REFORMA DE LA EDUCACIÓN MATEMÁTICA EN COSTA RICA

mep Ministerio de Educación Pública

www.reformamatematica.net

Probabilidad.

En este documento usted podrá encontrar la solución de los ítems 54, 55, 56, 57, 58, 59 y 60. A continuación se detalla cada solución:

Considere la siguiente Información para responder los ítems 54, 55 y 56:

Una baraja está compuesta por cuatro grupos de 15 cartas cada uno: uno azul, uno rojo, uno amarillo y el otro verde. En cada grupo, cada carta posee un número diferente del 1 al 15
Al seleccionar al azar una carta de la baraja, cada una tiene la misma probabilidad de salir.
Se definen los siguientes eventos:

- Evento A: obtener una carta de color azul.
- Evento B: obtener una carta que tenga un número impar.
- Evento C: obtener una carta con un número divisible por 5.
- Evento D: obtener una carta con un número mayor que 10.

Pregunta 54

¿Cuántos puntos muestrales tiene el evento $A \cap D$?

A) 4
B) 5
C) 23
D) 27

Solución.

Intersección de eventos: Si A y B son eventos de un espacio muestral S, la ocurrencia de los eventos A y B al mismo tiempo se interpreta como la *intersección* de los eventos A y B, y se denotada con $A \cap B$. Esta intersección incluye los puntos muestrales que están en A y B a la vez. Recuerde: Los puntos muestrales son los resultados simples de un experimento. Es decir, los puntos muestrales son los eventos simples de un espacio muestral.

Considere la baraja descrita en el contexto del ítem:

Cartas color azul: **A1, A2, A3, A4, A5, A6, A7, A8, A9, A10, A11, A12, A13, A14, A15.**

Cartas color rojo: **R1, R2, R3, R4, R5, R6, R7, R8, R9, R10, R11, R12, R13, R14, R15.**

Cartas color amarillo: **Y1, Y2, Y3, Y4, Y5, Y6, Y7, Y8, Y9, Y10, Y11, Y12, Y13, Y14, Y15.**

Cartas color verde: **V1, V2, V3, V4, V5, V6, V7, V8, V9, V10, V11, V12, V13, V14, V15**

Video de ayuda

Puede complementar su estudio con un video explicativo accediendo al siguiente enlace:

https://youtu.be/dFmqqwlBTVY

Se tienen los siguientes eventos

A= {**A1, A2, A3, A4, A5, A6, A7, A8, A9, A10, A11, A12, A13, A14, A15**}
D = {**A11, A12, A13, A14, A15,** R11**, R12, R13, R14, R15, Y11, Y12, Y13, Y14, Y15, V11, V12, V13, V14, V15**}

Los elementos comunes en estos conjuntos corresponden a la intersección:

$A \cap D$ = {A**11, A12, A13, A14, A15**}

Es decir, la intersección entre A y D se interpreta como "las cartas de color azul que son mayores a 10."

El evento posee 5 puntos muestrales.

Respuesta: Opción B) 5

Pregunta 55

¿Cuántos puntos muestrales tiene el evento $B \cup C$?

R/ ☐☐☐☐,☐☐

Solución.

Unión de eventos.
Si A y B son eventos de un espacio muestral S, la ocurrencia del evento A o del evento B (o de ambos), corresponde a los que se denomina *unión* de los eventos A y B, se denota con $A \cup B$, e incluye a los puntos muestrales de A y los de B.

Considere la baraja descrita en el contexto del ítem:

Cartas color azul: A**1, A2, A3, A4, A5, A6, A7, A8, A9, A10, A11, A12, A13, A14, A15**
Cartas color rojo: R**1, R2, R3, R4, R5, R6, R7, R8, R9, R10, R11, R12, R13, R14, R15**
Cartas color amarillo: Y1, Y2, Y3, Y4, Y5, Y6, Y7, Y8, Y9, Y10, Y11, Y12, Y13, Y14, Y15
Cartas color verde: V**1, V2, V3, V4, V5, V6, V7, V8, V9, V10, V11, V12, V13, V14, V15**

Se tienen los siguientes eventos

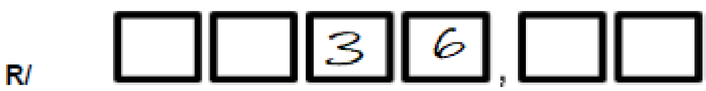
B= {**A1,A3 , A5, A7, A9, A11, A13, A15, R1, R3, R5, R7, R9, R11, R13, R15,** Y1, Y3, Y5, Y7, Y9, Y11, Y13, Y15, V**1, V3, V5, V7, V9, V11, V13, V15**}
C = { **A1, A5, A10, A15, R1, R5, R10, R15,** Y1, Y5, Y10, Y15, **V1, V5, V10, V15**}

