

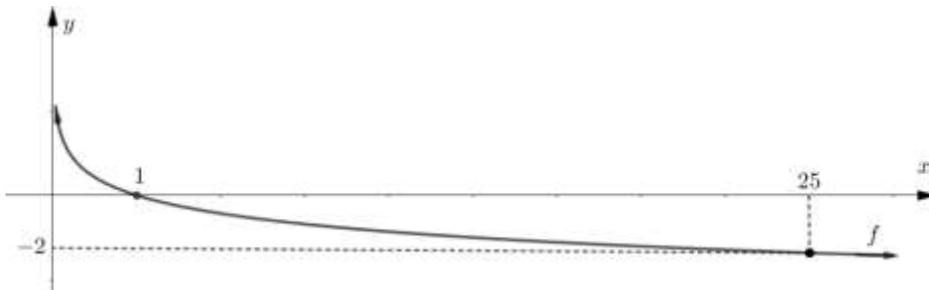


## Función exponencial y logarítmica.

En este documento usted podrá encontrar la solución de los ítems 34, 38 y 39. A continuación se detalla cada solución:

### Pregunta 34

Considere la siguiente representación gráfica de la función logarítmica  $f$ , dada por  $f(x) = \log_a(x)$ :



De acuerdo con la información anterior, el valor de "a" corresponde a:

- A) 5
- B)  $\frac{1}{5}$
- C) 25
- D)  $\frac{1}{25}$

#### Características de una función logarítmica

La función logarítmica  $f: A \rightarrow B$ ,  
 $f(x) = \log_a x, a > 0, a \neq 1$   
tiene las siguientes características:

- Dominio es  $\mathbb{R}^+$
- Rango es  $\mathbb{R}$
- No interseca al eje y
- Interseca al eje x en el punto (1,0)
- Si  $a > 1$  es creciente
- Si  $0 < a < 1$  es decreciente

## Solución.

### Estrategia I.

De la gráfica se deduce que  $f(25) = -2$ . Esto significa que:

$$\log_a 25 = -2$$

Utilizando la definición de logaritmo, se tiene que:

$$a^{-2} = 25$$

$$\frac{1}{a^2} = 25$$

$$\sqrt{\frac{1}{a^2}} = \sqrt{25}$$

$$\frac{1}{a} = 5 \text{ pues } a > 0$$

$$a = \frac{1}{5}$$

Nota:  $\sqrt{a^2} = |a| = a$  si  $a$  es mayor o igual a cero.

**Respuesta:** Opción B)  $\frac{1}{5}$

### Estrategia II.

De la gráfica se deduce que  $f(25) = -2$ . Por lo que basta con sustituir los valores de  $a$  dados en las opciones en la ecuación  $\log_a 25 = -2$  y la que dé una expresión verdadera es la correcta, como se muestra a continuación

Opción A. $a = 5$ $\text{¿} \log_5 25 = -2?$ $2 \neq -2$ No es correcto	Opción B. $a = \frac{1}{5}$ $\text{¿} \log_{\frac{1}{5}} 25 = -2?$ $-\frac{1}{5} = -2$ Si es correcto	Opción C. $a = 25$ $\text{¿} \log_{25} 25 = -2?$ $1 \neq -2$ No es correcto	Opción D. $a = \frac{1}{25}$ $\text{¿} \log_{\frac{1}{25}} 25 = -2?$ $-1 \neq -2$ No es correcto
--	--	--	---

Nota:  $\log_{\frac{1}{5}} 25 = \log_{\frac{1}{5}} 5^2 = \log_{\frac{1}{5}} \left(\frac{1}{5}\right)^{-2} = -2 \log_{\frac{1}{5}} \frac{1}{5} = -2$  pues  $\log_b b = 1$  si  $b > 0, b \neq 1$

**Respuesta:** Opción B)  $\frac{1}{5}$

### Pregunta 38

¿Cuál es la solución de la ecuación  $3^{2x-1} = 5^{4(x+2)}$ ?

A)  $\frac{8 \log(5) + \log(3)}{2 \log(3) - 4 \log(5)}$

B)  $\frac{2 \log(5) + \log(3)}{2 \log(3) - 4 \log(5)}$

C)  $\frac{8 \log(5) - \log(3)}{2 \log(3) - 4 \log(5)}$

D)  $\frac{2 \log(5) - \log(3)}{2 \log(3) - 4 \log(5)}$

#### Propiedades de logaritmos

- $\log_a(x \cdot y) = \log_a x + \log_a y$
- $\log_a\left(\frac{x}{y}\right) = \log_a x - \log_a y$
- $\log_a(x^n) = n \cdot \log_a x$

#### Solución.

Aplicando logaritmo ambos lados de la ecuación, se obtiene:

$$3^{2x-1} = 5^{4(x+2)}$$

$$\log 3^{2x-1} = \log 5^{4(x+2)}$$

$$(2x - 1)\log 3 = 4(x + 2)\log 5$$

$$2x\log 3 - \log 3 = 4x\log 5 + 8\log 5$$

$$2x\log 3 - 4x\log 5 = 8\log 5 + \log 3$$

$$x(2\log 3 - 4\log 5) = 8\log 5 + \log 3$$

$$x = \frac{8\log 5 + \log 3}{2\log 3 - 4\log 5}$$

Respuesta: Opción A)  $\frac{8\log 5 + \log 3}{2\log 3 - 4\log 5}$

---

### Pregunta 39

Considere las siguientes proposiciones:

I.  $\log(x + 4) + \log(3x + 5) = \log(4x + 9)$

II.  $\log(x^{40}) + 3 \log(x^{10}y^{20}) = \log(x^{70}y^{20})$

De ellas, ¿cuál o cuáles son verdaderas?

- A) Ambas
- B) Ninguna
- C) Solo la I
- D) Solo la II

#### Propiedades de logaritmos

- $\log_a(x \cdot y) = \log_a x + \log_a y$
- $\log_a\left(\frac{x}{y}\right) = \log_a x - \log_a y$
- $\log_a(x^n) = n \cdot \log_a x$

#### Solución.

En la proposición I, se asume que para sumar logaritmos, se suman los términos semejantes de sus argumentos, cuando lo correcto es que se multiplican:

$$\log(x + 4) + \log(3x + 5) = \log[(x + 4)(3x + 5)] = \log(3x^2 + 17x + 20)$$

Por lo tanto, la proposición I es falsa.

Aplicando leyes de logaritmos en el término de la izquierda en la proposición II, se tiene que:

$$\begin{aligned} \log(x^{40}) + 3\log(x^{10}y^{20}) &= \log(x^{40}) + \log(x^{10}y^{20})^3 \\ &= \log(x^{40}) + \log(x^{30}y^{60}) \\ &= \log[(x^{40})(x^{30}y^{60})] \\ &= \log[x^{70}y^{60}] \end{aligned}$$

Por lo tanto, la proposición II es falsa.

**Respuesta:** Opción B) Ninguna.