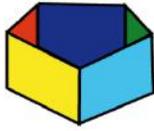


Reforma de la Educación Matemática en Costa Rica



Plan piloto de los programas de Matemáticas para Séptimo año de la Educación General Básica



2012

Plan piloto de los programas de Matemáticas para Séptimo año de la Educación General Básica

Tabla de contenidos

INTRODUCCIÓN	3
LINEAMIENTOS GENERALES	4
INSTITUCIONES PARTICIPANTES	4
PROPÓSITO DEL PILOTAJE	5
OBJETIVOS DEL PILOTAJE	5
FUNCIONES DE LAS Y LOS DOCENTES PARTICIPANTES	5
SEGUIMIENTO, ACOMPAÑAMIENTO Y EVALUACIÓN	6
PROGRAMA, NÚMEROS RACIONALES	8
<i>Habilidades generales</i>	8
<i>Conocimientos, habilidades específicas e indicaciones puntuales.</i>	8
INDICACIONES EN TORNO A LA SECUENCIA DE CONOCIMIENTOS	13
<i>Guión para el desarrollo de una lección particular</i>	14
INDICACIONES METODOLÓGICAS	17
INDICACIONES DE EVALUACIÓN	18
CRÉDITOS	20

Introducción

El 21 de mayo del 2012, el Consejo Superior de Educación aprobó los nuevos programas de estudio en Matemáticas para la Enseñanza Primaria y Media. Estos programas serán implementados paulatinamente, mediante un plan de transición, a partir del año 2013. Esto implica la necesidad de obtener información relevante con respecto a posibles dificultades que se puedan presentar. Por tal motivo se establece un plan de pilotaje que se llevará a cabo durante los años 2012, 2013 y 2014.

El principal objetivo de este plan piloto 2012 es valorar la propuesta curricular mediante su puesta en práctica, con el fin de ampliar, mejorar y realizar los ajustes pertinentes en las diferentes áreas temáticas, así como en la metodología, planeamiento y evaluación.

Para el 2012, dicho plan piloto se realizará en algunas instituciones de enseñanza primaria, en el I ciclo, y de enseñanza secundaria, en el séptimo año, previamente seleccionadas y abarcará el tercer trimestre del año lectivo. Puesto que durante este curso lectivo el programa que se está desarrollando no es el recientemente aprobado, el pilotaje tiene que obedecer al programa anterior en cuanto a sus contenidos, aunque deberá llevarse a cabo con el abordaje metodológico de los nuevos programas.

Puesto que solo se realizará en el tercer período del año lectivo, el pilotaje de séptimo año estará relacionado con los conocimientos que para ese período están en el programa anterior en las áreas de Números; en este caso es el tema de números racionales. Aunque este tema aparece en los nuevos programas a nivel de octavo año, se trabajará en el pilotaje en séptimo para no distorsionar lo que corresponde al programa actualmente en ejecución.

La fundamentación y diversos elementos de enfoque, ejes, metodología, etc., deben consultarse en el documento que contienen los nuevos programas. Aquí se expondrán solamente los conceptos y objetivos del tema que se cubrirán en el pilotaje, pero adaptados al esquema de los nuevos programas; es decir, redactados como conocimientos, habilidades específicas e indicaciones puntuales. También se dará otro tipo indicaciones, metodológicas y de evaluación, que guíen a las y los docentes en sus lecciones.

Aquí se presentan los conocimientos, habilidades específicas e indicaciones puntuales con los que se trabajará para efectos del plan piloto. Se detallan algunas sugerencias en referencia a la secuencia en la que se deben abarcar algunos de los contenidos propios del tema de números racionales, estableciendo algunas recomendaciones para su desarrollo. Además, se presenta un ejemplo de una secuencia de acciones que el docente puede desarrollar en su lección para unos conocimientos y habilidades específicas en particular, con el objeto de evidenciar algunos elementos de la nueva metodología y orientar al docente para que la dinámica de sus lecciones se desarrolle en la mayoría de los casos siguiendo esta línea.

Lineamientos generales

A continuación se exponen algunos elementos y lineamientos generales a seguir en la realización del proceso de pilotaje referido.

Instituciones participantes

Las instituciones que participan en el pilotaje se consignan en la siguiente tabla; en ella aparecen, por región, quienes participarán en el proceso, tanto en primaria como en secundaria.

