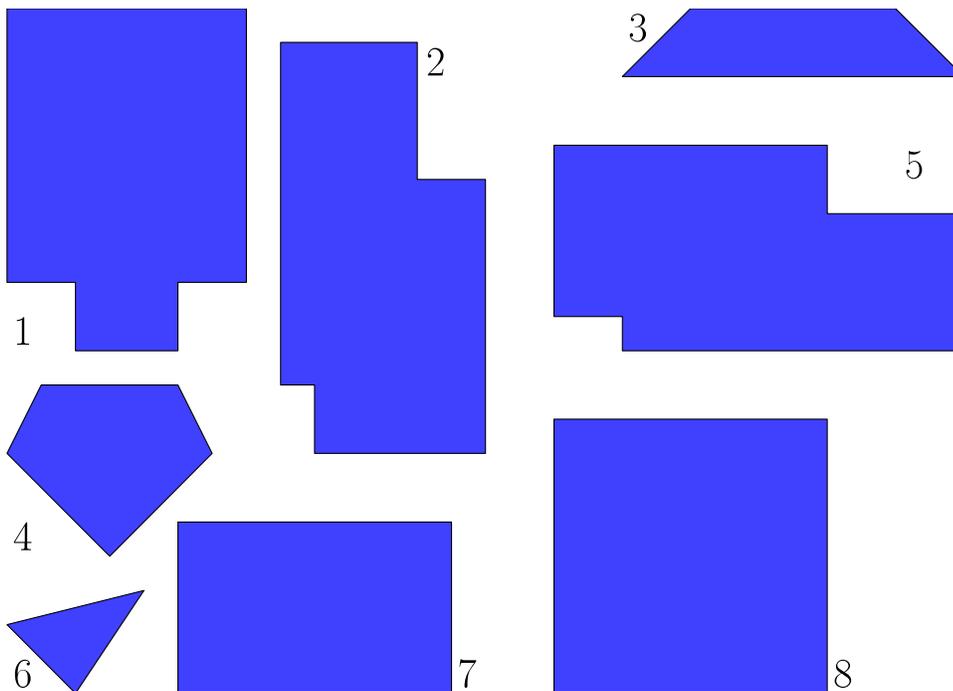
## Actividad 2

La siguiente figura representa un sólido construido en madera. También se puede hacer un sólido parecido recortando una papa grande.



Se entinta una de sus caras y la cara entintada se apoya sobre una hoja de papel.  
¿Cuáles de las siguientes figuras pueden corresponder a la impresión que queda sobre la tabla?

No tome en cuenta la escala de las figuras, solo la forma.





## Análisis de la Actividad 2

Las formas planas aparecen relacionadas con los cuerpos sólidos de manera natural. Corresponden a las caras planas de estos, o a las llamadas secciones planas (o cortes planos) en un sólido.

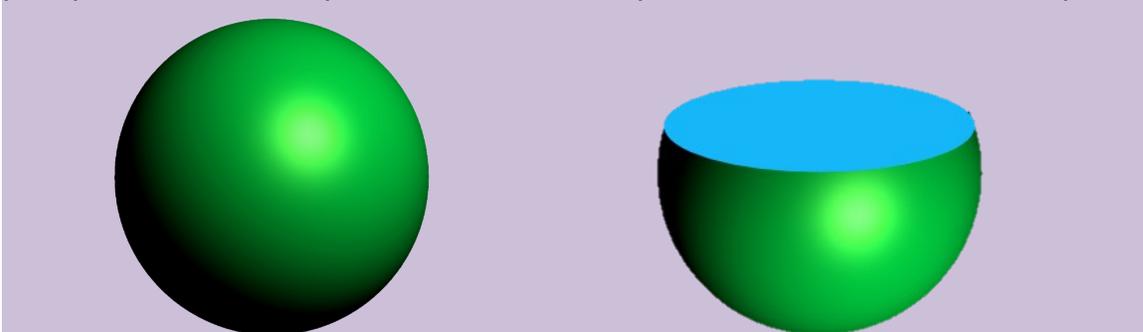
En el caso de la actividad propuesta, se debe observar bien qué forma tiene cada una de las caras del sólido e identificar a cuál de las figuras azules dadas corresponde cada cara.

La figura etiquetada con 1 corresponde a la cara posterior del sólido. La figura 2 corresponde a la cara frontal izquierda. La figura 3 corresponde a la cara superior. La figura 4 corresponde a la cara inferior. La figura 5 corresponde a la cara frontal derecha, en una posición diferente a la forma en que se presenta en el dibujo del sólido. Si bien el sólido presenta además tres caras rectangulares y tres caras triangulares, observe que estas no pueden dejar huella sobre la tabla.

