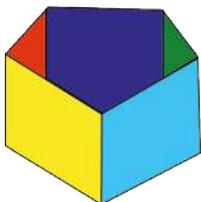


# Reforma de la Educación Matemática en Costa Rica



[www.reformamatematica.net](http://www.reformamatematica.net)



## Uso de Sitios Web en la enseñanza Secundaria



Imagen cortesía de xedos4 at FreeDigitalPhotos.net

**Curso bimodal de capacitación para docentes de Secundaria:  
Uso de tecnología y Uso de historia de las Matemáticas.  
2013**

## Introducción

Actualmente el Internet ofrece una gran gama de opciones de todo tipo y la Educación Matemática no deja de ser uno de las áreas donde se han desarrollado sitios web que permiten a los y las docentes poder introducir, explicar y reforzar conocimientos de las diferentes áreas.

El propósito de este módulo es mostrar diferentes usos de los sitios web, particularmente cómo podría utilizarse en la mediación a través de un problema para la clase.

Además, al final del módulo se ofrecen sitios web que podrían utilizar los docentes en diferentes habilidades para segundo ciclo.

No se debe olvidar que los sitios web por sí solos puede que no permitan desarrollar las habilidades que se pretenden en los estudiantes. Precisamente, la mediación pedagógica es fundamental en cualquier escenario y en la incorporación de la tecnología no es la excepción.

## Tabla de contenidos

Introducción.....	2
Tabla de contenidos.....	3
Problema.....	4
Análisis del problema.....	4
Indicaciones metodológicas.....	7
Consideraciones finales.....	9
Bibliografía.....	11
Créditos.....	12

## Problema

Averigüe en Internet qué es un número perfecto. Determine si los números 8128 y 4884 son números perfectos.

## Análisis del problema

Este problema tiene como fin mostrar la importancia que tiene el uso de la tecnología para resolver problemas donde hay que realizar cálculos rutinarios. En este caso calcular los divisores de los números 8128 y 4884 es tedioso.

En primera instancia deben investigar sobre la definición de número perfecto, pero esto es muy sencillo hacerlo en Internet.

Este problema se puede resolver de diferentes formas: utilizando solo lápiz y papel, calculadora, hojas de cálculo y sitios web. Sin embargo, como se analizará posteriormente, la forma más sencilla es utilizando sitios web que faciliten la obtención de los divisores de un número.

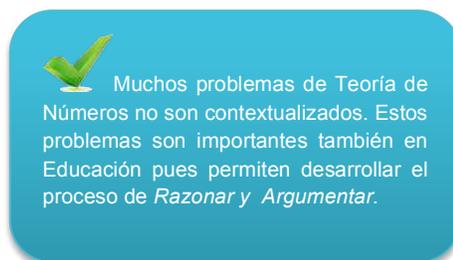
Las habilidades específicas y conocimientos a desarrollar son:

Conocimientos	Habilidades específicas
Teoría de Números <ul style="list-style-type: none"> <li>• Divisibilidad</li> <li>• Factor</li> <li>• Múltiplo</li> </ul>	Aplicar los conceptos de divisibilidad, divisor, factor y múltiplo de un número natural en la resolución de problemas en diferentes contextos.

### Diferentes estrategias de solución del problema (uso de la tecnología)

La solución de este problema puede darse de varias formas. Los estudiantes podría resolverlo obteniendo los divisores de 8128 "a mano", o sea:

8128	2
4064	2
2032	2
1016	2
508	2
254	2
127	127
	1



Por lo que los divisores de 8128 (excepto el mismo) son 1, 2, 4, 8, 16, 32, 64, 127, 254, 508, 1016, 2032, 4064. Si realizamos la suma de estos números obtenemos 8128, por lo que este número sí es un número perfecto.