$B \cup C$ = {**A1, A3 , A5, A7, A9, A10, A11, A13, A15, R1, R3, R5, R7, R9, R10, R11, R13, R15,** Y1, Y3, Y5, Y7, Y9, Y10, Y11, Y13, Y15, **V1, V3, V5, V7, V9, V10, V11, V13, V15**}

La unión de los eventos B y C se puede interpretar como “las cartas que tengan un número impar o que el número sea divisible por 5”. En este caso, los elementos del conjunto B se le agregaron las cartas con el número 10 (divisible por 5).

El evento posee 36 puntos muestrales.

Respuesta: 36



Pregunta 56

Considere las siguientes proposiciones:

I. Los eventos *A* y *D* son mutuamente excluyentes.
II. El complemento del evento *A*, con respecto al espacio muestral, tiene 45 puntos muestrales.

De ellas ¿cuál o cuáles son verdaderas?

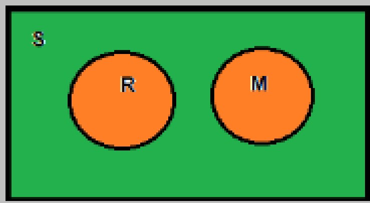
A) Ambas
B) Ninguna
C) Solo la I
D) Solo la II

Solución.
Para evaluar las proposiciones de debe considerar la baraja del contexto:

Cartas color azul: A**1, A2, A3, A4, A5, A6, A7, A8, A9, A10, A11, A12, A13, A14, A15**
Cartas color rojo: R**1, R2, R3, R4, R5, R6, R7, R8, R9, R10, R11, R12, R13, R14, R15**
Cartas color amarillo: Y1, Y2, Y3, Y4, Y5, Y6, Y7, Y8, Y9, Y10, Y11, Y12, Y13, Y14, Y15
Cartas color verde: V**1, V2, V3, V4, V5, V6, V7, V8, V9, V10, V11, V12, V13, V14, V15**

Proposición I: “Los eventos *A* y *D* son mutuamente excluyentes”

Eventos mutuamente excluyentes
Si *R* y *M* son eventos de un espacio muestral *S*, se dice que los eventos *R* y M son mutuamente excluyentes si no tienen puntos muestrales en común, es decir R∩M=∅.



Considerando la baraja descrita en el contexto del ítem, se tienen los siguientes eventos

A= {**A1, A2, A3, A4, A5, A6, A7, A8, A9, A10, A11, A12, A13, A14, A15}**
D = {**A11, A12, A13, A14, A15,** R**11, R12, R13, R14, R15, Y11, Y12, Y13, Y14, Y15, V11, V12, V13, V14, V15**}

Note que estos eventos tienen en común los siguientes puntos muestrales {**A11, A12, A13, A14, A15**}. Por lo tanto, como la intersección no es vacía, entonces A y D no son eventos no son excluyentes. La proposición I es falsa.

Proposición II: “El complemento del evento A, con respecto al espacio muestral, tiene 45 puntos muestrales.”

Complemento
Si *A* es un evento de un espacio muestral S, la no ocurrencia del evento *A* se interpreta como la ocurrencia del *complemento* de *A*, y se representa con A^{C}. Este incluye los puntos muestrales que no están en *A*.

El evento A contiene los siguientes puntos muestrales:

A= {**A1, A2, A3, A4, A5, A6, A7, A8, A9, A10, A11, A12, A13, A14, A15**}

La baraja contiene 60 cartas, 15 de cada color (60 puntos muestrales) y el evento A posee 15 puntos muestrales; por lo tanto, el complemento de A viene dado por las 15 cartas de los otros tres colores (amarillo, rojo y verde), es decir, 45 puntos muestrales.

La proposición II es verdadera.

Respuesta: Opción D) Solo la II

Pregunta 57

Considere la siguiente Información:

La siguiente tabla muestra los datos correspondientes a la cantidad de hogares que hay en 4 países y a la cantidad de esos hogares que poseen el servicio de televisión por cable:

País	Cantidad de hogares (en millones)	Cantidad de hogares(en millones) que poseen el servicio de televisión por cable
J	48	21
F	24,5	22
S	4,4	4,0
N	2	0,9

De acuerdo con la información anterior, si una empresa desea establecerse en el país en el cual tenga la mayor probabilidad de elegir al azar un hogar con televisión por cable, entonces, ¿en cuál país debe establecerse la empresa?