Región Educativa	Escuelas	Colegios
Aguirre	Centro Educativo de Herradura Escuela de Atención Prioritaria La Inmaculada	Colegio Técnico Profesional de Parrita
Alajuela	Escuela Guatemala Escuela Eulogia Ruíz Ruíz	Liceo San Rafael
Desamparados	Unidad Pedagógica La Valencia Escuela San Jerónimo.	Liceo de Aserrí
Grande de Térraba	Escuela Santa Marta Escuela Ojo de Agua	CTP Buenos Aires
Guápiles	Escuela Las Palmitas (03) Los Geranios (04)	Colegio La Rita (02)
Heredia	Escuela San Bosco (03) Escuela Villalobos (02)	IPEC BARVA (04)
Los Santos	Escuela República de Bolivia Escuela San Lorenzo	Liceo Rural de San Isidro de León Cortés
Nicoya	Escuela Barrio Los Ángeles	Liceo de Belén
Pérez Zeledón	UP Dr. Rafael Ángel Calderón Guardia Escuela Sagrada Familia.	UP Dr. Rafael Ángel Calderón Guardia
Puntarenas	Escuela de Riojalandia (01) Escuela Jose Ricardo Orlich (05)	Liceo Judas de Chomes (03)
Puriscal	Escuela de Palmichal Escuela Darío Flores Hernández	Liceo de Barbacoas
Santa Cruz	Escuela Josefina López Bonilla (01) Escuela María Leal Rodríguez (01) Escuela Cartagena (03) Escuela Bernardo Gutiérrez (05)	Liceo de Santa Cruz (01)
San Carlos	Escuela Santa Rita (01) Escuela Juan Bautista Solís (03)	Liceo Francisco Amiguetti (03)
San José Oeste	Escuela Ciudadelas de Pavas	Colegio Rincón Grande de Pavas

Turrialba	Escuela Laboratorio Escuela Carmen Lyra	Instituto de Educación Dr. Clodomiro Picado Twight
Upala	Escuela San Pedro (03) Escuela La Verbena (01)	Colegio Técnico Profesional de Upala (01)

En el presente documento se exponen los lineamientos generales a seguir en la realización del proceso de pilotaje referido.

Propósito del pilotaje

Poner en práctica en algunas instituciones seleccionadas el enfoque de resolución de problemas que proponen los nuevos programas de matemáticas, previo a su instalación definitiva.

Objetivos del pilotaje

Los objetivos de este proceso de pilotaje en relación con el currículo cuya implementación iniciará en el año 2013 son:

1. Valorar el pilotaje de la propuesta curricular mediante su puesta en práctica, con el fin de ampliar, mejorar y realizar los ajustes pertinentes.
2. Valorar mediante la práctica, el enfoque que propone la propuesta y de mediación de la propuesta curricular.
3. Valorar el desempeño de las y los docentes participantes en el enfoque de la resolución de problemas, dentro del contexto del pilotaje de la propuesta curricular.

Funciones de las y los docentes participantes

- a) Participar en las reuniones, sesiones de trabajo, talleres y otras actividades organizadas a nivel institucional, regional y nacional, relacionadas con el proceso de pilotaje.
- b) Ejecutar la propuesta curricular del proceso de pilotaje con los grupos que tiene a cargo en el nivel de séptimo año (enseñanza media) o I ciclo (enseñanza primaria).
- c) Comunicar al estudiantado en las primeras sesiones de trabajo sobre el proceso de pilotaje, los procedimientos, criterios y técnicas que se seguirán en materia durante dicho proceso.
- d) Adaptar el planeamiento y la evaluación de los aprendizajes al enfoque que proponen los nuevos programas y que será implementado durante el pilotaje.
- e) Confeccionar, de acuerdo con lineamientos técnicamente sustentados, la prueba y otros instrumentos de medición y evaluación que aplicará al grupo o grupos que tiene a cargo.
- f) Aplicar, con base en el nuevo diseño curricular, las adecuaciones curriculares que en materia de evaluación requiera el estudiantado con necesidades educativas especiales y que deberán estar consignadas en el expediente acumulativo del proceso educativo del alumnado. Asimismo, informar por escrito a padres, madres de familia o personas encargadas

a partir del momento en que se implementen las adecuaciones curriculares, las estrategias que utilizará en la asignatura de acuerdo con la adecuación curricular aplicada.

- g) Seguir en lo que corresponda los lineamientos que establece el reglamento de evaluación.
- h) Responder a las entrevistas e instrumentos de evaluación que se les solicite como medio de obtener información sobre el pilotaje.

Seguimiento, acompañamiento y evaluación

Durante el proceso, miembros del proyecto de implementación de la reforma estarán realizando visitas regionales. El propósito de las mismas es observar lecciones, realizar entrevistas y, en general, atender consultas y comentarios de parte de las y los docentes acerca del desarrollo del pilotaje.

El proceso de pilotaje será evaluado con el propósito de sistematizar la experiencia. Para esto se elaborarán instrumentos apropiados que permitan recolectar las inquietudes, sugerencias y diversos aspectos que permitan mejorar la propuesta de reforma y hacerla viable.

Se elaborarán tres instrumentos: uno de diagnóstico para aplicar al comenzar el proceso, otro a la mitad del mismo y un tercero al finalizar. Estos instrumentos estarán disponibles en una plataforma informática y deberán llenarse en línea.

En la siguiente tabla se proporciona un cronograma con fechas importantes para tener en cuenta.

