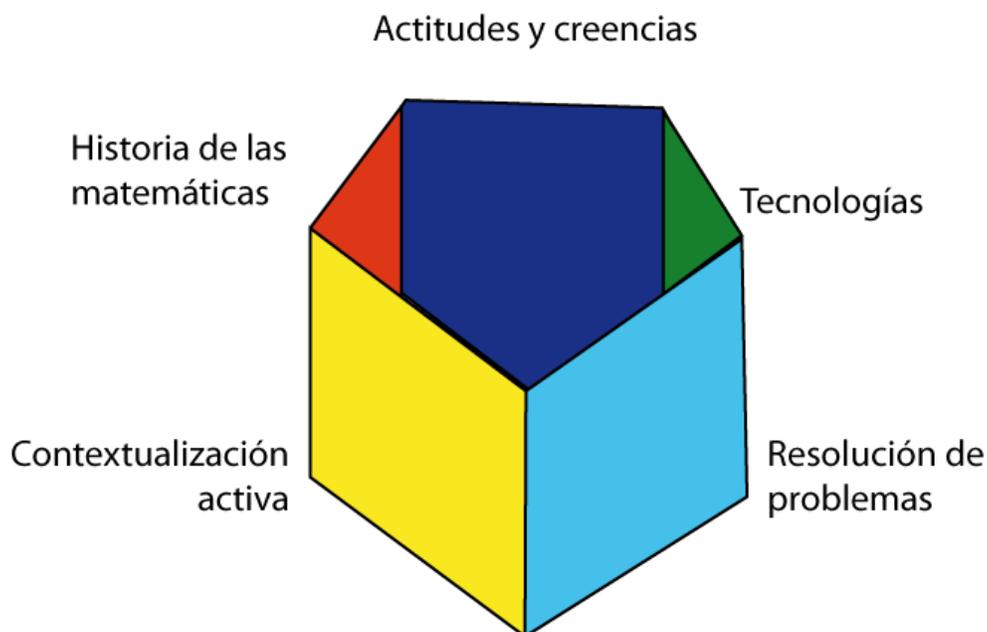


**República de Costa Rica**  
**Ministerio de Educación Pública**

**PROGRAMAS DE ESTUDIO EN**  
**MATEMÁTICAS**  
**TRANSICIÓN 2015**  
**(nivel XI)**



Elaborados por el *Proyecto Reforma de la Educación Matemática en Costa Rica*, con el aporte de la Fundación Costa Rica-Estados Unidos de América para la Cooperación.

# PROGRAMAS DE ESTUDIO EN MATEMÁTICAS TRANSICIÓN 2015 (nivel XI)

## Tabla de contenidos

Introducción.....	3
XI año, Geometría.....	4
XI año, Relaciones y álgebra.....	6
Anexo.....	8
Créditos.....	9
Bibliografía.....	10

# Introducción

La instalación de los nuevos programas de estudio de matemática aprobados por el Consejo Superior de Educación el 21 de mayo de 2012 se ha estado realizando de modo paulatino. Se toma en cuenta que el nuevo programa presenta diferencias con el que estuvo vigente hasta el año 2012, en contenidos, enfoque y metodología. El 2016 será el primer año en que se estará ejecutando el nuevo programa en todos los niveles.

Durante el año 2013 se ejecutó un primer plan de transición; también en el 2014 se siguió un plan de transición. Para este año 2015 deberá aplicarse el último plan de transición. Estos planes de transición están basados en los programas aprobados en 2012 pero toman en consideración los programas anteriores de manera que la instalación de los nuevos programas se realice gradualmente.

Este programa de transición 2015 es en esencia el programa nuevo, salvo el undécimo año. En este año (undécimo) se sigue el programa viejo pero se quitan algunos contenidos con el propósito de dar espacio para que los contenidos que permanecen se estudien con el enfoque de los nuevos programas.

En la siguiente tabla se resume la información anterior.