A) J
B) F
C) S
D) N

Solución:
Para efectuar este ítem se debe emplear el concepto empírico o frecuencista de probabilidad:

Concepto empírico o frecuencista de probabilidad:
En una muestra aleatoria que incluye n elementos igualmente probables, de los cuales existe una frecuencia de k elementos a favor de evento A, se dice que la probabilidad de que el evento A ocurra (se representa con $P(A)$) y viene dada por la razón:

$$P(A) = \frac{frecuencia\ de\ resultados\ a\ favor\ de\ A}{tamaño\ de\ la\ muestra} = \frac{k}{n}$$

La empresa debe establecerse en el país que al elegir al azar un hogar haya mayor probabilidad de que este tenga televisión por cable, para determinar dicha probabilidad se parte de los datos proporcionados en la tabla de la siguiente manera:

$$Probabilidad\ de\ cada\ país = \frac{\text{Cantidad de hogares(en millones) que poseen el servicio de televisión por cable}}{\text{Cantidad de hogares (en millones)}}$$

$P(J) = \frac{21}{48} = 0{,}44$

$$P(F) = \frac{22}{24{,}5} = 0{,}90$$

$$P(S) = \frac{4}{4{,}4} = 0{,}91$$

$$P(N) = \frac{0{,}9}{2} = 0{,}45$$

La respuesta es el país S.

Respuesta: Opción C) S

Pregunta 58

Considere la siguiente información:

En una sección de sexto grado la maestra tiene cuatro cajas, cada una de un color diferente, en las cuatro hay chocolates de 4 tipos: *M*, *N*, *P* y *Q*. Los chocolates solo difieren en el sabor y están distribuidos de la siguiente forma:

Cajas	Tipos de Chocolate			
	M	N	P	Q
Gris	6	10	15	20
Azul	6	10	9	10
Verde	6	12	10	18
Amarilla	12	16	14	18

Si un estudiante puede sacar un chocolate al azar de una de las cajas y desea que sea del tipo *N*, entonces, ¿cuál caja tiene que escoger para tener la mayor probabilidad de obtener el tipo de chocolate deseado?

A) Gris
B) Azul
C) Verde
D) Amarilla

Solución
Para efectuar este ítem se debe recordar el concepto clásico de probabilidad:

> **Concepto clásico de probabilidad.**
> Si un experimento tiene n resultados igualmente probables (es decir el espacio muestral tiene n elementos) y un evento A cualquiera tiene a su favor k resultados ($k \leq n$) entonces se dice que la probabilidad de que el evento A ocurra (se representa con $P(A)$) viene dada por la razón
>
> $$P(A) = \frac{Número\ de\ resultados\ a\ favor\ de\ A}{Total\ de\ resultados\ del\ experimento} = \frac{k}{n}$$

Para poder emplear esta definición es importante conocer los totales de chocolates de cada una de las cajas:

Cajas	Tipos de Chocolate				**Total**
	M	**N**	P	Q	
Gris	6	**10**	15	20	**51**
Azul	6	**10**	9	10	**35**
Verde	6	**12**	10	18	**46**
Amarilla	12	**16**	14	18	**60**

De acuerdo a los datos de la tabla anterior se tiene para cada caja:

Caja gris:
En la caja gris hay en total 51 chocolates de los cuales 10 son del tipo N, así que la probabilidad viene dada por

$$P(Chocolate\ N) = \frac{10}{51} = 0{,}20$$

Caja azul:
En la caja azul hay en total 35 chocolates de los cuales 10 son del tipo N, así que la probabilidad viene dada por

$$P(Chocolate\ N) = \frac{10}{35} = 0{,}29$$

Caja verde:
En la caja verde hay en total 46 chocolates de los cuales 12 son del tipo N, así que la probabilidad viene dada por

$$P(Chocolate\ N) = \frac{12}{46} = 0{,}26$$

Caja amarilla:
En la caja amarilla hay en total 60 chocolates de los cuales 16 son del tipo N, así que la probabilidad viene dada por

$$P(Chocolate\ N) = \frac{16}{60} = 0{,}2\overline{6}$$

De acuerdo a cada una de las probabilidades calculadas, se concluye que el estudiante debe escoger la caja azul.

