REFORMA DE LA EDUCACIÓN MATEMÁTICA EN COSTA RICA

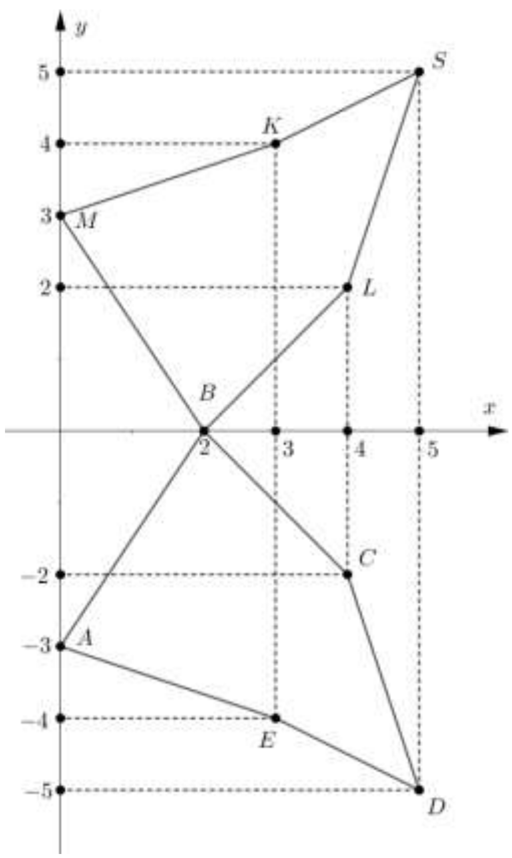
mep Ministerio de Educación Pública

www.reformamatematica.net

Homotecias, traslaciones, rotaciones y reflexiones.

En este documento usted podrá encontrar la solución de los ítems 13, 14, 15, 16, 17 y 18. A continuación se detalla cada solución:

Considere la siguiente representación gráfica para responder los ítems 13, 14 y 15:



Pregunta 13

Considere las siguientes proposiciones:

I. El punto L es homólogo con el punto $(-2\,,4)$, con respecto al eje "x".

II. Los polígonos $MBLSK$ y $ABCDE$ presentan simetría axial, con respecto al eje "y".

De ellas, ¿cuál o cuáles son verdaderas?

A) Ambas

B) Ninguna

C) Solo la I

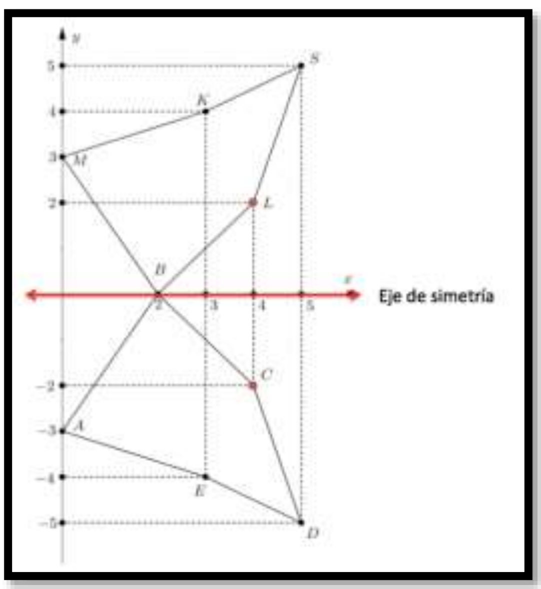
D) Solo la II

Solución

A continuación procederemos con el análisis de cada proposición.

- **Proposición I.** El punto L es homólogo con el punto $(-2\,,4)$, con respecto al eje "x".

La figura presenta un eje de simetría en el eje x.

