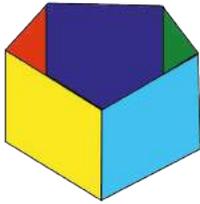


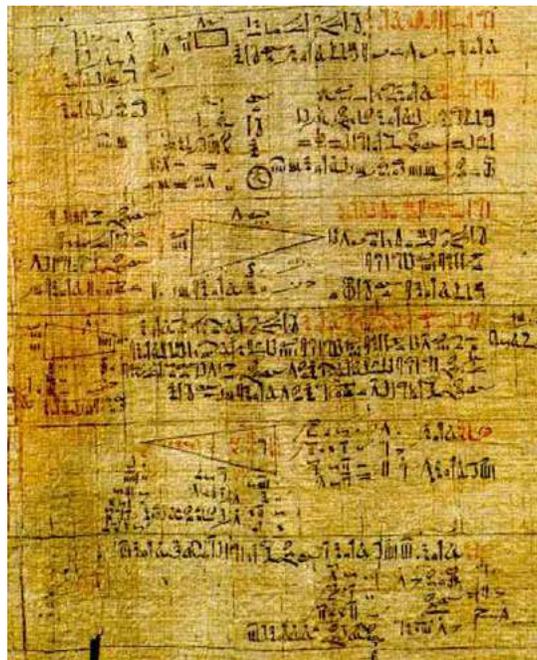
# Reforma de la Educación Matemática en Costa Rica



[www.reformamatematica.net](http://www.reformamatematica.net)



## ¿Cómo se repartían los bienes en el antiguo Egipto?



Curso bimodal de capacitación para docentes de Primaria:  
Uso de tecnología y Uso de historia de las Matemáticas.

2013

## Tabla de contenido

¿Cómo se repartían los bienes en el antiguo Egipto? .....	3
Problemas .....	5
Problema 1 .....	5
Problema 2 .....	6
Análisis de los problemas .....	6
Indicaciones metodológicas .....	12
Consideraciones finales.....	14
Recursos adicionales .....	14
Bibliografía .....	15
Créditos .....	16

## ¿Cómo se repartían los bienes en el antiguo Egipto?



[http://nea.educastur.princast.es/repositorio/RECURSO\\_ZIP/1\\_jantoniozu\\_egipto\\_1E/SO/egipto\\_1ESO/imag/escriba2.jpg](http://nea.educastur.princast.es/repositorio/RECURSO_ZIP/1_jantoniozu_egipto_1E/SO/egipto_1ESO/imag/escriba2.jpg)

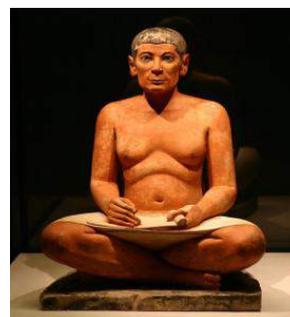
Los escribas en el antiguo Egipto eran los encargados de escribir o copiar el documento más importante, el papiro. Eran cultos, expertos en escritura jeroglífica y pictográfica. Conocían los secretos del cálculo, eran capaces de evaluar los impuestos, asegurar los trabajos de construcción y transcribir las órdenes del faraón.

Algunos de los papiros en que trabajaron han logrado sobrevivir hasta nuestros días. Hay dos muy famosos que contienen evidencia del tipo de matemática que se desarrolló en esa civilización. Uno de ellos es conocido como Papiro Rhind (el nombre se debe a Henry Rhind quien lo compró en 1858 en una ciudad comercial del Nilo) o como Papiro de Ahmes en honor al escriba que lo copió hacia el año 1650 a. C. El otro es conocido como Papiro de Moscú.

Los egipcios realizaban conteos y para ello utilizaban un sistema de numeración aditivo (empleaban sumas). Sin embargo, los escribas tuvieron que hallar la forma de representar los resultados de tareas diferentes a las de contar, tales como la resolución de problemas de reparto de pan o cerveza, la mezcla de comidas para ganado, aves domésticas y el almacenamiento de granos. La solución para problemas relacionados con estas situaciones se lograron mediante las fracciones y se encuentran en los papiros descritos.



Trozo del papiro de Rhind que ahora se encuentra en el British Museum, en Londres.