Realizando el mismo procedimiento con 4884, se obtiene

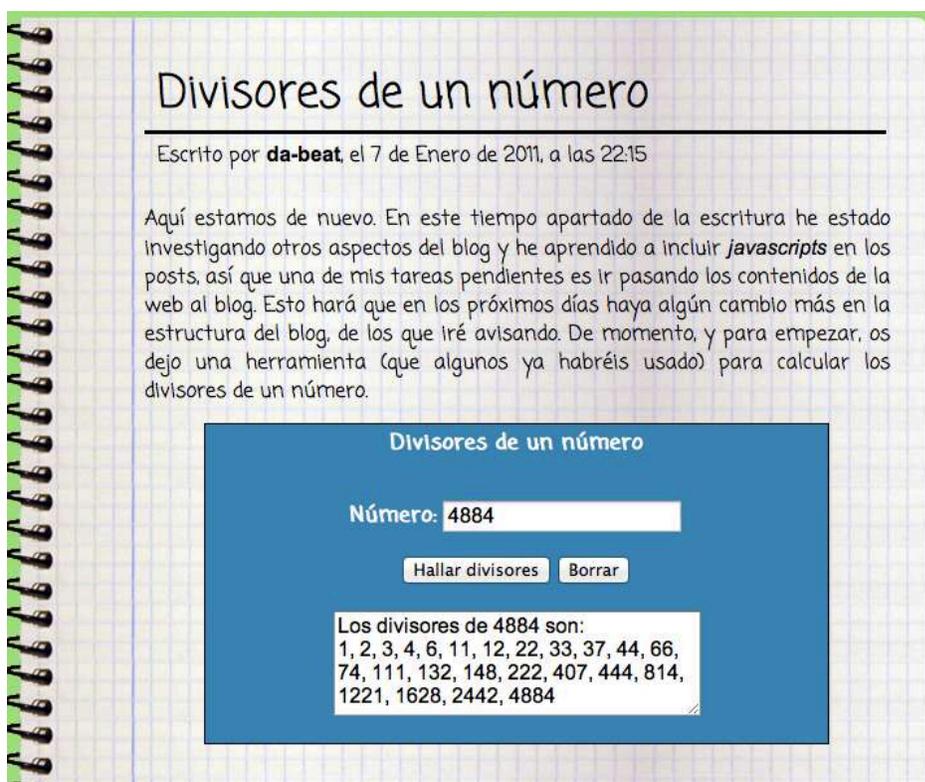
4884	2
2442	2
1221	3
407	11
37	37
1	

Por lo que los divisores de 4884 (excepto el mismo) son 1, 2, 3, 4, 6, 11, 12, 22, 33, 37, 44, 66, 74, 111, 132, 148, 222, 407, 444, 814, 1221, 1628, 2442. Si sumamos estos divisores da como resultado 7884, por lo que el número 4884 no es perfecto.

Sin embargo, el procedimiento anterior no deja de ser tedioso, aún utilizando la calculadora. Por lo que se hace necesario utilizar una herramienta más útil. Los sitios web, debido a su diversidad y accesibilidad, pueden facilitar el proceso, en este caso, de obtención de los divisores de un número.

Por ejemplo, en el sitio web <http://nosolomates.es/?p=409> se puede obtener todos los divisores de un número entero, como se muestra a continuación:

The screenshot shows a web page with a grid background. At the top, the title "Divisores de un número" is displayed. Below the title, it says "Escrito por da-beat el 7 de Enero de 2011, a las 22:15". The main text reads: "Aquí estamos de nuevo. En este tiempo apartado de la escritura he estado investigando otros aspectos del blog y he aprendido a incluir *javascripts* en los posts, así que una de mis tareas pendientes es ir pasando los contenidos de la web al blog. Esto hará que en los próximos días haya algún cambio más en la estructura del blog, de los que iré avisando. De momento, y para empezar, os dejo una herramienta (que algunos ya habréis usado) para calcular los divisores de un número." Below the text is a blue box containing a form with the title "Divisores de un número". The form has a label "Número:" followed by a text input field containing "8128". Below the input field are two buttons: "Hallar divisores" and "Borrar". Below the buttons is a white box with the text: "Los divisores de 8128 son: 1, 2, 4, 8, 16, 32, 64, 127, 254, 508, 1016, 2032, 4064, 8128".



**Divisores de un número**

Escrito por **da-beat** el 7 de Enero de 2011, a las 22:15

Aquí estamos de nuevo. En este tiempo apartado de la escritura he estado investigando otros aspectos del blog y he aprendido a incluir *javascripts* en los posts, así que una de mis tareas pendientes es ir pasando los contenidos de la web al blog. Esto hará que en los próximos días haya algún cambio más en la estructura del blog, de los que iré avisando. De momento, y para empezar, os dejo una herramienta (que algunos ya habréis usado) para calcular los divisores de un número.

**Divisores de un número**

Número:

Los divisores de 4884 son:  
1, 2, 3, 4, 6, 11, 12, 22, 33, 37, 44, 66,  
74, 111, 132, 148, 222, 407, 444, 814,  
1221, 1628, 2442, 4884

Así, obteniendo los resultados anteriores lo único que quedaría sumar los divisores, para poder dar respuesta al problema.