En clase se puede realizar una actividad parecida. Por ejemplo, llevar un sólido y preguntar qué huella puede dejar en un papel cada una de sus caras, luego se entinta cada cara y se apoya sobre el papel para verificar las respuestas dadas por el estudiante. Sin embargo, con los estudiantes el sólido debe ser menos complejo que el que se presenta en esta actividad.

Actividades de este tipo permiten al estudiante observar relaciones entre nociones planas y sólidas y ayudan a la intuición geométrica y la ubicación espacial.

**Nota:** Una sección plana de un sólido es la región que se obtiene al cortar el sólido con un plano. Por ejemplo, si a una esfera se le hace un corte plano perpendicular a cualquiera de sus diámetros, el borde de dicho corte representa una circunferencia. La figura de la izquierda representa una esfera, la de la derecha es la misma esfera con un corte plano, el borde de la región azul es una circunferencia (la perspectiva la hace parecer una curva que recibe el nombre de elipse).





### III. Ángulos

#### Actividad 3

En la fotografía que se presenta a continuación aparecen diversos elementos que sugieren ángulos.

1. Identifique al menos tres ángulos rectos.
2. Señale al menos tres ángulos agudos.
3. Identifique al menos tres ángulos obtusos.



#### Análisis de la Actividad 3

Lo mismo que las dos actividades anteriores, esta permite visualizar las formas geométricas básicas en diversos objetos del entorno. En este caso se refiere al concepto de ángulo y la clasificación de ellos en agudos, rectos y obtusos.

Sobre la fotografía se han trazados algunos ángulos que corresponden a elementos que aparecen en la misma.



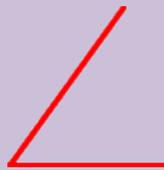


Los trazos en azul corresponden a ángulos agudos. Los trazos en rojo corresponden a ángulos obtusos. Los trazos en verde corresponden a ángulos rectos. Hay una gran cantidad de elementos adicionales que sugieren ángulos de distintas medidas.

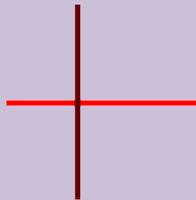
Con estudiantes de I ciclo, esta actividad debe trabajarse luego de manipular con objetos concretos para no confundir con la perspectiva de las fotografías.

### Clasificación de ángulos que miden más de $0^\circ$ y menos de $180^\circ$

Un ángulo es agudo si mide menos de  $90^\circ$ , como el que se ve en la siguiente figura:



Un ángulo es recto si mide  $90^\circ$ , si dos rectas se cortan perpendicularmente, ellas forman cuatro ángulos rectos, como se observa en la siguiente figura:

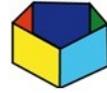


Un ángulo es obtuso si mide más de  $90^\circ$ , como el siguiente:



Una actividad que se puede realizar en clase consiste en hacer que los niños y las niñas observen elementos del entorno o una fotografía (como la que se muestra abajo) y pedirles que identifiquen ángulos y los clasifiquen. Además para que se den cuenta de que los ángulos tienen diversas medidas, se puede pedir que, dados varios de ellos, los ordenen, según la abertura que presenten, de mayor a menor o viceversa.

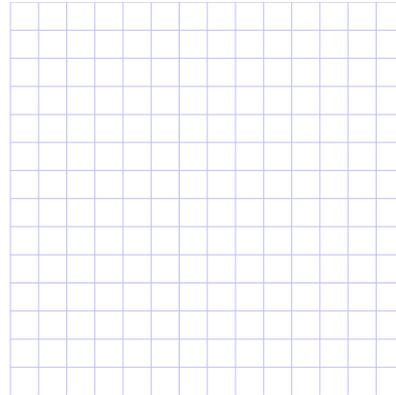
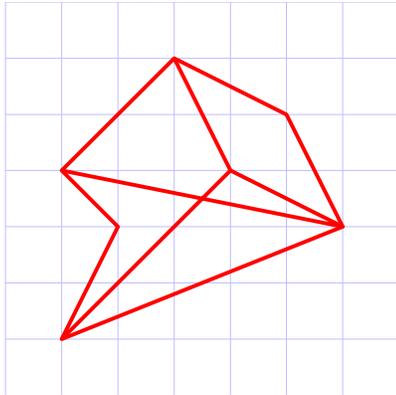