III Trimestre	06 de Setiembre al 12 de Diciembre
Actividad Inaugural	29 de Agosto de 2012
I Visita a la Región	04 de octubre (Cartago, Turrialba, Los Santos, Desamparados, Heredia, Alajuela, San Jose Oeste, Puriscal) 11 de octubre (Coto, Gde de Terraba, Pérez, Upala, Liberia, Sta Cruz, Nicoya, Cañas, Sarapiquí, Guapiles, Occidente, San Carlos, Aguirre, Puntarenas)
II Visita a la Región	07 de noviembre (Cartago, Turrialba, Los Santos, Desamparados, Heredia, Alajuela, San Jose Oeste, Puriscal) 15 de noviembre (Coto, Gde de Terraba, Pérez, Upala, Liberia, Sta Cruz, Nicoya, Cañas, Sarapiquí, Guapiles, Occidente, San Carlos, Aguirre, Puntarenas)
Evaluación inicial	Del 29 de agosto a 09 de setiembre
II Evaluación	18 al 25 de octubre
Evaluación de Cierre	26 de Noviembre al 12 de Diciembre

El siguiente es un posible cronograma que se refiere a actividades a realizar en las visitas a las regiones.

8:00 a 10:00	Observación de clases
10:00 a 11:00	Entrevistas
11:00 a 1:00	Traslado y almuerzo
1:00 a 4:00	Reunión con docentes del plan piloto

Programa, Números racionales

Habilidades generales

Las habilidades generales que deberán tener los estudiantes en el área de *Números* al finalizar este pilotaje son:

- Comprender con claridad el concepto de número racional y sus diferentes representaciones.
- Seleccionar y aplicar métodos y herramientas para calcular y operar números racionales.
- Utilizar la estimación, el cálculo mental, el papel y lápiz o la calculadora, según sea el caso, para el cálculo de operaciones con números racionales y reales.
- Resolver problemas en diferentes contextos.

Conocimientos, habilidades específicas e indicaciones puntuales.

7º Año, III Trimestre																						
Conocimientos	Habilidades específicas	Indicaciones puntuales																				
<p>Números racionales</p> <ul style="list-style-type: none"> • Concepto de número racional • Representaciones • Relaciones de orden 	<p>1. Identificar números racionales en diversos contextos.</p>	<p>▲ Se pueden proponer problemas como el siguiente.</p> <p>😊 Aquí aparecen los precios de los combustibles.</p> <div data-bbox="792 1192 1393 1759" style="border: 1px solid black; padding: 5px;">  <table border="1" data-bbox="813 1457 1382 1724"> <thead> <tr> <th>PRODUCTOS PRODUCTS</th> <th>PRECIO / litro sin imp. Único cost / litre without tax</th> <th>Imp. único Tax</th> <th>Margen Promedio de Estaciones de Servicio Local Services stations Average Margin</th> <th>Precio / litro total Total Cost / litre</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>Gasolina Super Super Gasoline</td> <td>351,7460</td> <td>213,0000</td> <td>50,5548</td> <td>615,0000</td> </tr> <tr> <td>Gasolina Plus 91 Plus 91 Gasoline</td> <td>346,3730</td> <td>203,5000</td> <td>50,5548</td> <td>600,0000</td> </tr> <tr> <td>Diesel 50 Diesel 50</td> <td>403,7050</td> <td>120,2500</td> <td>50,5548</td> <td>575,0000</td> </tr> </tbody> </table> </div> <p>Tomado de: http://www.recope.go.cr/info_clientes/precios_productos/</p> <p>Si en la gasolinera pido que me vendan ₡10 000 en gasolina</p>	PRODUCTOS PRODUCTS	PRECIO / litro sin imp. Único cost / litre without tax	Imp. único Tax	Margen Promedio de Estaciones de Servicio Local Services stations Average Margin	Precio / litro total Total Cost / litre	Gasolina Super Super Gasoline	351,7460	213,0000	50,5548	615,0000	Gasolina Plus 91 Plus 91 Gasoline	346,3730	203,5000	50,5548	600,0000	Diesel 50 Diesel 50	403,7050	120,2500	50,5548	575,0000
PRODUCTOS PRODUCTS	PRECIO / litro sin imp. Único cost / litre without tax	Imp. único Tax	Margen Promedio de Estaciones de Servicio Local Services stations Average Margin	Precio / litro total Total Cost / litre																		
Gasolina Super Super Gasoline	351,7460	213,0000	50,5548	615,0000																		
Gasolina Plus 91 Plus 91 Gasoline	346,3730	203,5000	50,5548	600,0000																		
Diesel 50 Diesel 50	403,7050	120,2500	50,5548	575,0000																		

