REFORMA DE LA EDUCACIÓN MATEMÁTICA EN COSTA RICA

mep Ministerio de Educación Pública

www.reformamatematica.net

LOS PROGRAMAS DE ESTUDIO DE MATEMÁTICAS 1995-2005.

Un Balance.

Marzo, 2012

Contenidos

Presentación

En Costa Rica las pautas que rigen los actuales programas educativos se establecieron en la década de los noventa. La "Política Educativa hacia el Siglo XXI", aprobada en noviembre de 1994 por el Consejo Superior de Educación (CSE), señala que el mundo experimenta un cambio de paradigma educativo y subraya la necesidad de que Costa Rica se adapte a esa transformación, para asegurar la coherencia con las prácticas internacionales que enfatizan en los nuevos conocimientos y el uso de herramientas tecnológicas modernas (CSE, 1994, p. 329). Se señala que todo proceso educativo debe potenciar la generación de una serie de competencias tendientes a perfilar el tipo de egresado que se quiere obtener. Específicamente en el ámbito de las Matemáticas para la enseñanza media, más que contenidos teóricos debe buscar el desarrollo de habilidades que ayuden al alumno a realizarse como persona y enfrentar el mundo con mayor seguridad. Esta visión, sin embargo, no se ve acuerpada adecuadamente por los programas de matemáticas diseñados en 1995-1996 y que fueron ajustados en el 2001 y 2005.

Este documento busca ofrecer algunos elementos para la reflexión sobre los programas vigentes de enseñanza de las matemáticas, que en cierta manera ayuden a aportar criterios para la formulación de nuevos programas.

Para esos efectos, se ofrecen en primer lugar algunos indicadores de la situación crítica de la educación matemática. Si bien hay varios factores que inciden en esa situación, se considera que en ésta no se puede eximir de responsabilidad a los programas de matemáticas.

Se procede entonces a describir algunas de las principales debilidades que poseen los *Programas 1995-2005*. Se analizan dimensiones generales en primer lugar y, posteriormente, se señalan las que se perciben en las áreas matemáticas.

A manera de conclusión, se ofrecen algunos elementos que se pueden considerar para el diseño de nuevos programas de matemáticas.

1. Situación crítica en la enseñanza de las matemáticas en Costa Rica

Si la educación matemática en el país estuviera muy bien, aportando aprendizajes significativos, creando en los niños y jóvenes habilidades y capacidades cognitivas de alto nivel, y constituyendo un modelo para los diversos países del mundo, se tendría una indicación de que los programas (dentro de varias variables) habría contribuido para lograr esa situación positiva. Sin embargo, de igual forma, si la situación no estuviese bien, con toda seriedad debería asumirse que algo mal debería pasar con el currículo.

Es equivocada la visión de aquellos que creen que un currículo no es importante, los programas pueden ser un medio útil, inútil o un obstáculo para la educación de un país. Se coincide aquí con el National Council of Teachers of Mathematics de los Estados Unidos (NCTM, 2003):

> **Un currículo de matemáticas escolares determina, en gran manera, lo que los estudiantes tienen oportunidad de aprender y lo que realmente aprenden.** En un currículo coherente, las ideas matemáticas están ligadas y se construyen unas sobre otras, para que así profundice la comprensión y el conocimiento del alumnado y aumente su habilidad para aplicarlas. Un currículo efectivo se centra en unas matemáticas importantes; matemáticas que preparen para un estudio continuado y para la resolución de problemas en diferentes entornos: el aula, la casa o el trabajo. Su articulación incentiva a los estudiantes para ir aprendiendo ideas matemáticas cada vez más complejas a medida que avanzan los estudios. (p.15)
> Énfasis añadido.

La Educación Matemática en Costa Rica en el actual momento atraviesa una importante crisis. Son varios los indicadores de esta situación. Entre ellos: los resultados en pruebas comparativas internacionales (SERCE, PISA, TIMSS), las pruebas nacionales y los diagnósticos que realizan universidades públicas.

1.1 Pruebas internacionales

i) Algunos resultados del Segundo Estudio Regional Comparativo y Explicativo (SERCE), permiten identificar algunos logros positivos, pero muestran varias limitaciones en habilidades en el área de las matemáticas. De acuerdo al tercer Informe del Estado de la Educación, en el SERCE los estudiantes encuentran dificultades en las siguientes actividades:

- Encontrar promedios y resolver cálculos, combinando las cuatro operaciones básicas en el campo de los números naturales.
- Identificar el paralelismo y la perpendicularidad en una situación real y concreta, representar gráficamente un porcentaje.
- Resolver problemas que involucran propiedades de los ángulos de triángulos y cuadriláteros, que integran áreas de diferentes figuras o dos operaciones entre números decimales.
- Resolver problemas que involucran el concepto de fracción.

