REFORMA DE LA EDUCACIÓN MATEMÁTICA EN COSTA RICA

mep Ministerio de Educación Pública

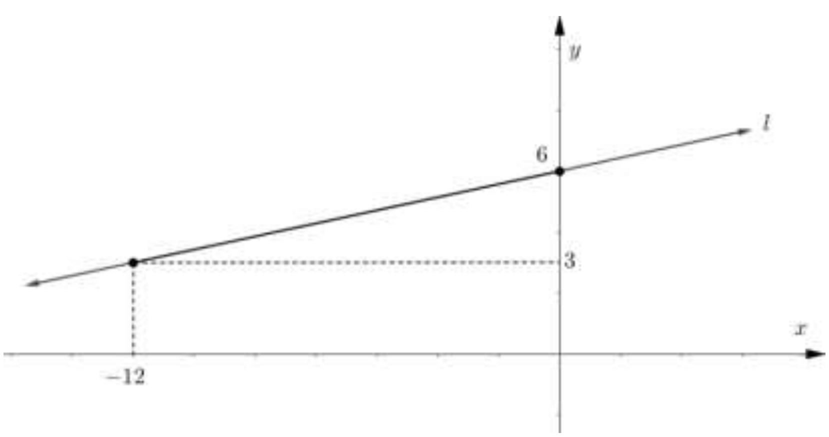
www.reformamatematica.net

Función lineal y cuadrática.

En este documento usted podrá encontrar la solución de los ítems 31, 32, 33, 35, 36 y 37. A continuación se detalla cada solución:

Pregunta 31

Considere la siguiente representación gráfica de una recta l:



De acuerdo con la información anterior, la ecuación de l corresponde a

A) $y = \frac{x}{4} + 6$

B) $y = 4x + 6$

C) $y = \frac{-x}{6} + 1$

D) $y = \frac{-x}{4} + 6$

Cálculo de ecuación de la recta

Recuerde que dados dos puntos (x_1, y_1) y (x_2, y_2) de una recta con ecuación $y = mx + b$, se puede calcular el valor de m y b utilizando las siguientes fórmulas:

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

$$b = y_1 - mx_1 \text{ o } b = y_2 - mx_2$$

Solución.

La recta l pasa por los puntos $(-12\ ,\ 3)$ y $(0\ ,\ 6)$. Para obtener su pendiente se procede así:

$$m = \frac{6 - 3}{0 - -12} = \frac{1}{4}$$

Como el valor de b corresponde al corte con el eje y, en este caso $6,$ la ecuación de la recta es:

$$y = \frac{x}{4} + 6$$

Respuesta: Opción D) $y = \frac{x}{4} + 6$

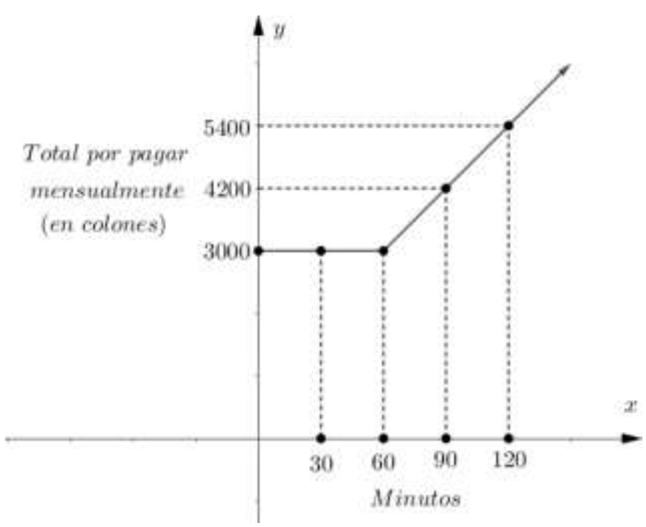
Video de ayuda

En este video encontrará un problema que se resuelve averiguando la ecuación de una recta.

https://youtu.be/SXr3sdR7xBo

Pregunta 32

La siguiente representación gráfica muestra el total por pagar en colones, por un cliente de telefonía fija, de acuerdo con la cantidad de minutos consumidos en las llamadas en un mes. La tarifa mínima por pagar es de ¢3 000.



De acuerdo con la información anterior, ¿en cuál de los siguientes intervalos de tiempo, en minutos, se pagaría ¢3 000 en total?

A) $[0\,,90]$

B) $[30\,,50]$

C) $[20\,,90]$

D) $[30\,,120]$

Solución.

Según se observa en la gráfica, la función es constante durante la primera hora. Entonces, por cualquier intervalo de tiempo de llamada incluido en $[0\,,60]$ se paga 3000 colones. En particular, en el intervalo $[30\,,50]$, que es la respuesta correcta.