Respuesta: Respuesta B) Azul

Pregunta 59

Considere la siguiente información:

En una tienda se tiene un inventario de 1500 bolsos, de los cuales el 40% son negros y el 30% son de cuero. Además, un 5% de los 1500 bolsos son negros y de cuero. De acuerdo con la información anterior, si se selecciona al azar un bolso, entonces, ¿cuál es la probabilidad, en notación decimal, de que **no** sea de cuero ni negro?

R/ □□□□,□□

Solución

Para organizar mejor la información del problema y hacer un análisis más sencillo, los datos se pueden resumir en un cuadro o en un diagrama de Venn tal como se muestra a continuación.

Material del bolso	Color de bolso		Total (%)
	Negro (%)	Otro color (%)	
Cuero	5	25	30
Otro material	35	35	70
Total	40	60	100

Observe que solamente los valores sombreados fueron dados en el problema, los restantes fueron obtenidos por diferencia. Como en la tienda hay 1500 bolsos, en términos absolutos (cantidad de bolsos) se tiene la siguiente información:

Material del bolso	Color de bolso		**Total**
	Negro	Otro color	
Cuero	75	375	**450**
Otro material	525	525	**1050**
Total	**600**	**900**	**1500**

Ahora, considere los siguientes eventos:

Evento E: el bolso seleccionado sea de cuero
Evento N: el bolso seleccionado sea negro

Empleando la definición clásica de probabilidad, se tiene:

P(E) = $\frac{450}{1500} = 0{,}30$
P (N) =$\frac{600}{1500} = 0{,}40$
$P(E \cap N) = \frac{75}{1500} = 0{,}05$

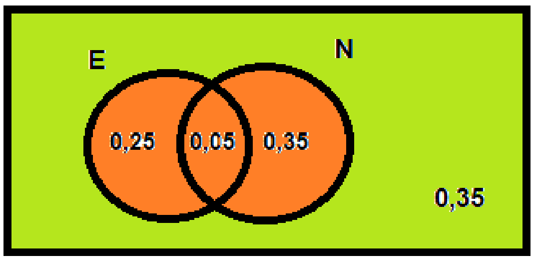
Por lo anterior, la probabilidad de $E \cup N$ se calcula por:

$$\begin{aligned} P(E \cup N) &= P(E) + P(N) - P(E \cap N) \\ &= 0{,}30 + 0{,}40 - 0{,}05 \\ &= 0{,}65 \end{aligned}$$

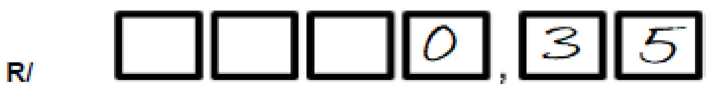
Como el ítem pregunta por la probabilidad de que el bolso **NO** sea negro o de cuero se necesita el complemento, es decir,

$$P(E \cup N)^C = 1 - P(E \cup N) = 1 - 0{,}65 = 0{,}35$$

El análisis anterior se puede representar mediante diagramas de Venn de la siguiente manera:



Respuesta: 0,35



Pregunta 60

Considere la siguiente información:

La siguiente tabla muestra los datos correspondientes a la cantidad, en millones, de personas sedentarias o activas, según sexo, en un país:

Categoría	Sexo		Total
	Hombres	Mujeres	
Sedentario	1,16	1,87	3,03
Activo	0,84	0,73	1,57
Total	2	2,6	4,6

De acuerdo con la información anterior, si se selecciona al azar una persona de ese país, entonces, ¿cuál es, aproximadamente, la probabilidad de que sea una persona activa o un hombre?

A) 0,34
B) 0,43
C) 0,59
D) 0,78

Solución
Considere los siguientes eventos

Evento A: activo
Evento H: hombre

Como el espacio muestral está compuesto de 4,6 (millones de personas), entonces empleando la definición clásica de probabilidad se tiene que:

P(A) = $\frac{1,57}{4,6} = 0,34$
P(H) = $\frac{2}{4,6} = 0,43$
$P(A \cap H)$ = $\frac{0,84}{4,6} = 0,18$ (hombres activos)

Por lo anterior, la probabilidad de $A \cup H$ se calcula por:

$$\begin{aligned} P(A \cup H) &= P(A) + P(H) - P(A \cap H) \\ &= 0,34 + 0,43 - 0,18 \\ &= 0,59 \end{aligned}$$

Es decir**,** al seleccionar al azar una persona de ese país, la probabilidad de que sea una persona activa o un hombre es igual a 0,59.

Respuesta: Opción C) 0,59