## IV. Polígonos

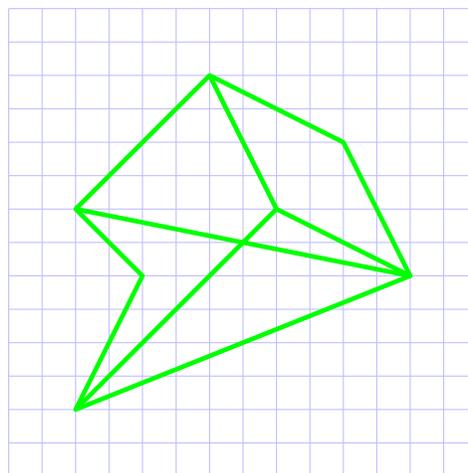
### Actividad 4

En el dibujo siguiente se representa, a la izquierda, una figura geométrica sobre un cuadrículado; reproducícala sobre el cuadrículado que aparece a la derecha.



### Análisis de la Actividad 4

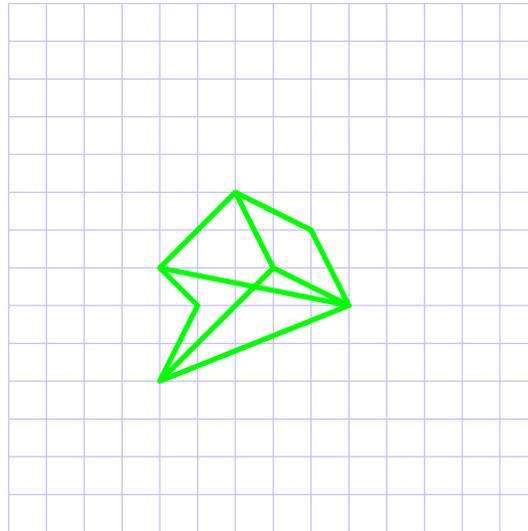
La idea básica es que se observe la figura y que al reproducirla se guarde la forma aunque el tamaño varíe. Conservar la forma implica guardar las proporciones entre los lados y conservar la medida de los ángulos. Utilizando un cuadrículado, esto se puede hacer de varias maneras. En el caso particular que nos ocupa, si se quiere obtener la figura con el mismo tamaño, debe observarse que el lado de cada uno de los cuadrillos en el cuadrículado de la derecha es la mitad del lado de cada uno de los cuadrillos del cuadrículado de la izquierda. Esto significa que cada cuadradito de la izquierda está formado por cuatro de los cuadraditos de la derecha. Así, en este caso, deben contarse los cuadros de dos en dos y se obtiene el siguiente trazado.







Si se cuentan los cuadros de uno en uno, se obtiene una figura con la misma forma pero de tamaño menor, tal como se observa a continuación.



Se pueden obtener figuras de mayor tamaño contando los cuadros de tres en tres o de cuatro en cuatro. También, las figuras reproducidas pueden estar en otra posición; lo importante es que se conserven los ángulos y las proporciones entre los lados.

Una actividad de este tipo puede realizarse con las y los estudiantes utilizando una cartulina. Por ejemplo, en la cartulina se les presenta una figura simple y se pide que la reproduzcan en papel cuadriculado. También puede presentárseles la figura y pedir que la observen durante un tiempo determinado, luego ocultarla y solicitar que la reproduzcan. Esto refuerza la observación de los diversos elementos que componen la figura.

En parejas se puede realizar lo siguiente: Uno de los estudiantes tiene el dibujo de una figura geométrica en un papel. El segundo estudiante debe tratar de reproducir la figura sin verla, solamente con las indicaciones que le diga el primero. Para ello, debe utilizar el vocabulario preciso de la geometría y describir lo más exactamente posible el dibujo que tiene en su papel. Es mejor si los dos estudiantes se dan la espalda, para no verse y que no intervenga ningún gesto.



## Un poco de historia: El origen de la Geometría

Herodoto, un historiador de la antigua Grecia, sostenía que la Geometría se había originado en Egipto porque creía que dicha materia había surgido allí a partir de la necesidad práctica de volver a trazar las lindes de las tierras después de la inundación anual del valle producida por el río Nilo. Aristóteles creía que el desarrollo de la Geometría en Egipto se debía a la existencia allí de una gran clase sacerdotal ociosa.