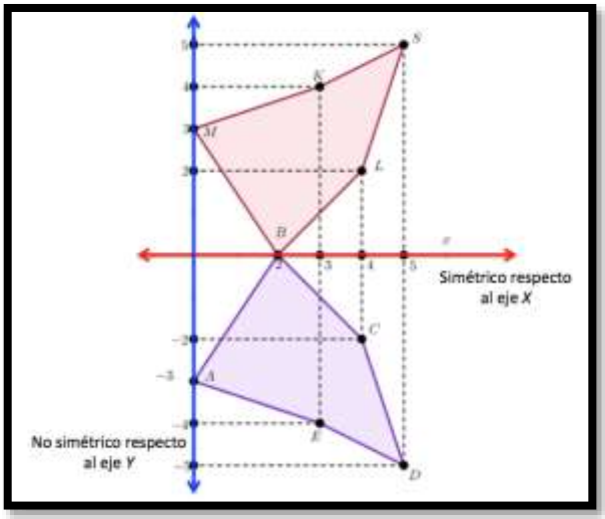


Por lo tanto, el punto homólogo a L es el punto C, cuyas coordenas son $(4,-2)$. La proposición indica que el punto homólogo se encuentra en $(-2\,,4)$, el orden de las coordenas es incorrecta.

Por lo tanto, <u>la I proposición es falsa.</u>

- **Proposición II.** Los polígonos $MBLSK$ y $ABCDE$ presentan simetría axial, con respecto al eje "y".

Al identificar los polígonos en la imagen, se puede determinar que la simetría axial que presentan es respecto al eje *"x"* y no respecto al eje "*y*" como señala el enunciado:



Se puede observar que las coordenadas de los vértices del polígono $MBLSK$ son $M(0\,,3), B(2\,,0), L(4\,,2), S(5\,,5)$ y $K(3\,,4)$.

Si se hace una reflexión con respecto al eje y, se obtienen los puntos $M'(0\,,3), B'(-2\,,0), L'(-4\,,2), S'(-5\,,5)$ y $K'(-3\,,4)$ y estos no corresponden con los puntos del polígono $ABCDE$ que vienen dadas por: $A(0\,,-3), B(2\,,0), C(4\,,-2), D(5\,,-5)$ y $E(3\,,-4)$.

Por lo tanto, <u>la II proposición es falsa.</u>

Respuesta: Opción B) Ninguna.

Pregunta 14

El ángulo homólogo con $\sphericalangle BLS$, con respecto al eje "x" es:

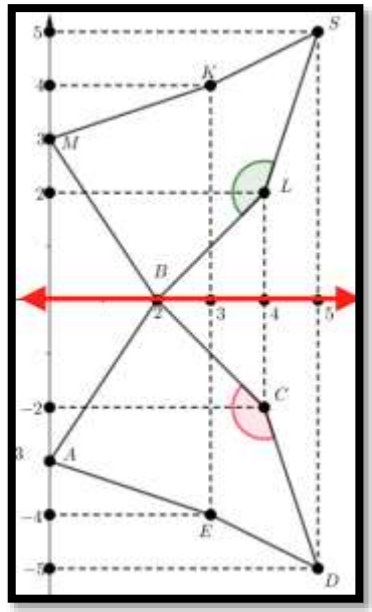
A) $\sphericalangle ABC$

B) $\sphericalangle LSK$

C) $\sphericalangle BCD$

D) $\sphericalangle MKS$

Solución



Al ubicar el ángulo $\sphericalangle BLS$ en la imagen, es rápidamente identificable su ángulo homólogo con respecto al eje "x" y corresponde al $\sphericalangle BCD$.

Nota:

Si se efectúa una reflexión de los puntos $B(2\,,0), L(4\,,2)$ y $S(5\,,5)$ con respecto al eje x, sus imágenes son $(2\,,0), (4\,,-2)$ y $(5\,,-\,5)$ las cuales corresponden a las coordenadas de los puntos B, C y D.

Por lo tanto el ángulo homólogo al $\sphericalangle BLS$ es el $\sphericalangle BCD$.