El escriba sentado. Escultura de Creta. Ahora en el Cairo Museum

Recuperado de <http://elpapirodeahmes.wordpress.com/2011/08/24/hola-mundo/>

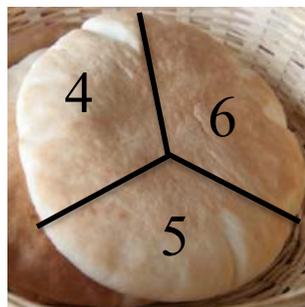
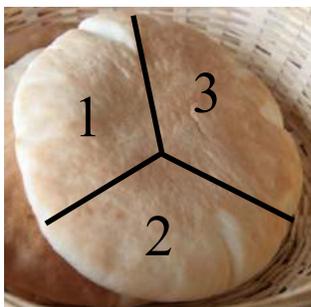
Las fracciones favoritas de los egipcios eran las fracciones unitarias (con numerador 1) y la fracción  $\frac{2}{3}$ , de modo que las demás fracciones se expresaban en términos de ellas. Estas fracciones se utilizaban en la solución de problemas de reparto. En el Papiro de Rhind aparece la forma en que se debe repartir cierto número de hogazas de pan entre un

número de personas. Un ejemplo del tipo de problema consiste en *repartir dos panes entre cinco personas* de modo que cada una reciba la misma cantidad de pan y se pueda establecer cuánto pan le corresponde a cada persona. El escriba razona del modo que se expone a continuación.<sup>1</sup>



Imagen recuperada de <http://www.historiacocina.com/paises/articulos/andalusi/pan2.jpg>

Son cinco personas, no podemos darle un pan entero a cada uno, entonces les corresponderá una parte. Hay que repartir cada pan, se debe dividir en un número entero de partes iguales de modo que podamos dar una de esas partes a cada persona. Si lo dividimos en 2 partes cada pan, tendremos 4 partes y no hay suficiente para repartir a las cinco personas. Ahora si dividimos cada pan en tres partes iguales obtendremos 6 partes (marcadas en las imágenes), ahora podemos dar a cada persona una parte y sobra una.



Se repite este proceso nuevamente, hay que dividir esta parte del pan sobrante (parte enumerada con el 6 en la imagen anterior) en cinco porciones iguales, como se muestra en la figura de la derecha:



<sup>1</sup> Este problema es una adaptación del propuesto por Gairín Sallán (2001).

Por lo tanto, cada una de las personas va a obtener una tercera parte de cada unidad y también una quinceava parte de la unidad, lo que se representa por  $\frac{1}{3} + \frac{1}{15}$ .

También, en el antiguo Egipto se utilizó un sistema no posicional para representar los números. Los símbolos utilizados y el número correspondiente en el sistema indoarábigo se presentan en la tabla siguiente.

<b>Símbolo del sistema Egipcio</b>							
<b>Equivalencia en el sistema indoarábigo (unidades)</b>	1	10	100	1 000	10 000	100 000	1 000 000

El sistema es aditivo; es decir, una agrupación de símbolos representa el número que se obtiene al sumar de izquierda a derecha los valores de cada uno de ellos. Por ejemplo,



representa el número 212 (dos símbolos para el 100, uno para el 10 y dos para el 1).

Para representar las fracciones unitarias utilizaban el símbolo  que significa “parte” y el número correspondiente debajo. Así la fracción  $\frac{1}{3}$  se representa mediante . Utilizaron símbolos especiales para las fracciones  $\frac{1}{2}$ ,  $\frac{2}{3}$  y  $\frac{3}{4}$ , estos eran, respectivamente, los símbolos ,  y .

## Problemas

### Problema 1

Utilice el procedimiento empleado por los egipcios para repartir dos panes entre siete personas de modo que cada una reciba la misma cantidad de pan<sup>2</sup>. ¿Cuánto pan le corresponde a cada persona?

<sup>2</sup> Problema adaptado de la Revista de la Sociedad Española de Historia de las Ciencias y de las Técnicas, 24(51), 649-684. Autor: José María Gairín Sallán.

## Problema 2

a) ¿Qué cantidad está representada con los siguientes jeroglíficos?

$$\begin{array}{c} \text{☰} \\ \text{|||} \end{array} + \text{—} + \begin{array}{c} \text{☰} \\ \text{||} \end{array} =$$

- b) Represente cada una de las fracciones mediante figuras geométricas.  
 c) ¿Cuál es el resultado de la operación propuesta?  
 d) Escriba un problema cuya solución sea dicha suma.

## Análisis de los problemas

Es importante indicar que el primer problema planteado es para cuarto grado y el segundo para sexto grado. El análisis contiene las *habilidades generales o específicas previas* en el área de *Números*, las habilidades por propiciar y la forma en que pueden trabajarse de manera integrada, lo anterior para cada nivel escolar respectivamente.