Aunque ambas teorías se contraponen en cuanto al por qué se originó la geometría, el hecho de que a los geómetras egipcios se les llamara “los tensadores de la cuerda” (o agrimensores), puede apoyar cualquiera de ambas teorías porque indudablemente las cuerdas se usaron tanto para trazar los planos de los templos como para reconstruir los límites borrados de los terrenos.

Por otra parte, ambas teorías fijan el inicio de la Geometría en Egipto; sin embargo, está claro que subestimaron la edad de dicha ciencia. El hombre neolítico, aunque quizá tuvo poco tiempo de ocio y escasa necesidad de utilizar agrimensura (medida de terrenos), sí realizó dibujos y diseños que revelan un interés en las relaciones espaciales que prepararon el camino a la geometría. Las vasijas, cestos y tejidos muestran dibujos de congruencias y simetrías que son en esencia partes de la geometría elemental.

No hay documentos disponibles de la época prehistórica, pero las ideas son como esporas muy resistentes y a veces el presunto origen de un concepto puede no ser más que la reaparición de una idea mucho más antigua que había permanecido en estado latente.

Una posibilidad del origen de la Geometría está relacionada con ciertas prácticas rituales primitivas. Los resultados geométricos más antiguos descubiertos en la India constituyen lo que se llamó los *Salvasutras* o “reglas de la cuerda”; estas son relaciones muy sencillas que se utilizaron en la construcción de altares y templos.

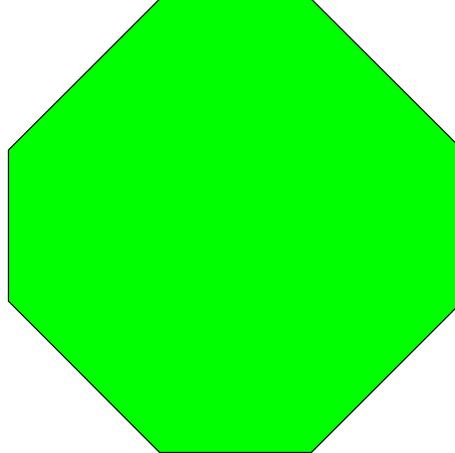
Adaptado de:

Boyer, C. (1992). *Historia de la matemáticas*, pp. 24-26. Madrid: Alianza Universidad Textos.



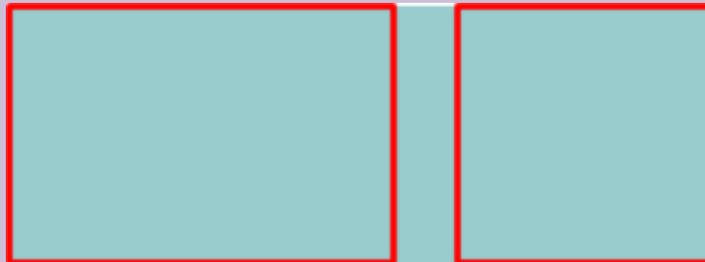
## Actividad 5

A continuación se presenta un octágono. Reprodúzcalo en un papel, preferiblemente cuadriculado.



1. Construya el octágono utilizando un rectángulo no cuadrado y cuatro triángulos.
2. Descompóngalo en un cuadrado y cuatro triángulos.
3. Descompóngalo en seis triángulos.
4. ¿Se puede construir utilizando 12 triángulos?
5. ¿Se puede construir utilizando solo rectángulos?  
*En todos los casos, las figuras que se utilicen no deben traslaparse.*

**Nota:** Un rectángulo es un cuadrilátero que tiene todos sus cuatro ángulos internos iguales (congruentes); como la suma de estos ángulos tiene que ser 360 grados, entonces cada uno de los ángulos internos de un rectángulo mide 90 grados. Dado que un cuadrado cumple esta condición, entonces un cuadrado es un rectángulo, solo que cumple con la condición especial de que sus cuatro lados son iguales (congruentes). Por esta razón, anteriormente se indica un rectángulo no cuadrado, para asegurarnos de excluir el cuadrado. En la figura siguiente, a la izquierda se representa un rectángulo no cuadrado y a la derecha un cuadrado.