Respuesta: Opción B) $[30\,,50]$

Videos de ayuda

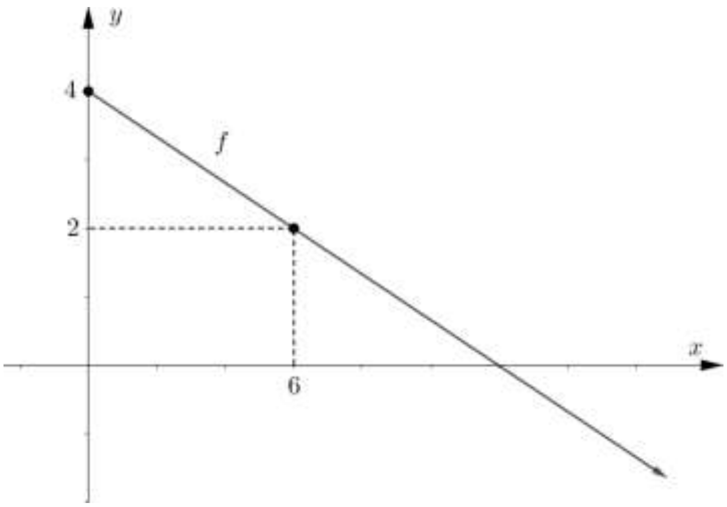
En estos videos encontrará problemas resueltos donde se utiliza una función lineal

https://youtu.be/eXNOgmkqToo

https://youtu.be/ZoBZRXGSbr4

Pregunta 33

Considere la siguiente representación gráfica de la función lineal f:



De acuerdo con la información anterior, considere las siguientes proposiciones:

I. $f(0) = 4$

II. La gráfica de f interseca el eje "x" en $(8\,,0)$.

De ellas, ¿cuál o cuáles son verdaderas?

A) Ambas

B) Ninguna

C) Solo la I

D) Solo la II

Características de una función lineal

La función lineal $f: A \to B$,

$$f(x) = mx + b$$

tiene las siguientes características:

- Dominio es $\mathbb{R}$
- Rango es $\mathbb{R}$
- Interseca al eje y en el punto $(0, b)$
- Interseca al eje x en el punto $\left(\frac{-b}{m}, 0\right)$
- Si $m > 0$ es creciente
- Si $m < 0$ es decreciente
- Si $m = 0$ es constante

Solución.

De la figura se deduce que el punto $(0\,,4)$ pertenece a la gráfica de la función. Por lo tanto $f(0) = 4$. La proposición I es verdadera.

Como $f(6) = 2$, podemos usar los pares ordenados $(0\,,4)$ y $(6\,,2)$ para obtener el valor de la pendiente de la recta:

$$m = \frac{2-4}{6-0} = \frac{-1}{3}$$

Como el valor de b corresponde al corte con el eje y, en este caso 4, el criterio de f es:

$$f(x) = \frac{-x}{3} + 4$$

La intersección con el eje x es el punto $\left(\frac{-b}{m}, 0\right) = \left(\frac{-4}{\frac{-1}{3}}, 0\right) = (12{,}0)$. Por lo tanto la proposición II es falsa.

Respuesta: Opción C) Solo la I

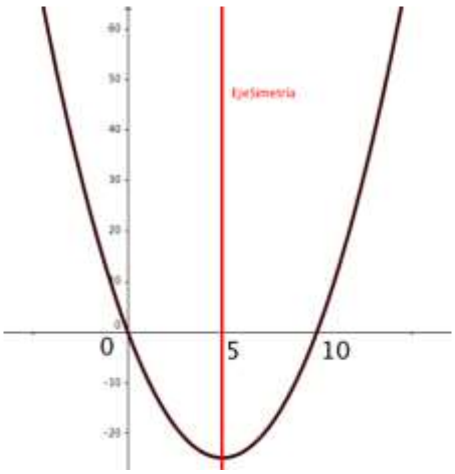
Pregunta 35

Sea f una función cuadrática cuya gráfica interseca al eje "x" en $(0\,,0)$ y $(10\,,0)$. Si el vértice de f corresponde al punto $(m\,,n)$, entonces, ¿cuál es el valor de "m"? (si el valor de m es entero deje los campos correspondientes a los decimales vacíos)

R/ $\square\square\square\square\,,\square\square$

Solución.