- Si el problema se plantea para cuarto grado se debe considerar lo siguiente:

<b>Habilidades generales de ciclo anterior</b>
<p>Al iniciar cuarto grado, las y los estudiantes aún no han trabajado habilidades específicas relacionadas con las fracciones, pero las habilidades desarrolladas en el ciclo anterior son indispensables para el correcto desarrollo de la actividad, entre ellas:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Identificar distintas representaciones de un mismo número.</li> <li>2. Desarrollar y utilizar estrategias de cálculo y estimación.</li> <li>3. Resolver y proponer problemas del entorno en los que haga uso de las operaciones básicas.</li> <li>4. Establecer relaciones entre operaciones.</li> </ol>

A continuación se detallan un conjunto de habilidades específicas que se pretenden propiciar de manera integrada, con el problema propuesto, en el contexto del hecho histórico:

<b>Números</b>	
<b>Conocimientos</b>	<b>Habilidades específicas</b>
<p><b>Fracciones</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Concepto</li> <li>• Escritura</li> <li>• Lectura</li> <li>• Fracción propia</li> <li>• Representaciones</li> </ul>	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Identificar las fracciones como parte de la unidad o parte de una colección de objetos.</li> <li>2. Analizar las fracciones propias.</li> <li>3. Comparar las fracciones propias utilizando los símbolos <math>&lt;</math>, <math>&gt;</math> o <math>=</math>.</li> <li>4. Plantear y resolver problemas que involucren fracciones propias.</li> </ol>

**Integración de las habilidades:** Al plantear el problema de reparto según los Egipcios, se permite a los estudiantes utilizar de forma natural e intuitiva la fracción como parte de la unidad e incluso se puede aprovechar el material para presentar la fracción como parte de una colección o grupo de objetos. Asimismo, la solución del problema requiere de las fracciones propias, conocimiento que puede ser formalizado debido a que el estudiantado ya tuvo contacto con ellas. Finalmente, con la manipulación del material concreto, se pueden realizar comparaciones de las partes de pan abordando la tercera habilidad. Es evidente que la cuarta habilidad se ha desarrollado de manera transversal a través de toda la actividad.

Fracción como parte de la unidad.

$\frac{2}{3}$

Fracción como parte de una colección.

$\frac{3}{5}$

- Si el problema se plantea para sexto grado se deben considerar las siguientes habilidades previas:

Cuarto grado	
Conocimientos	Habilidades específicas
<b>Fracciones</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Concepto</li> <li>• Escritura</li> <li>• Lectura</li> <li>• Fracción propia</li> <li>• Representaciones</li> </ul>	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Identificar las fracciones como parte de la unidad o parte de una colección de objetos.</li> <li>2. Analizar fracciones propias.</li> <li>3. Comparar las fracciones propias utilizando los símbolos <math>&lt;</math>, <math>&gt;</math> o <math>=</math>.</li> <li>4. Plantear y resolver problemas que involucren fracciones propias.</li> </ol>
Quinto grado	
<b>Fracciones</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Fracción propia e impropia</li> <li>• Representación mixta</li> <li>• Fracciones homogéneas</li> <li>• Fracciones heterogéneas</li> <li>• Relaciones numéricas</li> <li>• Ubicación en la recta numérica</li> </ul>	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Identificar fracciones impropias.</li> <li>2. Representar una fracción impropia como la suma de un número natural y una fracción propia.</li> <li>3. Expresar una fracción impropia en notación mixta y viceversa.</li> <li>4. Identificar fracciones homogéneas y heterogéneas.</li> <li>5. Comparar fracciones utilizando <math>&lt;</math>, <math>&gt;</math> o <math>=</math>.</li> <li>6. Ubicar fracciones en la recta numérica.</li> <li>7. Determinar fracciones entre dos números naturales consecutivos.</li> </ol>

A continuación se detallan un conjunto de habilidades específicas que se pretenden propiciar de manera integrada, con el problema propuesto, en el contexto del hecho histórico:

Números	
Conocimientos	Habilidades específicas
<b>Fraciones</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Fracciones equivalentes</li> <li>• Simplificación y amplificación</li> <li>• Suma</li> </ul>	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Identificar fracciones equivalentes.</li> <li>2. Simplificar y amplificar fracciones.</li> <li>3. Sumar y restar fracciones homogéneas y heterogéneas.</li> </ol>