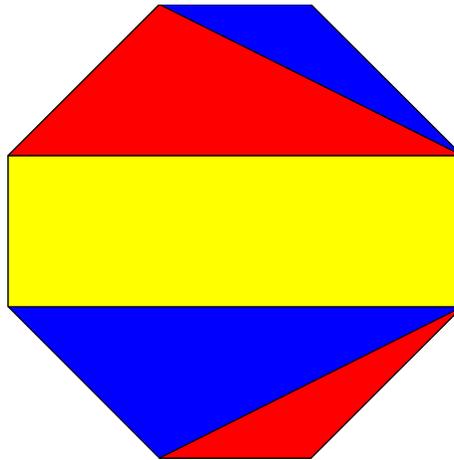


## Análisis de la Actividad 5

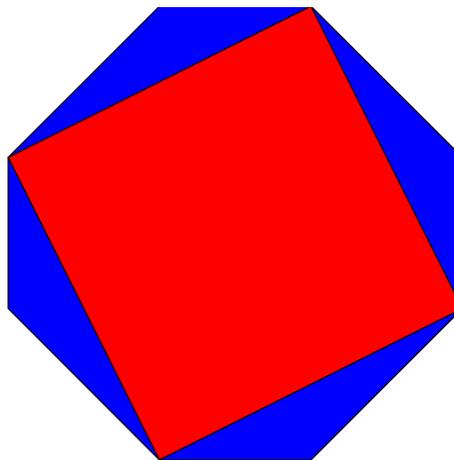
La idea de esta actividad es la composición de figuras geométricas utilizando otras figuras geométricas. Esto permite establecer relaciones entre ellas; por ejemplo, entre áreas de las figuras en el momento en que estas deban estudiarse.

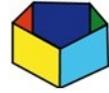
En cuanto a la actividad propuesta se tiene lo siguiente:

1. Usando un rectángulo y cuatro triángulos se puede construir así:

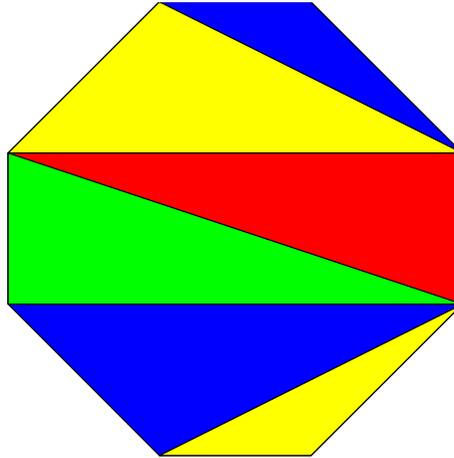


2. Usando un cuadrado y cuatro triángulos:

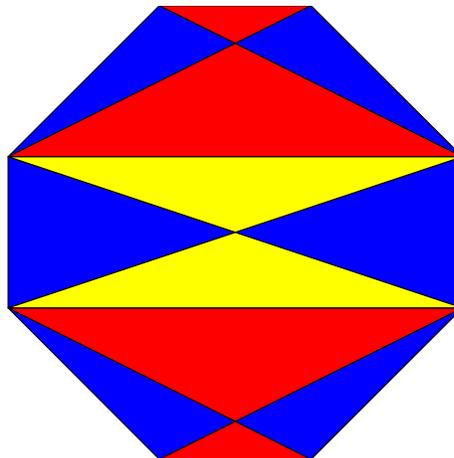




3. Usando 6 triángulos:



4. Usando 12 triángulos:



5. Esta figura no se puede descomponer utilizando solo rectángulos. Esto se debe a que los ángulos de la figura no son rectos.

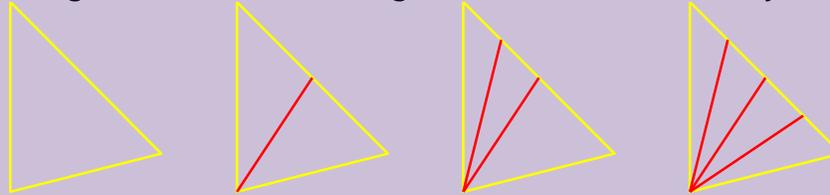
Si se lleva esta actividad a la clase, se debe solicitar a las y los estudiantes colocar bien la regla para unir los vértices de manera precisa y la o el docente puede ayudar a los niños que tienen dificultades trazando el primer rectángulo.

Al final de la actividad, se pide a los alumnos colorear las formas obtenidas de manera que dos figuras que compartan lados comunes no tengan el mismo color.

Otra forma de realizar la actividad es recortando triángulos, rectángulos y cuadrados que unidos pueden dar forma a la figura. En este caso se puede pedir a los estudiantes que unan los recortes, sin traslaparse, para formar la figura, como especie de rompecabezas.