Como f interseca el eje x en $(0\,,0)$ y $(10\,,0)$, significa que el eje de simetría pasa por el punto medio del segmento que une estos puntos, esto es $x = 5$, que corresponde a la abscisa del vértice. Entonces el valor de m es 5. Gráficamente lo que sucede es lo siguiente:



Características de una función cuadrática

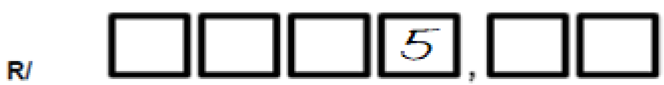
La función cuadrática $f\colon A \to B$,

$$f(x) = ax^2 + bx + c, a \neq 0$$

tiene las siguientes características:

- Dominio es $\mathbb{R}$
- Si $a > 0$ el rango es $\left[\frac{-\Delta}{4a}, +\infty\right[$
- Si $a < 0$ el rango es $\left]-\infty, \frac{-\Delta}{4a}\right]$
- Interseca al eje y en $(0, c)$
- Interseca al eje x en los valores donde se cumple que $ax^2 + bx + c = 0$.
- Si $a > 0$ es cóncava hacia arriba
- Si $a < 0$ es cóncava hacia abajo
- El vértice es $\left(\frac{-b}{2a}, \frac{-\Delta}{4a}\right)$
- $\Delta = b^2 - 4ac$ es el discriminante

Respuesta:



Pregunta 36

Considere la siguiente información:

Durante las fiestas se cobró el parqueo como parte de la recolección de fondos. Por un día de parqueo, cada carro pagaba ¢5 000 y cada moto ¢2 000. En el primer día llegó un total de 43 vehículos, entre motos y carros, y se obtuvo un ingreso de ¢161 000 por concepto de parqueo. De acuerdo con la información anterior, ¿cuántas motos utilizaron el parqueo el primer día?

A) 18

B) 20

C) 23

D) 35

Video de ayuda

En este video encontrará otro problema de sistemas de ecuaciones y su respectiva explicación

https://youtu.be/iBOsYozZfAQ

Solución.

De los datos proporcionados se puede establecer el siguiente sistema de ecuaciones:

$$\begin{cases} 5\,000c + 2\,000m = 161\,000 \\ c + m = 43 \end{cases}$$

en donde *c* representa la cantidad de carros y *m* la cantidad de motos.

Si se sustituye el valor $c = 43 - m$ en la primera ecuación, se obtiene:

$$5\,000(43 - m) + 2\,000m = 161\,000$$

$$215\,000 - 5\,000m + 2\,000m = 161\,000$$

$$-3\,000m = -54\,000$$

$$m = 18$$

Respuesta: Opción A) **18**

Pregunta 37

Considere la siguiente información:

Un empresario estima que el ingreso diario "$I(x)$", en miles de colones, por la venta de un producto, está dado por $I(x) = 100x - 0{,}25x^2$, donde "x" representa la cantidad de unidades vendidas diariamente, con $x > 0$.

De acuerdo con la información anterior, ¿cuál es el ingreso diario máximo, en miles de colones, que puede obtener el empresario por la venta de ese producto?

A) 200

B) 400

C) 10 000

D) 40 000

Características de una función cuadrática

La función cuadrática $f\colon A \to B$,

$$f(x) = ax^2 + bx + c, a \neq 0$$

tiene las siguientes características:

- Si $a > 0$ el vértice $\left(\frac{-b}{2a}, \frac{-\Delta}{4a}\right)$ es un punto de mínimo
- Si $a < 0$ el vértice $\left(\frac{-b}{2a}, \frac{-\Delta}{4a}\right)$ es un punto de máximo.

Solución.

Estrategia I

En este caso el problema pregunta por el valor máximo.

Se encuentra el valor del eje de simetría $x = \frac{-b}{2a}$:

$$x = \frac{-100}{2 \cdot -0{,}25} = 200$$

Luego, se sustituye este valor en la función

$$I(x) = 100x - 0{,}25x^2$$

$$I(200) = 100 \cdot 200 - 0{,}25 \cdot 200^2$$

$$= 10\ 000$$

Respuesta: Opción C) 10 000

Estrategia II

Otra opción, es hallando el valor de la ordenada del vértice $\left(\frac{-b}{2a}, \frac{-\Delta}{4a}\right)$, es decir

$$y = \frac{-\Delta}{4a} = \frac{-(b^2 - 4ac)}{4a}$$

$$y = \frac{-(100^2 - 4 \cdot -0{,}25 \cdot 0)}{4 \cdot -0{,}25} = 10\ 000$$

Respuesta: Opción C) 10000

Videos de ayuda

En estos videos encontrará otra aplicación de la función cuadrática:

https://youtu.be/mIjzWJlh1i4

https://youtu.be/nY8oOD26xY8