		<p>Plus 91, ¿cuántos litros me dan?</p> <p>▲ Problemas como éste permiten introducir la necesidad de utilizar otros números diferentes a los enteros.</p> <p>▲ Cada estudiante debe tener claro que los números enteros también son números racionales.</p> <p>▲ Es importante que cada estudiante pueda resolver situaciones en contexto en las que se involucre la noción de división. Esto permitirá en la etapa de clausura establecer su representación por medio de fracciones. Se deben implementar ejemplos que originen números enteros y no enteros (no se debe olvidar contemplar situaciones que involucren números negativos). Por ejemplo:</p> <p>😊 Si camino 10 m en dirección Oeste y me devuelvo una cuarta parte de dicho recorrido, ¿cuánto me desplazé con respecto al lugar del que salí?</p> <p>😊 Juan contrajo una deuda de ₡17 500. Su padre, un hermano y un amigo deciden ayudarlo a pagarla por lo que se reparten la deuda equitativamente entre ellos tres. ¿Cuánto debe pagar cada uno?</p>
	<p>2. Realizar aproximaciones decimales de números racionales.</p> <p>3. Identificar los números racionales representados con expansión decimal exacta y con expansión decimal periódica.</p>	<p>▲ Inicialmente, se debe procurar que el estudiante efectúe divisiones sin el uso de la calculadora. Esto permite enfatizar cómo es que se obtienen las representaciones decimales de los números racionales. De paso, se puede visualizar la infinitud de los decimales de algunos números racionales.</p> $\frac{21}{4} = 21 \div 4 = 5,25$ $\frac{4}{3} = 4 \div 3 = 1,33333 \dots = 1,\bar{3}$ $\frac{9}{11} = 9 \div 11 = 0,818181 \dots = 0,\overline{81}$ $\frac{11}{7} = 7 \div 6 = 1,166666 \dots = 1,1\bar{6}$ <p>▲ Esta noción de infinitud es fundamental en los números racionales e irracionales que se tratan posteriormente.</p> <p>▲ Al aproximar fracciones por medio de su expansión decimal, se debe aclarar que la calculadora da una aproximación (en el caso de los decimales periódicos), por lo que la notación mediante el uso de la raya del periodo o bien la notación fraccionaria asegura la exactitud en la representación del</p>

	<p>4. Identificar y aportar ejemplos de representaciones distintas de un mismo número racional.</p>	<p>número racional.</p> <p>▲ Por ejemplo $\frac{7}{5} = 1,4 = 1\frac{2}{5} = 1 + \frac{2}{5}$.</p> <p>▲ Se pueden idear problemas donde se haga uso de representaciones numéricas adecuadas para el desarrollo de actividades cotidianas. Por ejemplo:</p> <p>😊 Ana encontró en Internet una receta cuyos ingredientes aparecen a continuación.</p> <div data-bbox="873 653 1325 1115" style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 10px auto; width: fit-content;"> <p style="text-align: center;"><i>Gastronomía del Mundo</i></p> <p style="text-align: center;">OTRO PASTEL DE LIMÓN</p> <p style="text-align: center;">Ingredientes</p> <ul style="list-style-type: none"> ▪ Pasta: ▪ 2 1/4 tazas de harina ▪ 1 taza colmada de margarina ▪ 1/8 cda. de sal ▪ ▪ Relleno: ▪ 2 3/4 tazas de azúcar ▪ 1 taza de fécula de maíz ▪ 3 tazas de agua ▪ 4 yemas de huevo batidas ▪ 4 cdas. de margarina derretida ▪ 6 cdas. de jugo de limón ▪ Ralladura de 3 limones ▪ ▪ Merengue: ▪ 4 claras ▪ 6 cdas. de azúcar </div> <p style="text-align: center;">Tomado de: http://www.arecetas.com</p> <p>Ana manifiesta que no comprende la forma en que aparece la información pues no está descrita en la forma tradicional.</p> <p>¿De qué forma se puede ayudar a Ana para que comprenda los datos de la receta?</p>
	<p>5. Comparar y ordenar números racionales en notación decimal y fraccionaria.</p> <p>6. Representar números racionales en la recta numérica, en cualquiera de sus representaciones.</p>	<p>📊 Usar la estimación mental y la calculadora para realizar tal representación.</p> <p>▲ Para ubicar $\frac{7}{5}$ en la recta numérica se pueden utilizar algunas de sus representaciones:</p> $\frac{7}{5} = 1,4 = 1\frac{2}{5}$ 
<p>Operaciones, cálculos y es-</p>	<p>7. Aplicar la suma y resta de números racionales en diversos contextos.</p>	<p>▲ Se puede formular problemas como el siguiente:</p>