Ciclo	Situación para el 2015
I	En todas las áreas se sigue el programa nuevo en los tres niveles: primero, segundo y tercero.
II	En todas las áreas se sigue el programa nuevo en los tres niveles: cuarto, quinto y sexto.
III	En todas las áreas se sigue el programa nuevo en los tres niveles: séptimo, octavo y noveno.
Diversificado	En todas las áreas se sigue el programa nuevo en décimo año. Para undécimo año: <ul style="list-style-type: none"> <li>• En <i>Geometría y Relaciones y álgebra</i> se sigue el programa viejo, pero se eliminan algunos temas y se utiliza el nuevo enfoque.</li> <li>• No hay nada en el área de <i>Estadística y Probabilidad</i> para undécimo.</li> </ul>

De primero a décimo, la malla curricular es la misma de los programas nuevos, por tal motivo los docentes de esos niveles educativos seguirán dichos programas tal como aparecen en el sitio web del Ministerio de Educación Pública o en su forma impresa. Dado que la diferencia con los programas nuevos solamente incumbe a los profesores de undécimo año, este documento se refiere solamente a ese nivel. Solo se tratan dos áreas en XI año: *Geometría y Relaciones y álgebra*, la otra área que contemplan los nuevos programas para XI es *Estadística y probabilidad*, pero en el 2015 no se verá este tema dado que no estaba en los programas anteriores. Al inicio de cada área se hacen algunas observaciones generales, también se enuncian habilidades generales y se proporcionan los contenidos y habilidades específicas a desarrollar.

# XI año, Geometría

## Observaciones

En este nivel la transición consiste en eliminar algunos objetivos del programa anterior para dar espacio a la aplicación del enfoque de los nuevos programas; éstos son:

- Aplicar las relaciones métricas entre ángulos del círculo y el arco que respectivamente interceptan, en la solución de ejercicios y problemas (número 4).
- Aplicar el concepto de áreas y perímetros del anillo o corona circular, del sector circular y del segmento circular, en la solución de ejercicios y problemas (número 5).
- Aplicar las fórmulas para el cálculo del volumen de un cuerpo geométrico o de la unión o complemento de dos o más de ellos, en la solución de ejercicios o problemas (número 9).

Los conceptos y objetivos que quedan se redactan en forma de conocimientos y habilidades específicas de manera coherente con lo que proponen los nuevos programas.

## Habilidades generales

Las habilidades generales que serán desarrolladas en *Geometría* en XI año:

- Analizar relaciones de posición relativa entre rectas y circunferencias.
- Aplicar relaciones entre elementos diversos de los polígonos.
- Aplicar diversas relaciones entre elementos de las circunferencias.
- Aplicar diversas relaciones de posición que se establecen entre circunferencias.
- Calcular áreas y perímetros de polígonos.
- Determinar y aplicar el área de diversos cuerpos sólidos.

## Conocimientos y habilidades específicas

11° Año	
Conocimientos	Habilidades específica
<b>Círculo y circunferencia, elementos:</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>• radio</li> <li>• centro</li> <li>• cuerda</li> <li>• diámetro</li> <li>• ángulo central</li> <li>• arco</li> <li>• recta tangente</li> <li>• recta secante</li> </ul>	1. Reconocer diferentes elementos relacionados con la circunferencia (radio, centro, cuerda, diámetro, ángulo central, arco, rectas tangentes, rectas secantes). 2. Aplicar la relación entre la medida de un ángulo central y el arco que subtiende. 3. Aplicar las relaciones entre los elementos básicos del círculo y la circunferencia (el diámetro y el radio, la cuerda de mayor longitud y el diámetro, el ángulo central y el arco que subtiende) en la solución de problemas y en situaciones del contexto.
<b>Circunferencias, posición relativa:</b>	4. Aplicar las relaciones que se establecen entre circunferencias concéntricas, circunferencias tangentes y circunferencias secantes, en la

<ul style="list-style-type: none"> <li>• circunferencias concéntricas</li> <li>• circunferencias tangentes interiores</li> <li>• circunferencias tangentes exteriores</li> <li>• circunferencias secantes.</li> </ul>	<p>solución de problemas y situaciones del entorno.</p>
<p><b>Circunferencias, relaciones:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• entre radios y tangentes</li> <li>• entre cuerdas</li> </ul>	<ol style="list-style-type: none"> <li>5. Aplicar que una recta es tangente a la circunferencia si y solo si es perpendicular al radio en su punto de tangencia.</li> <li>6. Aplicar que en una misma circunferencia, o en circunferencias congruentes, dos cuerdas son congruentes si y solo si equidistan del centro.</li> </ol>
<p><b>Polígonos regulares:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• ángulo central</li> <li>• ángulo interno</li> <li>• ángulo externo</li> <li>• lado</li> <li>• apotema</li> <li>• radio</li> <li>• diagonal</li> </ul>	<ol style="list-style-type: none"> <li>7. Aplicar relaciones métricas entre diversos elementos (ángulo central, interno, externo, lado, apotema, radio, diagonal), de los polígonos regulares, inscritos o circunscritos a una circunferencia, en la solución de problemas y situaciones del entorno.</li> <li>8. Determinar y aplicar el perímetro y área de polígonos regulares en la solución de problemas y situaciones del entorno.</li> <li>9. Determinar y aplicar, en la resolución de problemas y situaciones del entorno, diversas relaciones entre elementos de un polígono regular (número de lados y número de diagonales, número de lados y la medida del ángulo externo, número de lados y la medida del ángulo interno, número de lados y la suma de las medidas de los ángulos internos, suma de las medidas de los ángulos externos).</li> </ol>
<p><b>Sólidos:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• cubo</li> <li>• prisma recto</li> <li>• cilindro circular recto</li> <li>• pirámide regular</li> <li>• cono circular recto</li> <li>• esfera</li> <li>• área total</li> <li>• área parcial</li> </ul>	<ol style="list-style-type: none"> <li>10. Determinar y aplicar el área total y área parcial de cubos, prismas rectos, cilindros circulares rectos, pirámides regulares, conos circulares rectos y esferas, en la solución de problemas y situaciones del entorno.</li> </ol>