- Hacer generalizaciones para continuar una secuencia gráfica que responde a un patrón de formación complejo.
- Resolver problemas en los que se debe seleccionar la información útil, o con información no explícita y que requiere el uso de relaciones y conexiones entre diferentes conceptos.

Además, en la prueba de Matemáticas para tercer grado, un 24,4% y un 37,0% se ubicaron en los niveles I y II, respectivamente; y en sexto grado el 37,3% se colocaron en niveles inferiores al III. Si bien son diversas las causas de este bajo nivel en matemáticas, se debe consignar una forma de enseñanza aprendizaje dirigida a procedimientos sencillos y una organización de la lección inconsistente con la generación de capacidades cognitivas de mayor nivel. Así lo muestran Chaves Esquivel, Castillo, Chaves Barboza, Fonseca & Loría (2010):

> En los ambientes de aula observados, las Matemáticas que se desarrollaron estuvieron, casi en su totalidad, centradas en la definición de conceptos y la aplicación de procedimientos algorítmicos. La rutina que predominó en las actividades desplegadas se enfocó hacia la definición teórica del nuevo concepto o contenido matemático y la posterior ejemplificación de la forma en que el concepto se utiliza para resolver ejercicios. (p.27).

Se coincide con lo que indica el SERCE (2008), el foco de la enseñanza de las matemáticas no debería estar en: "el aprendizaje de algoritmos y procedimientos de cálculo, ni en el uso de los problemas solo como elemento de control de lo aprendido" (p. 57). Más bien debería estar en:

> (…) que el estudiante desarrolle la capacidad de utilizar conceptos, representaciones y procedimientos matemáticos para interpretar, comprender y actuar en el mundo. En efecto, habilidades como interpretar, calcular, recodificar, graficar, comparar, resolver, optimizar, demostrar, aproximar y comunicar, entre otras, proporcionan criterios y elementos esenciales para desenvolverse también fuera de la escuela y para afrontar los retos de un mundo en cambio permanente.
> **Por su parte, la resolución de problemas propicia el desarrollo del pensamiento lógico matemático, puesto que exige poner en juego y en contexto diferentes tipos y niveles de razonamiento. Esto favorece el desarrollo de habilidades para reconocer y utilizar conceptos y procedimientos matemáticos con diferentes y crecientes grados de dificultad.** Énfasis añadido. (p. 57).

ii) La prueba PISA del año 2009 reportó (en el 2011) que el 23,6% de los estudiantes que realizaron la prueba en matemáticas **no alcanzan ni siquiera el primer nivel de competencia matemática que plantea esa prueba**. Un 33,1% de los estudiantes participantes están ubicados en el primer nivel de competencia matemática; en este nivel de competencia "por lo general los estudiantes realizan procesos de un paso que implican reconocer contextos familiares y problemas matemáticos bien formulados, reproducen procesos o hechos ampliamente conocidos y aplican destrezas de cálculo simples." PISA (2003, p. 54) Hay que notar que el 23,6% de los estudiantes evaluados ni siquiera alcanzó este nivel básico de destrezas. Véase *Cuadro 1* "Resultados de la prueba PISA".

Cuadro 1: Resultados de la prueba PISA.
Porcentaje de alumnos en los distintos niveles de aptitud
PISA 2009: Plus Results

Área	**No alcanza el nivel 1**	**Nivel 1**	**Nivel 2**	**Nivel 3**	**Nivel 4**	**Nivel 5**	**Nivel 6**
Matemática	23,6	33,1	27,8	12,2	3,0	0,3	0,0
Aptitud de lectura	1,3	31,3	34,7	24,6	7,3	0,8	0,0
Ciencias	9,6	29,4	37,9	18,5	4,2	0,3	0,0
Fuente: Elaboración propia con base en *PISA 2009: Plus Results*.							

Lo anterior evidencia un nivel muy bajo en la resolución de problemas y en capacidades cognitivas matemáticas de un mayor nivel.