Algo importante es que la solución al problema puede que no sea tan simple como aquí se muestra ya que el sitio web ya está dado, y un proceso importante es que el estudiante navegue y encuentre el sitio web conveniente para resolver el problema.

### Posibles errores o barreras

Precisamente uno de los posibles errores que se pueden cometer es que el sitio web encontrado no sea de utilidad, ya que en lugar de determinar los divisores de un número el sitio explica cómo obtener un divisor de un número. Por ejemplo un estudiante puede encontrar los siguientes sitios web, que no sirven para la actividad:

<p><a href="http://www2.gobiernodecanarias.org/educacion/17/Web_C/eltanque/todo_mate/multiplosydivisores/c_divisores/c_divisores_p.html">http://www2.gobiernodecanarias.org/educacion/17/Web_C/eltanque/todo_mate/multiplosydivisores/c_divisores/c_divisores_p.html</a></p> <p><b>CÁLCULO DE TODOS LOS DIVISORES DE UN NÚMERO</b> cerrar</p> <p>Imás tiene 15 pajaritos y quiere ponerlos en jaulas, con el mismo número de pajaritos en cada una sin que le sobre ninguno. ¿De cuántas maneras distintas puede poner los pajaritos?</p> <p>Para averiguarlo, Imás busca todos los divisores de 15 siguiendo estos pasos.</p> <p>1.- Divide 15 entre los números naturales 1,2,3,4,... y de cada división exacta saca dos divisores de 15, que son el <b>divisor</b> y el <b>cociente</b> de dicha división.</p> <p>2.- Deja de probar cuando el <b>cociente es menor que el divisor</b>.</p> <p><math>15 : 1^d = 15^c</math> — 1 y 15 son divisores de 15</p> <p><math>15 : 2^d</math> — La división no es exacta — 2 no es divisor de 15</p> <p><math>15 : 3^d = 5^c</math> — 3 y 5 son divisores de 15</p> <p><math>15 : 4^d</math> — La división no es exacta — 4 no es divisor de 15</p> <p><math>15 : 5^d = 3^c</math> — Como el cociente es menor que el divisor ya no sigue probando</p> <p>Los divisores de 15 son: 1, 3, 5 y 15</p> <p>VAMOS A VERLO GRÁFICAMENTE ▶</p>	<p><a href="http://educativa.catedu.es/44700165/aula/archivos/repositorio/500/536/html/Unidad02/pagina_18.html">http://educativa.catedu.es/44700165/aula/archivos/repositorio/500/536/html/Unidad02/pagina_18.html</a></p> <p>GOBIERNO DE ARAGÓN 1º - Matemáticas y Tecnología</p> <p><b>2.2. Cálculo de todos los divisores de un número.</b></p> <p>Un sistema sencillo para calcular todos los divisores de un número dado, es ir haciendo de forma ordenada productos de parejas de números enteros que sumen el número dado. El proceso se termina cuando se repite una pareja de forma inversa con los mismos números. Fíjate como lo puedes hacer en los siguientes ejemplos.</p> <p>Todos los divisores de 60:</p> <table border="1"> <tr><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td><td>6</td><td>10</td></tr> <tr><td>60</td><td>30</td><td>20</td><td>15</td><td>12</td><td>10</td><td>6</td></tr> </table> <p>Todos los divisores de 50:</p> <table border="1"> <tr><td>1</td><td>2</td><td>5</td><td>10</td></tr> <tr><td>50</td><td>25</td><td>10</td><td>5</td></tr> </table> <p>Un algoritmo para calcular cuántos divisores tiene un número.</p> <p>Tras hacer la descomposición factorial, el número de divisores coincide con el producto de los exponentes de las potencias de cada factor primo aumentadas en una unidad cada una de ellas. Visto esto en los ejemplos anteriores.</p> <p>Número de divisores de 60.</p> <p>Primero hacemos su descomposición factorial: <math>60 = 2^2 \cdot 3^1 \cdot 5^1</math></p> <p>Sumamos una unidad a cada exponente y los multiplicamos entre sí:</p>	1	2	3	4	5	6	10	60	30	20	15	12	10	6	1	2	5	10	50	25	10	5
1	2	3	4	5	6	10																	
60	30	20	15	12	10	6																	
1	2	5	10																				
50	25	10	5																				

En la primera página se explica como obtener lo divisores de un número y en el segundo explica como obtener la cantidad de divisores de un número.