**Integración de las habilidades:** Al plantear el problema de reparto según los Egipcios, se permite a los estudiantes retomar conocimientos previos y mediante el uso de jeroglíficos plantear una suma de fracciones que implica el uso de la representación gráfica de fracciones para obtener una expresión equivalente como  $\frac{1}{2} = \frac{2}{4}$ . Esta actividad evidencia la amplificación de fracciones como una herramienta para resolver problemas y por consecuencia la simplificación aunque sea solamente de manera gráfica (respecto a la amplificación y simplificación de fracciones se puede construir un problema para desarrollar esa habilidad de manera independiente), aspectos que en la Etapa 2: *movilización y aplicación de los conocimientos* (MEP, 2012), debe ser mecanizado. Para finalizar, intuitivamente se ha realizado la suma de fracciones heterogéneas, mediante la homogenización, por tanto también puede desarrollar la última habilidad.

1. Fracción propia

$\frac{1}{3}$

Menor que la unidad

2. Fracción impropia

$\frac{4}{3} = 1 + \frac{1}{3}$

Mayor que la unidad

Seguidamente se presentan las soluciones a los problemas propuestos y se ofrece un breve comentario sobre la activación de los procesos mediante los mismos.

### Problema 1

En la siguiente representación hay una posible respuesta al problema 1. Suponga que los rectángulos verdes representan los panes.

La parte número ocho se divide en siete partes a su vez

A cada persona le corresponden

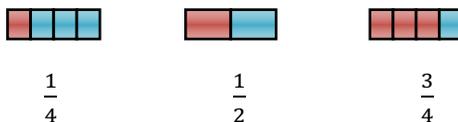
Cada persona recibirá  $\frac{1}{4} + \frac{1}{28}$

### Problema 2

1. ¿Qué cantidad está representada con los siguientes jeroglíficos?

$$\begin{array}{c} \text{☰} + \text{☲} + \text{☱} = \\ \frac{1}{4} + \frac{1}{2} + \frac{3}{4} = \end{array}$$

2. Represente cada una de las fracciones mediante figuras geométricas. Suponiendo que la unidad corresponde a



3. ¿Cuál es el resultado de la operación propuesta?

$$\frac{1}{4} + \frac{1}{2} + \frac{3}{4} =$$

Se espera que los estudiantes logren identificar que  $\frac{1}{2}$  es equivalente a  $\frac{2}{4}$  mediante la representación gráfica. Recuerde que aún no se está trabajando la simplificación de fracciones.

$$\frac{1}{4} + \frac{2}{4} + \frac{3}{4} = \frac{6}{4}$$

Es importante destacar que el estudiantado puede utilizar otras estrategias tales como: agrupar  $\frac{1}{4} + \frac{3}{4}$  que da la unidad y posteriormente agregarle un medio, transformando la expresión en  $1 + \frac{1}{2}$ , luego emplear un equivalente de la unidad como  $\frac{2}{2}$  y por tanto resolverlo de la siguiente manera:

$$\frac{1}{4} + \frac{1}{2} + \frac{3}{4} =$$

$$\frac{1}{4} + \frac{3}{4} + \frac{1}{2} =$$

$$1 + \frac{1}{2} =$$

$$\frac{2}{2} + \frac{1}{2} =$$

$$\frac{3}{2}$$

Además, por medio de preguntas generadoras se puede analizar que las fracciones son equivalentes y cómo obtener una a partir de la otra y viceversa.

4. Escriba un problema que tenga como resultado la respuesta encontrada.

Los estudiantes pueden proponer problemas de su entorno relacionados con el reparto de alimentos como pizza, queque o cantidad de lápices en el caso de un grupo, por ejemplo:

*Tres compañeros deben llevar el queso molido para las “chalupas” que se usarán en la merienda compartida para celebrar la juramentación de la directiva. Si Carlos lleva  $\frac{1}{4}$  kg, Ana lleva  $\frac{1}{2}$  kg y Jorge  $\frac{3}{4}$  kg. ¿Cuál es la cantidad de queso molido que hay para realizar la merienda compartida? Informe sobre la cantidad de queso molido en kilogramos.*

Se espera que el estudiantado utilice diferentes representaciones de la fracciones y su notación decimal, por ejemplo en el problema deben indicar que hay 1,5 kg de queso.