**Nota:** Cualquier polígono se puede descomponer en el número de triángulos que se desee; incluso un triángulo. El triángulo que aparece a la izquierda en la siguiente figura se puede descomponer en dos, tres o cuatro triángulos en la forma sugerida en los otros dibujos.



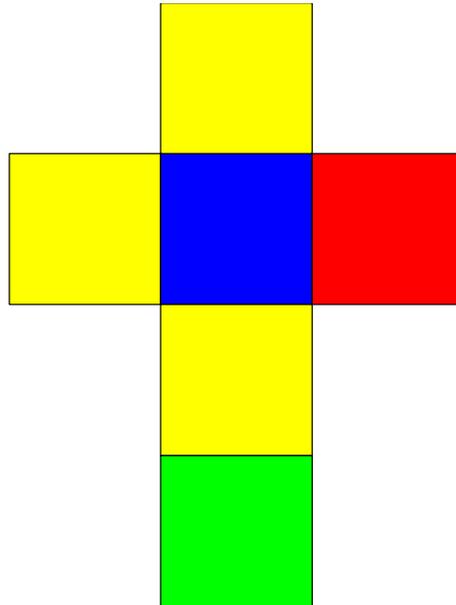
Sin embargo, no todo polígono se puede descomponer utilizando solamente rectángulos.



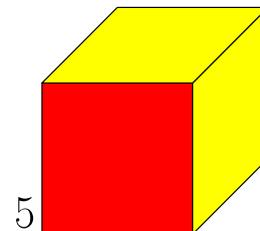
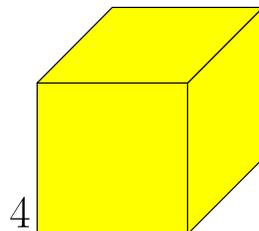
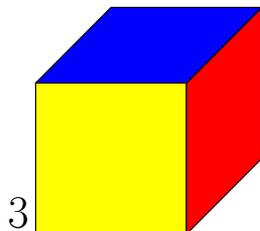
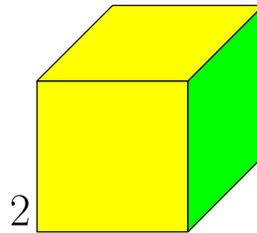
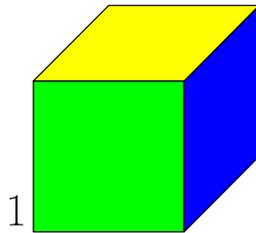
## V. Sólidos

### Actividad 6

Observe la siguiente figura:



Suponga que la figura se recorta y se forma un cubo doblando según las líneas. ¿Cuál o cuáles de las siguientes vistas de un cubo corresponden al cubo obtenido de esta manera?



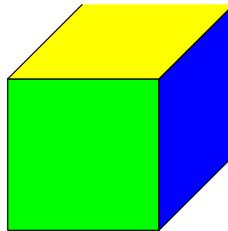


**Nota:** Recuerde que un cubo es un sólido que tiene seis caras planas y todas ellas son cuadrados del mismo tamaño.

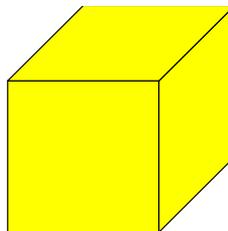
## Análisis de la Actividad 6

En esta actividad se trata de establecer relaciones entre un desarrollo plano y el correspondiente sólido, mediante la observación detenida de sus caras y de las vistas propuestas. Aunque la actividad dice que se “suponga” que se recorta la figura, en realidad esta puede reproducirse en una cartulina y formarse el cubo correspondiente, esto permite observar mejor las vistas posibles. En el trabajo con niños pequeños, la construcción del cubo es más conveniente porque está relacionado con la manipulación de material concreto.

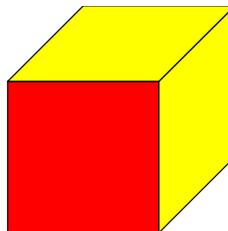
La vista 1 no corresponde al cubo, puesto que las caras verde y azul son caras opuestas en el cubo, mientras que en dicha vista se muestran como adyacentes (comparten uno de sus lados).



La vista 4 tampoco corresponde al cubo porque en la vista hay tres caras amarillas que comparten un mismo vértice, esta situación no se da en la figura (no hay tres cuadrados amarillos que compartan un vértice) ni se logra al realizar el doblez.