<p>timaciones</p> <ul style="list-style-type: none"> • Suma • Resta • Multiplicación • División • Potencias • Raíces • Combinación de operaciones 	<p>8. Aplicar la multiplicación y división de números racionales en diversos contextos.</p> <p>9. Utilizar las propiedades de conmutatividad y asociatividad de la suma y multiplicación para simplificar cálculos con números racionales.</p> <p>10. Calcular el resultado de sumas, restas, multiplicaciones y divisiones de números racionales en cualquiera de sus representaciones.</p>	<p>😊 Ademar compró 3 metros de plástico para forrar cuadernos. El necesitó $1\frac{1}{5}$ m para forrar algunos, su hermano Randall utilizó 0,6 m y su hermana Hellen usó $\frac{1}{3}$ m.</p> <p>a) ¿Cuánto plástico utilizaron para forrar los cuadernos? b) ¿Cuánto plástico sobró?</p> <p>▲ Es importante retomar lo trabajado respecto al uso de diversas representaciones de un número, así como la amplificación y simplificación de fracciones para justificar el empleo del mínimo común múltiplo en el desarrollo de estas operaciones:</p> <p>Representaciones:</p> $1\frac{1}{5} = \frac{6}{5}, \quad 0,6 = \frac{6}{10}$ <p>Operación:</p> $\frac{6}{5} + \frac{6}{10} + \frac{1}{3} =$ <p>Mínimo Común Múltiplo de 5, 10 y 3 es 30.</p> <p>Amplificación de las fracciones por 6, por 3 y por 10 respectivamente:</p> $\frac{36}{30} + \frac{18}{30} + \frac{10}{30} = \frac{64}{30}$ <p>Simplificación:</p> $\frac{64}{30} = \frac{32}{15}$ <p>Así ellos gastaron $\frac{32}{15}$ m (aproximadamente 2,13 m).</p> <p>▲ En la etapa de clausura o cierre, se detalla el algoritmo que permite sumar y restar fracciones heterogéneas por medio del Mínimo Común Múltiplo de sus denominadores.</p> <p>▲ Se debe trabajar con suma y resta de números racionales en cualquiera de sus notaciones.</p>
---	--	---

<p>11. Efectuar operaciones con potencias de base racional y exponente entero.</p>	<p>▲ Generalización de las propiedades verificadas en 7° Año. Es necesario formalizar las siguientes propiedades:</p> <p>a. $a^{-n} = \frac{1}{a^n}, a \neq 0$</p> <p>b. $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}, b \neq 0$</p> <p>c. $\left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{b}{a}\right)^n, a \neq 0, b \neq 0$</p>		
<p>12. Calcular resultados de operaciones con números racionales de expresiones donde haya combinación de operaciones con paréntesis o sin ellos.</p>	<p>▲ En la prioridad de operaciones, plantear operaciones que no excedan los dos términos. Por ejemplo:</p> $-\frac{3}{4} + 5^{-1} \div -1,3 =$ <p>▲ Si se contempla el uso de paréntesis, las expresiones deberán contener como máximo dos y que cada uno de ellos contenga solamente dos términos (dos factores a lo sumo cada término). A continuación algunos ejemplos:</p> $-2\left(\frac{-5}{3} + 5 \cdot \frac{1}{2}\right)$ $2\frac{1}{3}\left(-1,4 - 2 \div \left(\frac{1}{4}\right)^2\right) - 5\left(\frac{-2}{3} \cdot \frac{-1}{4} - 1\right)$		
<p>13. Desarrollar estrategias para el cálculo mental de resultados de operaciones con racionales.</p>	<p>▲ Deben usarse ejercicios apropiados, por ejemplo:</p> $\frac{-8}{7} - \frac{5}{7}$ $\frac{-9}{4} + \frac{3}{4}$ $\frac{1}{6} - \frac{5}{6} + -3$ $\frac{-1}{5} \cdot -4$ <p> Solicitar a cada estudiante juzgar si los resultados de las estimaciones son razonables y que argumente su posición.</p>		
<p>14. Seleccionar métodos y herramientas adecuados para la resolución de cálculos, según el problema dado.</p>	<p>▲ Dependiendo del problema se pueden utilizar diferentes estrategias de cálculo, por ejemplo:</p> <table border="1" data-bbox="797 1816 1390 1883"> <tr> <td>Cálculo mental</td> <td>1,5 kg a €2000 cada kilogramo.</td> </tr> </table>	Cálculo mental	1,5 kg a €2000 cada kilogramo.
Cálculo mental	1,5 kg a €2000 cada kilogramo.		