Para concluir este apartado es importante señalar que la lectura proporcionada y los problemas correspondientes, permiten movilizar los cinco procesos matemáticos (MEP, 2012, 24-26). Primero, el proceso de *Plantear y resolver problemas* se desarrolla de manera transversal a través de toda la actividad. Además, se activa *Razonar y argumentar* cuando se hace necesario comprender la estrategia de reparto utilizada por los egipcios

para dar respuesta a los planteamientos hechos. Esto lleva irremediablemente a *Comunicar* los resultado, debido a que debe exponerse la estrategia seguida en el reparto de los panes por parte de los estudiantes. Asimismo, se activa el *Representar* debido a que en la lectura y los problemas aparecen diferentes formas de representar las fracciones y esto es importante que los estudiantes lo tengan claro. Finalmente, los problemas conectan con *Estudios Sociales* al establecer una relación con una civilización antigua y si el estudiantado produce un problema como el anterior sobre cantidades de alimentos empleando unidades de peso<sup>3</sup> entonces se conecta con el área de *Medidas*.

---

<sup>3</sup> Debe recordarse que en primaria se usará la palabra peso aunque se refiere a masa, debido al uso en el contexto.

## Indicaciones metodológicas

1. La lectura anterior puede complementarse con la proyección del video que se encuentra en la dirección electrónica [http://www.youtube.com/watch?v=mybO-iTQz\\_8](http://www.youtube.com/watch?v=mybO-iTQz_8), con un tiempo de 1:37 segundos. Este contiene la forma en que los egipcios efectuaban el reparto de panes, el contenido del video permite conocer la manera en que ellos realizaban esta actividad de manera cotidiana y en su contexto.

2. Se debe verificar que los estudiantes hayan comprendido el contenido de la lectura y el video (si es que se utiliza). Para ello pueden proponerse preguntas generadoras que permitan establecer si se ha entendido cuál es el tema principal, en qué lugar y para qué se utilizó la estrategia que se señala, entre otros. Esto sirve para comentar diversos aspectos de la lectura tanto en su contenido matemático como en lo que se refiere a otros elementos importantes de la cultura.

3. En el caso del problema 1 para cuarto grado, al iniciar el trabajo estudiantil, se puede proponer un trabajo en subgrupos con el empleo de algún material concreto (papel de reciclaje, tortilla de harina o masa, pan pita) y permitir a los estudiantes manipular el material. Debe hacerse énfasis en utilizar la estrategia propuesta en la lectura o el video.

4. En la lectura se están empleando diversas representaciones para las fracciones. Es importante que los estudiantes lo tomen en cuenta durante el proceso de resolución, en el momento de la discusión de las soluciones y debe enfatizarse en la clausura de la actividad.

5. Para reforzar los conocimientos adquiridos con los problemas se puede elaborar un cartel sobre la cultura Egipcia y sus principales aportes matemáticos sobre la temática tratada, proponer un trabajo extraclase que profundice sobre el uso que esta civilización le dio a las fracciones en agricultura y ganadería específicamente.

6. En el momento de la clausura los conocimientos que el problema pretende reforzar deben ser formalizados. A continuación se ofrece un posible cierre que puede realizar el docente.

En cuanto al problema 1:

### Concepto de fracción

Las fracciones están formadas por dos números, uno sobre otro separado por una línea o guión. Ese guión es llamado línea divisoria. Al número que se encuentra arriba de esa línea se le llama numerador y al que está abajo se le llama denominador. Por lo tanto, la forma simbólica de una fracción es la siguiente:

$$\frac{\text{numerador}}{\text{denominador}}$$

El denominador indica el número de partes en que se ha dividido la unidad, mientras que el numerador dice la cantidad de piezas, pedazos, tajadas o partes, que tomamos (compramos o comimos) de todas en las que se dividió la unidad. Si el numerador es mayor que el denominador, la fracción es superior a la unidad.

**Nota:** Incluir la definición de fracción propia, y retomar mediante ejemplos el uso de los símbolos  $<$ ,  $>$  o  $=$ . Asimismo, fortalecer esta habilidad en la Etapa 2.

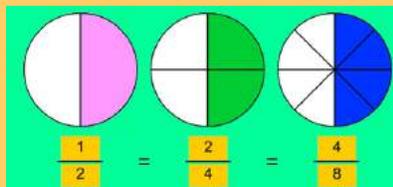
En cuanto al problema 2:

### Definición Fracciones Equivalentes

Las fracciones equivalentes son todas aquellas que representan el mismo número, es decir, que al ser resueltas dan como resultado el mismo número.