Respuesta: Opción C) $\sphericalangle BCD$

Pregunta 15

Considere las siguientes proposiciones:

I. El punto homólogo de A es K, con respecto al eje "x".

II. El segmento homólogo de $\overline{ED}$ es $\overline{KS}$, con respecto al eje "x".

De ellas, ¿cuál o cuáles son verdaderas?

A) Ambas

B) Ninguna

C) Solo la I

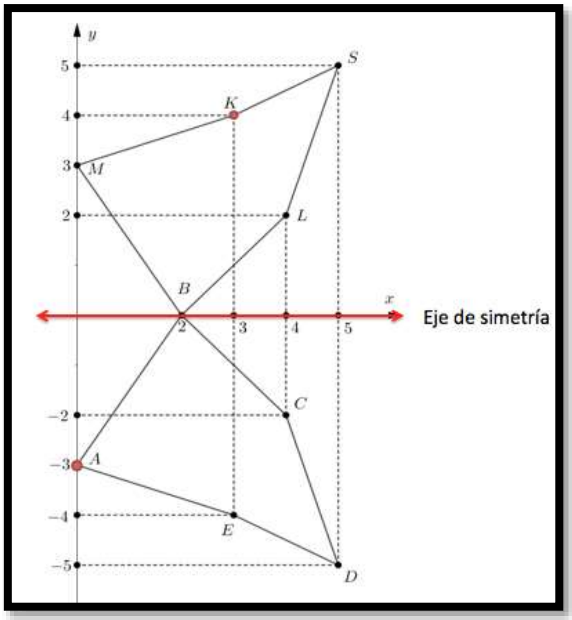
D) Solo la II

Solución

A continuación procederemos con el análisis de cada proposición.

- **Proposición I.** El punto homólogo de A es K, con respecto al eje "x".

Observe la siguiente imagen:

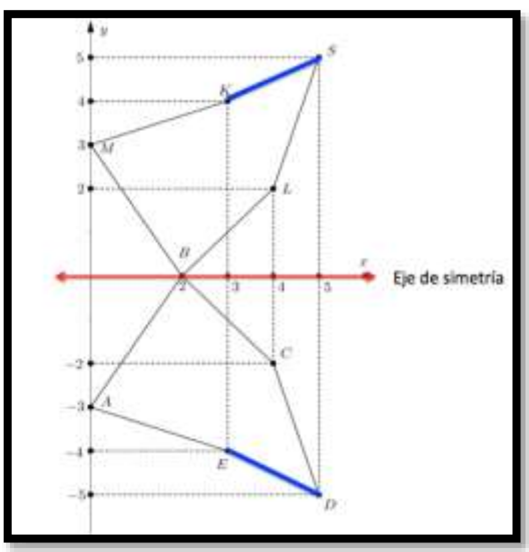


Las coordenadas de A son $(0\,,-3)$. El homólogo de A, con respecto al eje x tiene coordenadas $(0\,,3)$, las cuales no corresponden a las coordenadas del punto $K(3\,,4)$.

Por lo tanto, <u>la I proposición es falsa.</u>

- **Proposición II.** El segmento homólogo de $\overline{ED}$ es $\overline{KS}$, con respecto al eje "x".

Observe la siguiente imagen:

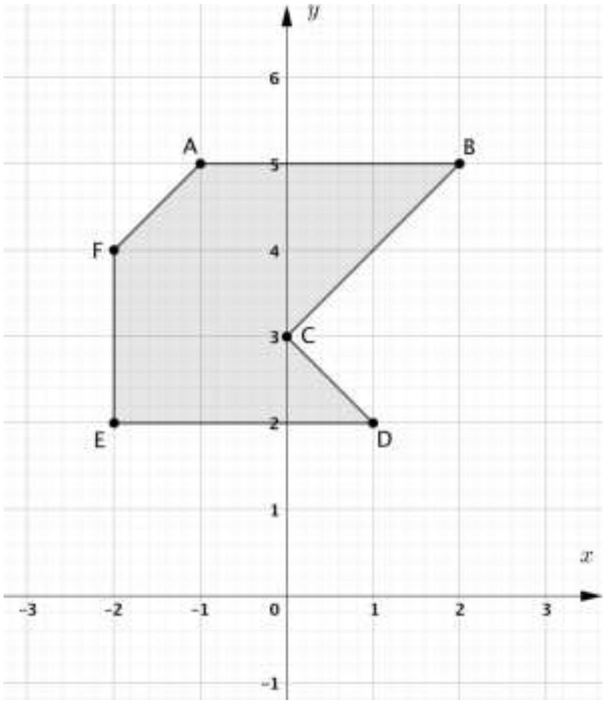


Las coordenadas de E son $(3\,,-4)$, y las de D son $(5\,,-5)$. Sus homólogos respecto al eje x son los puntos cuyas coordenadas, respectivamente son $(3\,,4)$ y $(5\,,5)$, que corresponden efectivamente a los puntos K y S. Se deduce entonces que el segmento homólogo de $\overline{ED}$ con respecto al eje x es el $\overline{KS}$.

Por lo tanto, <u>la II proposición es verdadera.</u>

Respuesta: Opción D) Solo la II.

Considere la siguiente representación gráfica para responder a los ítems 16 y 17:



Cada □ representa un cuadrado de lado una unidad.

Pregunta 16

Al reflejar el polígono $ABCDEF$, con respecto a la recta dada por $x = y$, se obtiene el polígono $A'B'C'D'E'F'$. Entonces el punto F' corresponde a

A) $(2\,,-4)$

B) $(-2\,,4)$

C) $(4\,,-2)$

D) $(-4\,,2)$

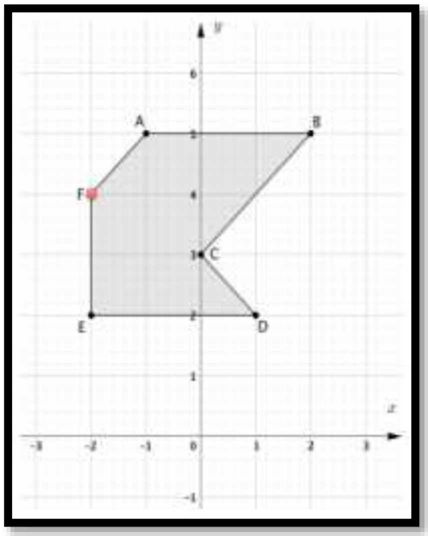
Video de ayuda

Puede complementar su estudio con un video explicativo accediendo al siguiente enlace:

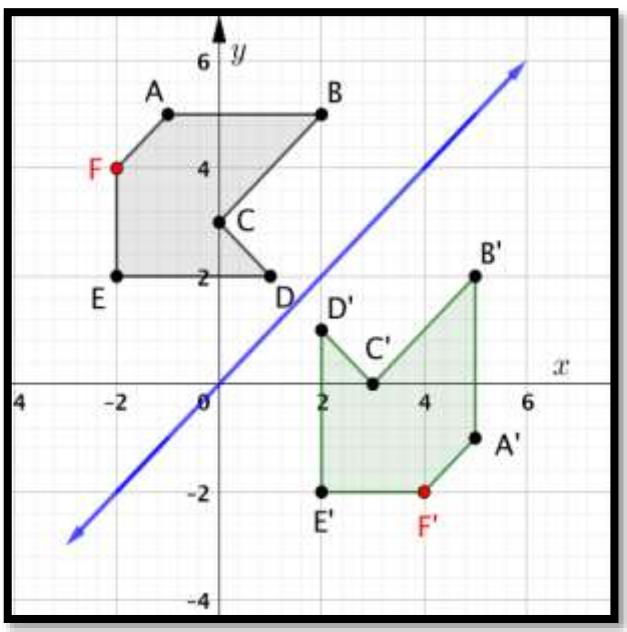
https://youtu.be/gmwcmmfkcPo

Solución

Las coordenadas del punto F son $(-2\,,4)$.