# XI año, Relaciones y álgebra

## Observaciones

Los objetivos y los contenidos corresponden al programa de estudio 2005 para el área de Relaciones y Álgebra. Todos ellos son básicos y lo importante es utilizar la nueva metodología. Los objetivos y contenidos fueron asimilados como conocimientos y habilidades específicas en los nuevos programas. No aparece la columna de indicaciones puntuales.

## Habilidades generales

Las habilidades generales que deberá tener cada estudiante en *Relaciones y Álgebra* al finalizar el XI año:

- Utilizar distintas representaciones de funciones trigonométricas.
- Plantear y resolver problemas utilizando funciones trigonométricas.
- Resolver ecuaciones trigonométricas.

## Conocimientos y habilidades específicas

11° Año	
Conocimientos	Habilidades específicas
<b>Funciones trigonométricas</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Ángulos               <ul style="list-style-type: none"> <li>- Arcos</li> <li>- Radianes</li> <li>- Grados</li> </ul> </li> <li>• Circunferencia trigonométrica</li> <li>• Seno, Coseno, Tangente, Cotangente Secante, Cosecante</li> <li>• Identidades trigonométricas</li> <li>• Ecuaciones trigonométricas</li> </ul>	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Interpretar la información proveniente de diversas fuentes, acerca de la utilización de la trigonometría en el desarrollo científico y tecnológico.</li> <li>2. Identificar situaciones del entorno que pueden ser modeladas por funciones trigonométricas.</li> <li>3. Representar ángulos en posición estándar, a partir de arcos de medidas: <math>0 \text{ rad}, \frac{\pi}{6} \text{ rad}, \frac{\pi}{4} \text{ rad}, \frac{\pi}{3} \text{ rad}, \frac{\pi}{2} \text{ rad}, \frac{2\pi}{3} \text{ rad}, \frac{3\pi}{4} \text{ rad}, \frac{5\pi}{6} \text{ rad}, \pi \text{ rad}, \frac{3\pi}{2} \text{ rad}, 2\pi \text{ rad}</math>.</li> <li>4. Expresar la medida de un ángulo en grados o en radianes.</li> <li>5. Transformar radianes en grados o grados en radianes.</li> <li>6. Determinar ángulos definidos en la circunferencia trigonométrica.</li> <li>7. Ubicar ángulos, en posición estándar, positivos o negativos, de cualquier medida, en la circunferencia trigonométrica.</li> <li>8. Caracterizar las funciones seno, coseno y tangente de acuerdo a su criterio, dominio, codominio y ámbito.</li> <li>9. Determinar las imágenes de las funciones seno y coseno para los valores (en grados o en radianes) correspondientes a <math>0, \pm \frac{\pi}{2}, \pm \pi, \pm \frac{3\pi}{2}, \pm 2\pi, \pm \frac{\pi}{4}, \pm \frac{3\pi}{4}, \pm \frac{5\pi}{4}, \pm \frac{7\pi}{4}</math>,</li> </ol>