		<table border="1"> <tr> <td>Papel y lápiz</td> <td>1,5 kg a €2450 cada kilogramo.</td> </tr> <tr> <td>Calculadora</td> <td>1,75 kg a €2225 cada kilogramo.</td> </tr> </table>	Papel y lápiz	1,5 kg a €2450 cada kilogramo.	Calculadora	1,75 kg a €2225 cada kilogramo.
Papel y lápiz	1,5 kg a €2450 cada kilogramo.					
Calculadora	1,75 kg a €2225 cada kilogramo.					
	15. Plantear y resolver problemas en los que se requiera de la aplicación de operaciones con números racionales.	<p>▲ Conviene proponer operaciones para que los estudiantes planteen problemas. Por ejemplo:</p> <p> Se pide a las y los estudiantes que planteen un problema en el que se involucre la siguiente combinación de operaciones:</p> $\frac{3}{2} \cdot 5 - \frac{2}{3} \cdot 3$				

Indicaciones en torno a la secuencia de conocimientos

Inicialmente se propone trabajar el concepto de número racional así como el de sus formas de representación. Es importante mostrar al estudiante diversos contextos donde suelen usarse este tipo de números: para reflejar los precios de la gasolina, el precio del dólar, para denotar cantidades en que usan los ingredientes en las recetas de cocina, etc. A la hora de trabajar las formas de representación de un número racional, conviene no sólo que el estudiante pueda expresar una cantidad en forma fraccionaria, decimal o mixta; es necesario desarrollar en el estudiante un sentido numérico que le permita comprender su significado, así como saber discernir qué tipo de representación se adecúa a un determinado contexto. Por ejemplo, si en una receta de cocina se necesita agregar tres cuartos de taza de azúcar, que se distinga la necesidad de no escribirlo “0,75 tazas”. Es conveniente incluir ejemplos de situaciones del contexto donde se use la noción de número racional negativo, para dar continuidad a lo trabajado en el tema de números enteros.

Una vez que se trabajan los conocimientos anteriores, se comienza a establecer relaciones de orden entre dos números racionales utilizando diferentes representaciones. Es necesario promover en el estudiante no sólo los algoritmos que permiten conocer la relación de orden entre dos fracciones, sino que pueda determinarlas por medio del sentido numérico y que argumente su decisión. Por ejemplo, que $-3 \frac{1}{2}$ es menor que $-0,35$ debido a su posición en la recta numérica, o bien, debido a que el primero tiene 3 unidades negativas y el segundo es una cantidad negativa que no completa la unidad.

Dado que se tiene la libertad de trabajar habilidades específicas de forma integrada, conviene trabajar las operaciones con números racionales paralelamente con el planteo y resolución de problemas. Si bien es cierto que muchos de los algoritmos para resolver operaciones con ellos

son conocidos por la mayoría de los estudiantes, es importante mostrarles situaciones que permiten resolverse por medio de ellas. Por ejemplo, que para saber cuánto dinero corresponde a un descuento del 35% en el precio de un pantalón que cuesta 32 500 colones, solo basta con resolver la operación $0,35 \cdot 32\ 500$.

El uso de leyes de potencias para números racionales debe constituir una generalización de las propiedades vistas para el caso de los números enteros. Si éstas no se han abarcado, se recomienda realizar actividades que permitan deducirlas a partir de la definición de potencia de un número entero.

Una vez que se trabajan instrumentalmente los algoritmos de las operaciones con números racionales, es necesario implementar actividades que permitan al estudiante realizar cálculo mental, con el fin de agilizar la resolución de algunos tipos particulares de operaciones que el docente considere oportuno proponer. Esto permitirá que posteriormente pueda elegir convenientemente la forma en que pueden ser resueltas: cálculo mental, papel y lápiz o calculadora.

Guión para el desarrollo de una lección particular

Se presenta a continuación la descripción de una actividad que puede ser desarrollada en clase y que intenta reflejar cómo es la vivencia de clase o el enfoque metodológico que se desea implementar. Se utilizará como referencia los siguientes conocimientos o habilidades específicas:

Conocimientos	Habilidades específicas
<ul style="list-style-type: none"> ✓ Concepto de número racional. ✓ Representaciones. 	<ul style="list-style-type: none"> ✚ Identificar números racionales en diversos contextos. ✚ Realizar aproximaciones decimales de números racionales. ✚ Identificar los números racionales representados con expansión decimal exacta y con expansión decimal periódica.

Se puede iniciar con el planteamiento de una actividad que permita desarrollar las habilidades propuestas. Por ejemplo, a continuación se presentan tres problemas los cuales se pueden proceder a trabajar en subgrupos. El docente puede asignarlos sin importar si varios subgrupos tienen el mismo.

<p>Problema 1:</p> <p>A cada trabajador o trabajadora se le descuenta de su salario mensual neto un 5,5%</p>	<p>Problema 2:</p> <p>Desde San José a Monteverde hay una distancia de 169 km aproximadamente. Si</p>
---	--

<p>como parte del Seguro por enfermedad y maternidad, el cual le permite recibir atención médica por parte de la CCSS. Si Aidé recibe un salario neto de 237 554 colones, determine ¿cuánto paga ella por mensualmente por este seguro?</p>	<p>el automóvil donde se realizará el viaje tiene un rendimiento de 12 km por litro, ¿cuál es la cantidad de litros de gasolina mínima que debe disponer el automóvil para realizar el viaje de ida?</p>
<p>Problema 3:</p> <p>Luis es un atleta que toma las previsiones del caso y cuando va a correr lleva consigo una botella con 500 ml de bebida hidratante. Él acostumbra beber dos tercios del contenido durante la carrera y el resto lo deja para cuando ya ha concluido la misma. ¿Cuántos mililitros de bebida hidratante consume durante la carrera?</p>	

Para el desarrollo de estos problemas, se espera que cada uno de los grupos utilice como estrategia el algoritmo de la división para determinar cada uno de los resultados a los problemas propuestos. En los problemas 1 y 3 además deberán realizar un producto. Los resultados a cada uno de los problemas son:

Problema 1: Aidé paga 13065,47 colones por concepto del seguro por enfermedad y maternidad.