## Indicaciones metodológicas

1. El uso de la calculadora también es un elemento importante en este problema, ya que después de obtener los divisores, para resolver la suma de los mismos es recomendable utilizarla, para que el estudiante se concentre en la resolución del problema y no tanto en la suma a calcular.
2. El sitio web mostrado en la actividad es solo un ejemplo que se tomo de referencia. Existen otros sitios que pueden ayudar a la resolución del problema, por ejemplo:
  - a. <http://es.solveymath.com/calculadoras/calculardivisores.php>

- b. <http://www22.brinkster.com/nosolomates/ayuda/divisores.htm>

**Divisores de un número**

Número:

Los divisores de 8128 son:  
1, 2, 4, 8, 16, 32, 64, 127,  
254, 508, 1016, 2032, 4064,  
8128

- c. <http://www.uco.es/~ma1marea/Aritmetica/Divisibilidad/Problemas/CalculadoraDivisores.swf>

**CALCULADORA**

Los divisores del número 8128 son:

- > 1
- > 2
- > 4
- > 8
- > 16
- > 32
- > 64
- > 127
- > 254
- > 508
- > 1016
- > 2032
- > 4064
- > 8128

Introduce un número entero al que quieras calcularle los divisores y pulsa después sobre el botón calcular. Después puedes utilizar la calculadora para comprobar los resultados.

Número:  (Desde 0 hasta 9999)

3. Los sitios web encontrados se pueden aprovechar para el planteamiento y resolución de otros problemas. Por ejemplo, determinar si los números 220 y 284 son números amigos (dos números se dice que son amigos si la suma de los divisores (excepto el mismo número) de uno es igual al otro número y viceversa).

## Consideraciones finales

Durante esta actividad, el uso de los sitios web permite activar en forma directa los procesos:

- *Razonar y argumentar*: al tener que distinguir cuál de los sitios web podrían ser útiles para la resolución del problema, los estudiantes deben de razonar y posteriormente argumentar la escogencia del sitio.
- *Plantear y resolver problemas*: este está implícito durante esta actividad.
- *Comunicar*: cuando se da la interacción grupal donde el estudiantado pueda comunicar sus avances a los demás compañeros u bien compartir las estrategias utilizadas.

### Caso particular de los sitios web

Uno de las aplicaciones más importantes del uso de la tecnología es utilizarla para un reforzar conocimientos. Particularmente el uso de los sitios web, a través de aplicaciones, juegos y actividades ya diseñadas para este fin.

En la siguiente tabla se muestran algunas habilidades de tercer ciclo, junto con algunos sitios web que podrían apoyar en el repaso y reforzamiento de los conocimientos respectivos. El número que se encuentra entre paréntesis en las habilidades, es el año en que se encuentra dicha habilidad.

	Habilidades	Sitios Web
Teoría de Números	Aplicar los conceptos de múltiplo de un número natural, números pares e impares en la resolución de problemas. (7)	<a href="http://contenidos.proyectoagrega.es/visualizador-1/Visualizar/Visualizar.do?idioma=es&amp;identificador=es_2008050513_0231500&amp;secuencia=false">http://contenidos.proyectoagrega.es/visualizador-1/Visualizar/Visualizar.do?idioma=es&amp;identificador=es_2008050513_0231500&amp;secuencia=false</a>
	Identificar números primos y compuestos (7)	<a href="http://odas.educarchile.cl/objetos_digitales/odas_matematicas/02_maximo_comun_divisor/LearningObject/index.html">http://odas.educarchile.cl/objetos_digitales/odas_matematicas/02_maximo_comun_divisor/LearningObject/index.html</a>
	Descomponer un número compuesto en sus factores primos. (7)	
	Obtener el Mínimo Común Múltiplo de dos números aplicando el algoritmo correspondiente. (7)	<a href="http://www2.gobiernodecanarias.org/educacion/17/WeBC/eltanque/todo_mate/multiplosydivisores/num_primos/numerosprimos_p.html">http://www2.gobiernodecanarias.org/educacion/17/WeBC/eltanque/todo_mate/multiplosydivisores/num_primos/numerosprimos_p.html</a>
	Obtener el Máximo Común Divisor de dos números aplicando el algoritmo correspondiente. (7)	<a href="http://www.juntadeandalucia.es/averroes/carambolo/WEB%20JCLIC2/Agrega/Matematicas/Divisibilidad/contenido/mt15_0a04_es/index.html">http://www.juntadeandalucia.es/averroes/carambolo/WEB%20JCLIC2/Agrega/Matematicas/Divisibilidad/contenido/mt15_0a04_es/index.html</a>
	Plantear y resolver problemas donde se utilice el Máximo Común Divisor y el Máximo Común Divisor. (7)	