	$\pm \frac{\pi}{3}, \pm \frac{2\pi}{3}, \pm \frac{4\pi}{3}, \pm \frac{5\pi}{3}, \pm \frac{\pi}{6}, \pm \frac{5\pi}{6}, \pm \frac{7\pi}{6}, \pm \frac{11\pi}{6}$ <p>10. Determinar las imágenes de la función tangente para los valores (en grados o en radianes) correspondientes a</p> $0, \pm \pi, \pm 2\pi, \pm \frac{\pi}{4}, \pm \frac{3\pi}{4}, \pm \frac{5\pi}{4}, \pm \frac{7\pi}{4},$ $\pm \frac{\pi}{3}, \pm \frac{2\pi}{3}, \pm \frac{4\pi}{3}, \pm \frac{5\pi}{3}, \pm \frac{\pi}{6}, \pm \frac{5\pi}{6}, \pm \frac{7\pi}{6}, \pm \frac{11\pi}{6}.$ <p>11. Justificar la variación en el signo de las imágenes obtenidas para las funciones seno, coseno y tangente</p> <p>12. Analizar la monotonía, paridad y periodicidad de las funciones seno, coseno y tangente.</p> <p>13. Representar en forma tabular, algebraica y gráfica las funciones seno, coseno y tangente.</p> <p>14. Utilizar la circunferencia trigonométrica para obtener la identidad trigonométrica fundamental: <math>\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1</math>.</p> <p>15. Aplicar la relación de reciprocidad de las funciones secante, cosecante y cotangente, con las funciones coseno, seno y tangente, para comprobar identidades trigonométricas simples como</p> $1 + \cot^2 \theta = \csc^2 \theta, \quad 1 + \tan^2 \theta = \sec^2 \theta.$ <p>16. Resolver ecuaciones trigonométricas sencillas en el intervalo <math>[0, 2\pi]</math>.</p> <p>17. Plantear y resolver problemas contextualizados que se modelan mediante funciones trigonométricas.</p>
--	--

# Anexo

A continuación se proporciona, a manera de guía muy sintética, una tabla comparativa entre el programa anterior y el nuevo programa para XI año. Se refiere, en forma resumida, a los conocimientos que se desarrollan en ambos programas. En la primera columna aparecen las áreas, en la segunda se dan los conocimientos comunes a ambos programas en el área correspondiente, en la tercera los que están en el programa anterior y no en el nuevo y en la cuarta columna los que están en el programa nuevo ahí en el anterior.

Áreas	Conocimientos		
	Comunes	Anterior	Nuevo
<b>Geometría</b>	No hay	Círculo y circunferencia (estudio amplio). Polígonos (estudio amplio). Cubo, cilindro, prisma, pirámide, cono, esfera: área y volumen.	Simetría. Traslaciones. Homotecias. Reflexiones. Rotaciones. Elementos de un cono, secciones planas de un cono. Elipses, parábolas, hipérbolas.
<b>Relaciones y álgebra</b>	No hay	Funciones trigonométricas (estudio amplio).	Función inversa. Funciones y ecuaciones exponenciales. Funciones y ecuaciones logarítmicas. Modelación.
<b>Estadística y probabilidad</b>	No hay	No había	Variabilidad. Recorrido intercuartílico, variancia, desviación estándar. Diagramas de cajas. Estandarización, coeficiente de variación.

# Créditos

Este documento corresponde a la malla curricular del Plan de Transición de los programas de Matemáticas para el año 2015 (nivel XI).

Su elaboración forma parte de los objetivos del proyecto *Reforma de la Educación Matemática en Costa Rica*. Este proyecto del Ministerio de Educación Pública es apoyado por la Fundación Costa Rica-Estados Unidos de América para la Cooperación.

## **Autores**

Edison de Faría y Hugo Barrantes

## **Editor**

Hugo Barrantes

## **Editor gráfico**

Hugo Barrantes

## **Revisor**

Angel Ruiz

## **Director general del proyecto *Reforma de la Educación Matemática en Costa Rica*.**

Ángel Ruiz

## **Para referenciar este documento**

Ministerio de Educación Pública, Proyecto Reforma de la Educación Matemática en Costa Rica (2013). *Programas de estudio en Matemáticas, Transición 2015 (nivel XI)*. San José, Costa Rica: autor.



*Programas de estudio en Matemáticas, Transición 2015 (nivel XI)* por Ministerio de Educación Pública de Costa Rica, Proyecto Reforma de la Educación Matemática en Costa Rica, se encuentra bajo una Licencia [Creative Commons Atribución-NoComercial-CompartirIgual 3.0 Unported](https://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/3.0/)

# Bibliografía

Ministerio de Educación Pública de Costa Rica (2012). *Programas de Estudio en Matemáticas para la Educación General Básica y el Ciclo Diversificado*. San José, Costa Rica: autor.

Ministerio de Educación Pública de Costa Rica, Proyecto Reforma de la Educación Matemática en Costa Rica (2013). *Programas de Estudio en Matemáticas, Transición 2013*. San José, Costa Rica: autor.