Al hacer una reflexión con respecto a la recta $x = y$, su imagen es el punto $F'(4\,,-2)$, pues sus coordenadas se "intercambian". Como se puede visualizar en la siguiente imagen:



Respuesta: Opción C) $(4\,,-2)$

Pregunta 17

Si al trasladar el polígono $ABCDEF$, dos unidades hacia la izquierda (horizontalmente) y cuatro unidades hacia arriba (verticalmente), se obtiene el polígono $A''B''C''D''E''F''$, entonces, ¿cuáles son las coordenadas del punto C''?

A) $(2\,,7)$

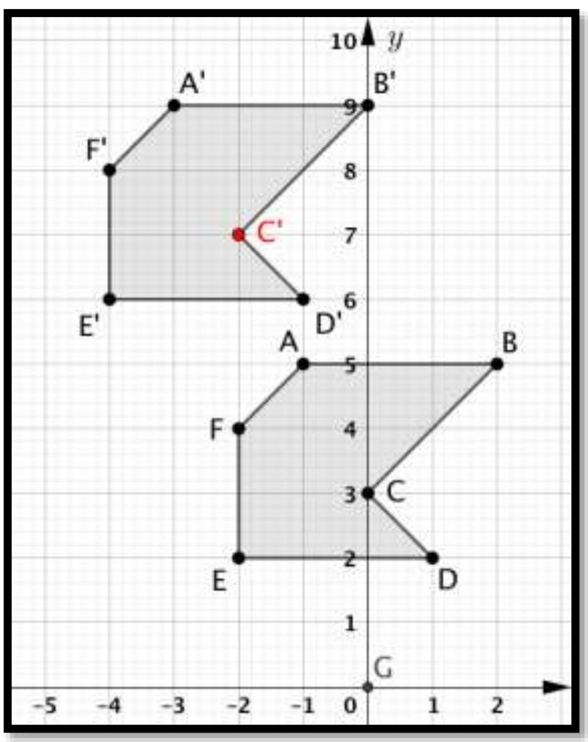
B) $(2\,,-1)$

C) $(-2\,,7)$

D) $(-2\,,-1)$

Solución

Trasladar el polígono $ABCDEF$ dos unidades hacia la izquierda (horizontalmente) y cuatro unidades hacia arriba (verticalmente), *implica restar dos unidades a cada una de las abscisas (x) y sumar cuatro unidades a cada de las ordenadas (y)* , de las coordenadas de sus vértices. En la figura se puede ver dicha transformación:

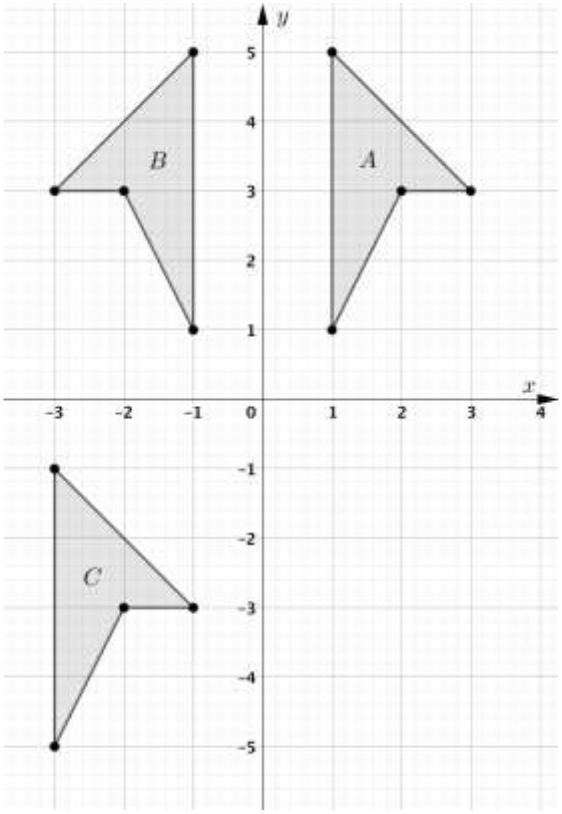


Esto significa que la imagen del punto $C(0\,,3)$ es $C''(0-2\,,3+4)$, o sea, $C''(-2\,,7)$