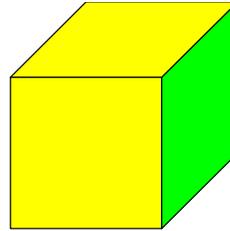
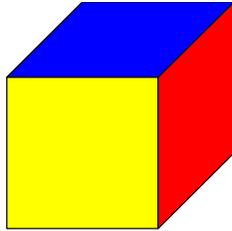


Tampoco la vista 5 corresponde al cubo puesto que no hay un vértice, en la figura que da origen al cubo, que sea compartido al mismo tiempo por dos caras amarillas y una roja, ni se logra al realizar el doblez.





Las otras dos vistas (la 2 y la 3) sí corresponden al cubo.



**Nota:** Cada uno de los seis cuadrados que forman el cubo se llama cara; los lados de dichos cuadrados se llaman aristas y los vértices del cuadrado se llaman, también, vértices del cubo. En el cubo que aparece a la izquierda en la figura de arriba, las caras roja y azul comparten una arista, las tres caras que ahí se ven comparten un vértice. El cubo tiene seis caras, 8 vértices y doce aristas.



## VI. Recomendaciones metodológicas

Como se desarrolló en la fundamentación teórica de los nuevos programas de estudio, se promueve el énfasis en una organización de las lecciones, con base en 4 pasos o momentos centrales:

1. Propuesta de un “problema” para iniciar una lección.
2. Resolución o aporte de ideas por parte de los estudiantes, individualmente o en subgrupos.
3. Discusión interactiva y comunicación frente al conjunto del grupo de las soluciones o ideas aportadas por los estudiantes.
4. “Clausura o cierre” de los conocimientos por parte del educador.

Para ilustrar esta propuesta, se presenta la siguiente situación, relacionada con el desarrollo de una habilidad propuesta para segundo año.

Concepto	Habilidades específicas
<b>Figuras planas</b> Triángulo, cuadrilátero, cuadrado, rectángulo, vértice, lado	Identificar elementos de una figura plana (vértice, lado).

Si se quiere desarrollar en los estudiantes estas habilidades, se deberían planear los siguientes cuatro momentos:

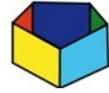
### 1. Propuesta de un “problema” para iniciar una lección.

Antes de plantear el problema, el docente debe tener claro ¿qué quiere lograr con él? Luego, para este momento, es importante que el maestro tenga claro cuáles son las habilidades desarrolladas anteriormente.

Tomando en cuenta esto, se partirá de habilidades desarrolladas anteriormente, en ese mismo nivel o en primer año, tales como:

- ✓ Reconocer diferentes tipos de líneas.
- ✓ Reconocer triángulos y cuadriláteros.
- ✓ Trazar triángulos y cuadriláteros utilizando instrumentos geométricos.
- ✓ Reconocer si un cuadrilátero dado es un rectángulo.
- ✓ Reconocer si un rectángulo dado es un cuadrado.

En este momento los estudiantes pueden percibir cualquiera de estas figuras como un todo.





Planteamiento del problema:

*El docente propone la siguiente situación: Un niño llamado Luis dibujó una figura y le propuso a una niña llamada Emilia que intentara dibujar la misma figura. Para ello le permitió que le hiciera preguntas que él respondería con sí o no.*

*Emilia: ¿La figura tiene más de cuatro esquinas?*

*Luis: No*

*Emilia: ¿Tiene solo líneas rectas?*

*Luis: Sí*

*Emilia: Todas las líneas son iguales.*

*Luis: No*

*Luego el docente pide a los niños que dibujen la figura de Luis.*

## **2. Resolución o aporte de ideas por parte de los estudiantes mediante el trabajo en los subgrupos.**

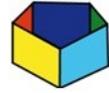
En esta etapa se espera que los estudiantes pregunten sobre algunos de los aspectos que aparecen en el problema y que no tengan claro. Se puede dibujar líneas rectas y curvas para ver si saben lo que eso significa. Además es importante que se discutan diferentes estrategias para abordar el problema integralmente, una primera aproximación sería construir diferentes polígonos y contar sus esquinas, así como medir los lados de los mismos para verificar si son o no iguales. Hay que tener presente que este problema no tiene una solución única.

Para este tipo de actividades se les debe brindar el tiempo adecuado para que puedan discutir y trabajar el problema. Es importante promover la participación entre los estudiantes y estimularlos para que se enfrenten a la situación problema. En esta etapa el rol del docente es completamente activo, debe involucrarse con los estudiantes para orientar el desarrollo de su trabajo y plantear preguntas generadoras que encausen a lo que se quiere llegar; pero debe permitir la discusión entre los estudiantes en relación con la búsqueda de soluciones.