Ejemplos:

- $\frac{3}{5}$  es lo mismo que decir  $\frac{6}{10}$  o  $\frac{9}{15}$ . Al ser resueltas cada una de estas fracciones da como resultado el número 1,5.
- La siguiente figura muestra fracciones que representan gráficamente la misma cantidad.



Recuperado de

[http://www.ceibal.edu.uy/contenidos/areas\\_conocimiento/mat/fraccionesequivalentes/Equivalentes.jpg](http://www.ceibal.edu.uy/contenidos/areas_conocimiento/mat/fraccionesequivalentes/Equivalentes.jpg)

**Nota:** Se pueden incluir representaciones gráficas de éstas u otras fracciones para reforzar la definición abordada, además se deben incluir las definiciones de: Fracciones Homogéneas y Fracciones Heterogéneas.

## Consideraciones finales

Al conocer unos pocos elementos de la cultura Egipcia (escriba, panes, cereales, estrategia de reparto), se fortalece el proceso de conexión, debido a que permite vincular las Matemáticas con la historia de la Humanidad y comprender el desarrollo de algunos conocimientos a través de ella.

Es importante indicar que el texto histórico promueve en los estudiantes un trabajo cognitivo similar al que realiza un niño que aún no conoce las fracciones de manera formal, ellos pueden cuestionarse “si lo dividimos en 2 partes cada pan, tendremos 4 partes y no hay suficiente para repartir a las cinco personas”, lo anterior permite interiorizar los conocimientos sobre fracciones en relación con un contexto histórico y que puede ser apoyada también por material tangible.

Finalmente, por medio de esta actividad se pretendía además de reafirmar habilidades específicas del área de Números, valorar el papel de la historia en la resolución de problemas como un elemento pedagógico. Como se observó en el análisis del problema, se emplea la estrategia utilizada por los egipcios, conocimiento al que acceden los estudiantes mediante la historia de las Matemáticas, esto evidencia la utilidad de este elemento.

## Recursos adicionales

1. En esta dirección se puede encontrar un video de aproximadamente 2 minutos con información sobre las fracciones en diferentes civilizaciones: Egipcios, Babilonicos, Chinos y Griegos.

<http://www.youtube.com/watch?v=MeAhplo4KRw>

2. En el documento *Matemáticas en Egipto: Fracciones Unitarias* se presenta mediante cuatro páginas con un resumen de las fracciones en la Antigüedad, se puede acceder mediante la dirección:

<http://es.scribd.com/doc/47112022/FRACCIONES-EGIPCIAS>

## Bibliografía

- Boyer, C. (1992). *Historia de la Matemática*. Madrid: Alianza Universidad Textos.
- Perero, M. (1994). *Historia e historias de matemáticas*. Grupo Editorial Iberoamérica.
- Gairín Sallán, J. M. (2001) Una interpretación de las fracciones egipcias desde el recto del papiro de Rhind. En LLULL *Revista de la Sociedad Española de Historia de las Ciencias y de las Técnicas*, 24(51), 649 – 684.

## Créditos

Este documento es una unidad didáctica sobre **Uso de la historia de las Matemáticas en la enseñanza de las Matemáticas de la Educación Primaria** para ser utilizada en el *Curso bimodal de capacitación para docentes de Primaria: Uso de tecnología y Uso de historia de las Matemáticas*, que forma parte del proyecto *Reforma de la Educación Matemática en Costa Rica*.

Este proyecto del Ministerio de Educación Pública de Costa Rica es apoyado por la Fundación Costa Rica-Estados Unidos de América para la Cooperación.

### **Autora**

Marianela Zumbado

### **Editor**

Hugo Barrantes

### **Editor gráfico**

Hugo Barrantes y Miguel González

### **Revisores**

Ángel Ruiz,  
Edison De Faria  
Jonathan Espinoza  
Javier Barquero  
Christiane Valdy  
Susanne Blais

### **Director general del proyecto *Reforma de la Educación Matemática en Costa Rica*.**

Ángel Ruiz

### **Imagen de señal de “check” en color verde cortesía de**

digilart en FreeDigitalPhotos.net

### **Para referenciar este documento**

Ministerio de Educación Pública de Costa Rica, Proyecto Reforma de la Educación Matemática en Costa Rica (2013). *¿Cómo se repartían los bienes en el antiguo Egipto?*. San José, Costa Rica: autor.



*¿Cómo se repartían los bienes en el antiguo Egipto?* por Ministerio de Educación Pública de Costa Rica se encuentra bajo una Licencia [Creative Commons Atribución-NoComercial-CompartirIgual 3.0 Unported](https://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/3.0/)