Respuesta: Opción C) $(-2\,,7)$

Pregunta 18

Considere la siguiente representación gráfica:



Cada ☐ representa un cuadrado de lado una unidad.

De acuerdo con la información anterior, considere las siguientes proposiciones:

I. La figura B se puede obtener al aplicarle una homotecia de razón $K = -1$ a la figura A.

II. La figura C se puede obtener al aplicarle una rotación de 180º, con centro en el origen, a la figura A.

De ellas, ¿cuál o cuáles son verdaderas?

A) Ambas

B) Ninguna

C) Solo la I

D) Solo la II

Solución

Para resolver el ítem se debe verificar cada una de las proposiciones:

Proposición I.

La figura B se puede obtener al aplicarle una homotecia de razón $K = -1$ a la figura A.

Considere los vértices de la figura A: R $(1\,,1)$, S$(1\,,5)$, $T(3\,,3)$ y $U(2\,,3)$. Si se aplica una homotecia de centro en el origen y razón k = -1 los puntos que se obtienen son:

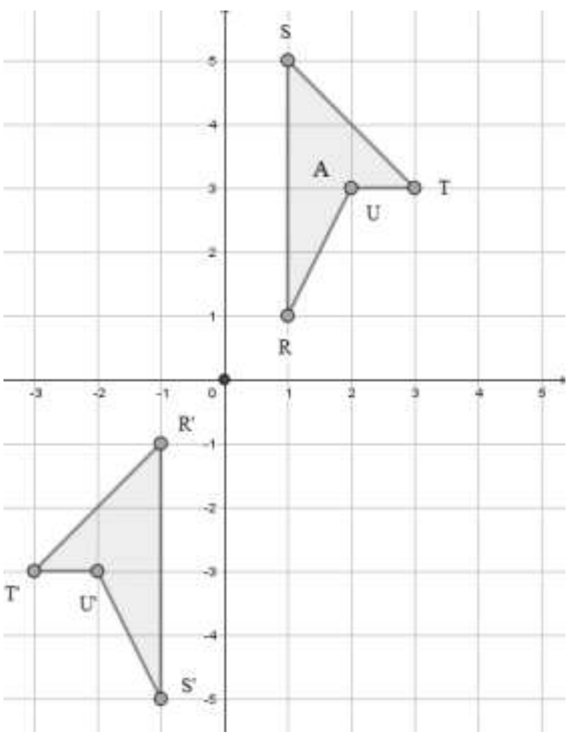
R' $(-1 \cdot 1, -1 \cdot 1)$ =R'$(-1, -1)$

S' $(-1 \cdot 1, -1 \cdot 5)$ = S'$(-1, -5)$

T'$(-1 \cdot 3, -1 \cdot 3)$ = T'$(-3, -3)$

U'$(-1 \cdot 2, -1 \cdot 3)$ = U' $(-2, -3)$

Por tanto, se obtiene la figura



Homotecias

Teorema
Si H es una homotecia de centro O (0, 0) y razón k entonces el homólogo de P(a, b) es P´(ka, kb); es decir