Problema 2: el automóvil debe disponer de una cantidad de 14, 08333333... litros de gasolina para realizar el viaje de ida a Monteverde.

Problema 3: Luis consume durante la carrera 333,3333... ml de bebida hidratante.

Para esta actividad, es necesario considerar los posibles errores u obstáculos que podrían cometer los estudiantes. Por ejemplo, que quizás el estudiante no recuerda el concepto de porcentaje, por lo que el docente puede aclararle que por ejemplo un 13% significa considerar 13 partes de 100. También, que al realizar las divisiones, los subgrupos que trabajan con los problemas 1 y 3 pueden cuestionar que el residuo nunca es cero y seguirían dividiendo indefinidamente. El profesor entonces les propone que describan por escrito lo que sucede y que luego se hará una discusión al respecto.

Cuando los estudiantes han respondido a los problemas, es necesario establecer una etapa de discusión de los resultados obtenidos. Para ello, el docente puede hacer que algunos subgrupos expongan las respuestas encontradas. Luego, elaborar preguntas generadoras para guiar la discusión de los estudiantes. Por ejemplo:

- ¿El tipo de números obtenidos en las respuestas a los problemas anteriores son enteros?
- ¿Estos números ya habían sido trabajados anteriormente en Primaria?

- De acuerdo a lo expuesto por los compañeros, ¿Qué similitudes o diferencias presentan las respuestas presentadas?
- ¿Qué observaron durante el proceso en que se realizaron las divisiones en los problemas?
- ¿Qué diferencias observan en las respuestas obtenidas?

Producto de la discusión, el docente procede al final de la actividad a brindar la definición de número racional, enfatizando que de acuerdo al contexto utilizado éstos también pueden ser números negativos, positivos o nulos. Luego, establece las diversas formas de representación de un número racional: fraccionaria, notación mixta y decimal, considerando como ejemplos los tratados en los problemas trabajados y finalmente, establecer que los números racionales poseen ya sea expansión decimal exacta y expansión decimal infinita periódica, formalizando las formas en que se denotan estos números.

No perdiendo de vista la importancia que tiene el practicar los conocimientos trabajados por el estudiante, se trabajan al final ejercicios o problemas con diferentes niveles de complejidad: reproducción, conexión y reflexión. Algunos ejemplos:

a. Reproducción:

1. Complete los espacios en blanco con la representación de correspondiente del número racional dado.

Notación fraccionaria	Notación mixta	Notación decimal
$\frac{-11}{6}$		
	$5\frac{5}{7}$	
		$1,\bar{5}$
		3,02

2. Determine el tipo de expansión decimal que posee los siguientes números racionales.

$$-2 \qquad \frac{13-101}{9 \ 90}$$

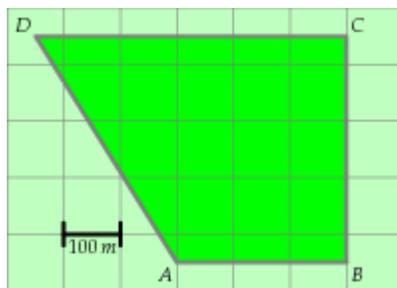
b. Conexión

1. En la tienda La Moda se están ofreciendo descuentos buenísimos. Pedro va a dicha tienda y compra una camisa cuyo precio original es de 23 400 colones. Al pagar en las cajas, le cobraron 15 600 colones. ¿Qué fracción representa el total que el pagó por dicha prenda? (sugerencia: distinga si la situación se representa con un número positivo o negativo).