<p>Números enteros</p>	<p>Identificar números enteros negativos en contextos reales. (7)</p> <p>Plantear y resolver operaciones y problemas utilizando las relaciones de orden en los números enteros. (7)</p> <p>Resolver problemas aplicando sumas, restas, multiplicaciones y divisiones de números enteros. (7)</p>	<p><a href="http://www.tecnoinstitucional.edu.ar/comunidad/tmp/RrecursosEducativos/Matematica/NumerosEnteros/ascensoyenteros[1].swf">http://www.tecnoinstitucional.edu.ar/comunidad/tmp/RrecursosEducativos/Matematica/NumerosEnteros/ascensoyenteros[1].swf</a></p> <p><a href="http://www.tecnoinstitucional.edu.ar/comunidad/tmp/RrecursosEducativos/Matematica/NumerosEnteros/termometro[1].swf">http://www.tecnoinstitucional.edu.ar/comunidad/tmp/RrecursosEducativos/Matematica/NumerosEnteros/termometro[1].swf</a></p> <p><a href="http://www.tecnoinstitucional.edu.ar/comunidad/tmp/RrecursosEducativos/Matematica/NumerosEnteros/comparar_e[1].swf">http://www.tecnoinstitucional.edu.ar/comunidad/tmp/RrecursosEducativos/Matematica/NumerosEnteros/comparar_e[1].swf</a></p> <p><a href="http://www.tecnoinstitucional.edu.ar/comunidad/tmp/RrecursosEducativos/Matematica/NumerosEnteros/Sumasyrestasenterosc[1].swf">http://www.tecnoinstitucional.edu.ar/comunidad/tmp/RrecursosEducativos/Matematica/NumerosEnteros/Sumasyrestasenterosc[1].swf</a></p>
<p>Transformaciones y triángulos</p>	<p>Reconocer puntos, ángulos y lados homólogos de un polígono que resulta al aplicar una homotecia. (8)</p> <p>Construir una figura semejante a una figura dada, sometiéndola a una homotecia de razón menor o mayor que 1. (8)</p> <p>Aplicar los criterios de semejanza: lado lado lado, lado ángulo lado y ángulo ángulo ángulo para determinar y probar semejanza de triángulos. (8)</p> <p>Aplicar el teorema de Thales en la resolución de problemas en diversos contextos. (8)</p> <p>Identificar figuras congruentes en diferentes contextos. (8)</p> <p>Aplicar los criterios de semejanza: lado lado lado, lado ángulo lado y ángulo ángulo ángulo para determinar y probar congruencia de triángulos. (8)</p>	<p><a href="http://www.geometriadinamica.cl/guias/explorar/#22">http://www.geometriadinamica.cl/guias/explorar/#22</a></p> <p><a href="http://www.geometriadinamica.cl/guias/explorar/#17">http://www.geometriadinamica.cl/guias/explorar/#17</a></p>

## Bibliografía

MEP (2012). *Reforma Curricular en Ética, Estética y Ciudadanía. Programas de Estudio de Matemáticas*. San José: Autor.

## Créditos

Este documento es una unidad didáctica sobre **Uso de la tecnología en la enseñanza de las Matemáticas de la Educación Secundaria** para ser utilizada en el *Curso bimodal de capacitación para docentes de Secundaria: Uso de tecnología y Uso de historia de las Matemáticas*, que forma parte del proyecto *Reforma de la Educación Matemática en Costa Rica*.

Este proyecto del Ministerio de Educación Pública de Costa Rica es apoyado por la Fundación Costa Rica-Estados Unidos de América para la Cooperación.

### Autor

Ricardo Poveda

### Editor

Hugo Barrantes

### Editor gráfico

Hugo Barrantes y Miguel González

### Revisores

Ángel Ruiz

Marianela Zumbado

Miguel González

### Director general del proyecto *Reforma de la Educación Matemática en Costa Rica*.

Ángel Ruiz

### Imagen de señal de “check” en color verde cortesía de

digilart en FreeDigitalPhotos.net

### Para referenciar este documento

Ministerio de Educación Pública de Costa Rica, Proyecto Reforma de la Educación Matemática en Costa Rica (2013). *Uso de Sitios Web en la Enseñanza Secundaria*. San José, Costa Rica: autor.



*Uso de Sitios Web en la Enseñanza Secundaria* por Ministerio de Educación Pública de Costa Rica se encuentra bajo una Licencia [Creative Commons Atribución-NoComercial-CompartirIgual 3.0 Unported](https://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/3.0/)