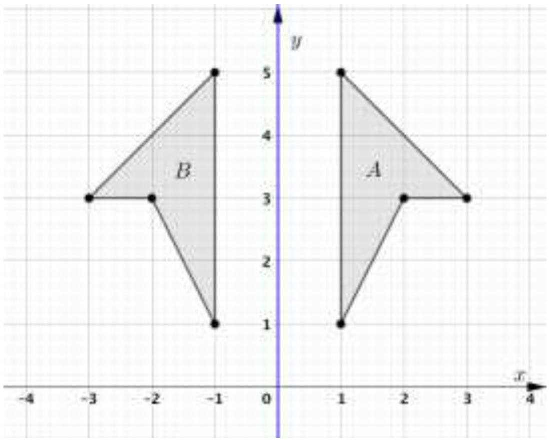
H(a, b) = (ka, kb)

Video de ayuda

Puede complementar su estudio con un video explicativo accediendo al siguiente enlace:

https://youtu.be/0IB3gf2wWNI

Observe que la figura B corresponde a la imagen de una reflexión de la figura A con respecto al eje y. Esta transformación se puede ver en la figura siguiente:



La proposición I es falsa.

Proposición II.

La figura C se puede obtener al aplicarle una rotación de 180º, con centro en el origen, a la figura A.

Considere los vértices de la figura A:

R $(1\ ,1)$, S$(1\ ,5)$, $T(3\ ,3)$ y $U(2\ ,3)$. Si se aplica una rotación de 180° con centro en el origen

R'$(-1,-1)$

S'$(-1,-5)$

T'$(-3,-3)$

U' $(-2,-3)$

Por tanto, se obtiene la figura

Rotaciones

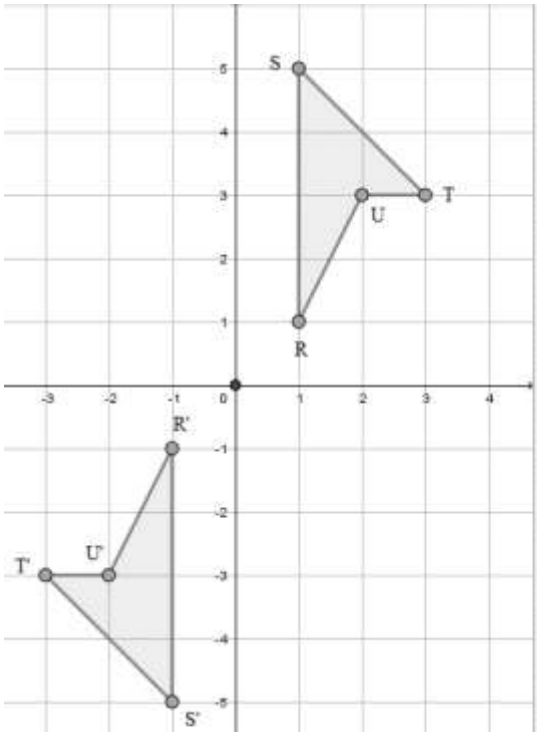
Homólogo bajo una rotación

Si R es una rotación con centro en el origen de coordenadas O (0, 0) y amplitud θ, entonces el homólogo de P(x, y) es

$$R(P(x,y)) = P'((cos\theta)x - (sen\theta)y, (sen\theta)x + (cos\theta)y)$$

Si rotamos el punto $P(x,y)$ con respecto al origen (0, 0) en un ángulo de giro de 90º, 180º, 270º o 360º, las coordenadas de los puntos obtenidos están dados en la siguiente tabla:

Punto	**90°**	**180°**	**270°**	**360°**
$P(x,y)$	$P'(-y,x)$	$P'(-x,-y)$	$P'(y,-x)$	$P'(x,y)$



Observe que la figura C se puede obtener al aplicarle una traslación de 6 unidades hacia abajo (verticalmente) y 4 unidades a la izquierda (horizontalmente) a la figura A. Por lo tanto, la proposición II es falsa.

Respuesta: Opción B) Ninguna.

Video de ayuda

Puede complementar su estudio con un video explicativo accediendo al siguiente enlace:

https://youtu.be/gmwcmmfkcPo