## **3. Discusión interactiva y comunicación frente al conjunto del grupo de las soluciones o ideas aportadas por los estudiantes.**

En este momento, el docente discute las posibles respuestas de los estudiantes y revisa la primera parte de la actividad. Se debe valorar todas las estrategias utilizadas y agruparlas de acuerdo a su similitud.

Una estrategia que se puede utilizar es inferir que el número de esquinas (vértices) en un polígono es igual al número de líneas (lados) que lo forman. Esto se puede ver dibujando diferentes polígonos y contando sus esquinas y sus lados.



Se clasifican las soluciones correctas (son correctos los dibujos de triángulos que no sean equilátero y de cuadriláteros que no sean cuadrados o rombos en general) y las incorrectas y se discute en cada caso cómo las primeras satisfacen las condiciones dadas por las preguntas de Emilia y las respuestas de Luis y qué condición o condiciones de estas no son satisfechas por las soluciones incorrectas.

Es fundamental que estos resultados sean discutidos en una plenaria.

#### **4. “Clausura o cierre” de los conocimientos por parte del educador.**

Se concreta el concepto de vértice y el concepto de lado de un polígono y el hecho de que el número de lados y el número de vértices de un polígono coinciden. Por ejemplo, un triángulo tiene tres lados por lo que también tendrá tres vértices.



## VII. Créditos

Esta unidad didáctica es parte del *Curso bimodal para el Primer Ciclo: Enfoque de Resolución de problemas*, que forma parte del proyecto *Reforma de la Educación Matemática en Costa Rica*.

Este proyecto del Ministerio de Educación Pública es apoyado por la Fundación Costa Rica-Estados Unidos de América para la Cooperación.

### **Autor**

Hugo Barrantes

### **Revisor**

Luis Hernández Solís

### **Editor gráfico**

Miguel González Ortega

### **Director general del proyecto *Reforma de la Educación Matemática en Costa Rica*.**

Ángel Ruiz

### **Para referenciar este documento:**

Ministerio de Educación Pública (2012). *Curso bimodal para el Primer Ciclo: Enfoque de Resolución de problemas. Unidad didáctica Geometría*. San José, Costa Rica: autor.



Curso bimodal para el Primer Ciclo: Enfoque de Resolución de problemas. Unidad didáctica Geometría por Ministerio de Educación Pública de Costa Rica se encuentra bajo una Licencia [Creative Commons Atribución-NoComercial-CompartirIgual 3.0 Unported](https://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/3.0/).

## VIII. Bibliografía

Arquímedes. (2011). *Wikipedia*. Recuperado en agosto 18, 2011, de

<http://es.wikipedia.org/wiki/Arqu%C3%ADmedes>

Boyer, C. (1992). *Historia de la matemática*. Madrid: Alianza Universidad Textos.

Berenger, J. (2011). Los sulbasutras de la India. *Historia de las matemáticas*. Recuperado de

<http://astroseti.org/articulo/4585/los-sulbasutras-de-la-india>

Hernández, V. (2002). La geometría analítica de Descartes y Fermat: ¿Y Apolonio? *Apuntes de*

*historia de las matemáticas*. I(1). Recuperado de

<http://www.mat.uson.mx/depto/publicaciones/apuntes/pdf/1-1-4-analitica.pdf>

Larson, R. & Hostetler, R. (1989). *Cálculo y geometría analítica*. México: McGraw-Hill.

Ruiz, A. (2003). *Historia y filosofía de las matemáticas*. Costa Rica: EUNED.

Swokoski, P. (1995). *Álgebra con geometría analítica*. México D.F.: Grupo Editorial Iberoamérica.

Vázquez, A. & De Santiago, J. (2007). *Geometría Analítica*. México: Pearson Educación.



## IX. Lecturas recomendadas

Clemens, S., O'Daffer, P. & Cooney, T. (1998). *Geometría*. México: Pearson.

Perero, M. (1994). *Historia e historias de matemáticas*. México: Grupo Editorial Iberoamericana.

Polya, G. (1966). *Matemáticas y razonamiento plausible*. Madrid: Tecnos.

Polya, G. (1990). *Cómo plantear y resolver problemas*. México: Trillas.

Schoenfeld, A. (1985). *Mathematical problem solving*. Orlando: Academic Press.

Schoenfeld, A. (2011). *How we think*. New York: Routledge.