Indicaciones metodológicas

1. Los cálculos operatorios permiten desarrollar habilidades o destrezas numéricas y mayores posibilidades de realizar procesos de plantear y resolver problemas en contexto. De ahí que sea valioso dar énfasis al cálculo mental y a la estimación.
2. El sentido numérico está estrechamente asociado a operaciones y cálculos; este permite decidir cuál es la estrategia más adecuada para enfrentar un problema: cálculo mental, estimación aproximada, trabajo sistemático con papel y lápiz o el uso de calculadora o incluso la computadora. También, es fundamental la representación múltiple de los números: fracciones, razones o porcentajes, etc.
4. Para introducir los números racionales se deben proponer problemas relacionados con situaciones en contexto. En algunos casos esto puede ser difícil, entonces un problema matemático interesante o un aspecto de la historia de las Matemáticas puede ser útil.
5. Cuando se sugiere un problema, es importante que cada estudiante tenga el tiempo suficiente para experimentar y conjeturar, así como para poder describir los resultados obtenidos. En la etapa de clausura, debe cuidarse que los datos brindados y la respuesta tengan sentido real.
6. La calculadora científica se puede utilizar a partir de 7° Año. Esta es una herramienta que puede utilizarse cuando aparecen números muy grandes en los cálculos para que la o el estudiante se concentre en los aspectos clave de la resolución de problemas, como la elaboración de estrategias, la comunicación y elaboración de conjeturas. También puede ser indispensable para la comprobación de resultados en las operaciones.
7. En general, la introducción de los números racionales representa menos dificultades que la de los enteros negativos. Esto se debe a que ya se han trabajado los números fraccionarios, aunque positivos, en la enseñanza Primaria. Introducir los racionales negativos no es más que una ampliación del tipo de números a los que se le puede asignar un valor negativo.
8. Es conveniente plantear problemas que permitan resolver problemas a través del uso de las operaciones con números racionales, estableciendo conexiones con otras áreas. Por ejemplo, este problema conecta con el área de *Geometría*.

Un terreno cuadrangular de vértices A, B, C, D se muestra a continuación:



Si la quinta parte de dicho terreno se dedicará a zonas verdes y tres octavos a una zona de parqueo, ¿qué extensión de terreno queda libre para otros usos?

9. Por ejemplo, si se desea resolver la operación

$$\frac{1}{3} + \frac{3}{5} + \frac{2}{3}$$

al utilizar la asociatividad y conmutatividad se puede resolver primero

$$\frac{1}{3} + \frac{2}{3}$$

lo que permite simplificar los cálculos.

10. Un énfasis especial debe dársele a las múltiples representaciones para los números racionales. En este sentido es importante proponer problemas que contengan información numérica con múltiples representaciones.

Indicaciones de evaluación

Al realizar operaciones con números racionales éstas deben ser sencillas y sin muchos paréntesis. La evaluación de estas habilidades debe ser coherente con el trabajo en el aula. La aplicación de las operaciones debe aplicarse en la resolución de problemas.

Para el trabajo extraclase, se pueden asignar tareas que permitan seguir activando los procesos de argumentación y representación en temáticas como la resolución de problemas por medio del uso de las operaciones básicas.

En cuanto al trabajo cotidiano es importante evidenciar el progreso que los estudiantes experimentan al trabajar tópicos relacionados con las operaciones con números enteros, particularmente lo concerniente a su desenvolvimiento en la resolución de problemas del entorno. Es por eso que se puede implementar el uso del portafolio como una herramienta que recopile el trabajo realizado por los estudiantes durante las actividades desarrolladas en el salón de clase.

En las pruebas escritas es importante implementar ítems que permitan la integración de varias habilidades específicas para su evaluación.

En 7° Año, la mayoría de conocimientos se pueden evaluar a un nivel de reproducción. Sin embargo, conocimientos alusivos a resolución de problemas donde se apliquen las operaciones con números racionales deben ser evaluados en la parte de desarrollo, utilizando ítems con un nivel de dificultad de conexión y reflexión, insistiendo aquí en que no se trata de poner una situación nueva al estudiante durante las pruebas, sino un problema análogo a los que se trabajaron en clase.

Créditos

Este documento orienta la realización del Plan Piloto para el Séptimo año de la Educación General Básica en el año 2012, que forma parte del proyecto *Reforma de la Educación Matemática en Costa Rica*. Este proyecto del Ministerio de Educación Pública es apoyado por la Fundación Costa Rica-Estados Unidos de América para la Cooperación y cuenta con el soporte administrativo de la Fundación Omar Dengo.

Autores

Miguel González

Editor

Hugo Barrantes

Editor gráfico

Hugo Barrantes

Revisores

Ángel Ruiz

Director general del proyecto *Reforma de la Educación Matemática en Costa Rica*.

Ángel Ruiz

Imagen de la portada

Proyecto *Reforma de la Educación Matemática en Costa Rica*

Fotografía de la portada

<http://www.mep.go.cr/Noticia/index.aspx?cod=1390>

Para referenciar este documento

Ministerio de Educación Pública (2012). *Plan piloto de los programas de Matemáticas para Séptimo año de la Educación General Básica*. San José, Costa Rica: autor.



Plan piloto de los programas de Matemáticas para Séptimo año de la Educación General Básica por Ministerio de Educación Pública de Costa Rica se encuentra bajo una Licencia [Creative Commons Atribución-NoComercial-CompartirIgual 3.0 Unported](https://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/3.0/)

Bibliografía

Ministerio de Educación Pública de Costa Rica (2012). *Programas de Estudio en Matemáticas para la Educación General Básica y el Ciclo Diversificado*. San José, Costa Rica: autor.