Se debe mencionar que más de la mitad (el 56,7%) de los estudiantes que realizaron la prueba no alcanzó el segundo nivel de competencia matemática; en el cual:

> (…) los estudiantes realizan generalmente ejercicios más complejos de más de un paso de procesamiento. También combinan diferentes elementos de información o interpretan diversas representaciones de información o de conceptos matemáticos identificando los elementos importantes y la relación entre ellos. Por lo general, trabajan con formulaciones o modelos matemáticos dados, presentados con frecuencia de forma algebraica, para identificar soluciones, o realizan una pequeña secuencia de pasos de procesamiento o cálculo para alcanzar una solución. PISA (2003, p. 54).

Como se puede ver, tampoco el segundo nivel de PISA es algo sumamente complicado para no pensar que debería haber un mayor porcentaje de estudiantes nuestros alcanzando este nivel.

Si se realiza una comparación por áreas de evaluación de acuerdo a los resultados de las pruebas aplicadas en el 2009, hay clara evidencia de una brecha entre materias. El *Cuadro 1* muestra las diferencias entre las competencias en lectura y ciencias donde los resultados son más favorables. Por ejemplo, en la competencia de lectura (*reading proficiency*) el 67,4% de los estudiantes está por encima del primer nivel y solo el 1,3% no lo alcanza. De manera similar, en el área de ciencias el 57,9% están por encima del primer nivel y solo el 9,6% no lo alcanza. Esto evidencia que los estudiantes costarricenses presentan mucho mejor nivel en competencias de lectura y en el área de ciencias que en matemáticas.

Además, es alarmante que en lo que respecta a competencia matemática el país se ubicó en el puesto 55 entre 74 países o regiones, muy por debajo de la media de los países de la OECD.

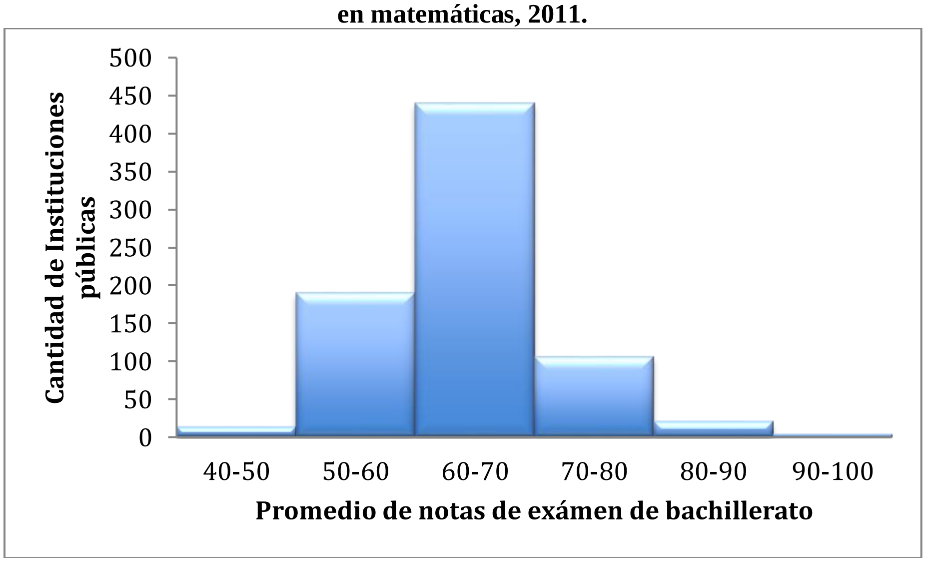
1.2 Pruebas nacionales

A nivel de Educación Primaria, se realizaron en el año 2008 por primera vez las pruebas nacionales diagnósticas de segundo ciclo de la educación general básica. De acuerdo al tercer informe del Estado de la Educación del 2011, en la materia de Matemáticas la prueba resultó difícil para el nivel de habilidad de los examinados. Esto contrasta con los resultados de otras asignaturas; por ejemplo, en la materia de Español los estudiantes se ubicaron en el rango de habilidades intermedias y en general la prueba resultó fácil para el grupo de examinados. Similarmente, la prueba de Ciencias evidenció ser fácil para el nivel de habilidad de los examinados. Esto coincide con los resultados en las pruebas internacionales.

En las pruebas de Bachillerato, en los últimos diez años, los resultados más deficientes se han dado en matemáticas, creando una gran brecha con las otras materias. Incluso en el 2009, se obtuvo una nota promedio de 65,6. En el año 2011 bajó a 74,6 de un 79,27 en el año 2010. Se debe tener presente que la nota está compuesta por un 60% correspondiente a la nota del examen y un 40% a la llamada nota de presentación que es el promedio de las calificaciones obtenidas por el estudiante en décimo año y en los dos primeros trimestres de undécimo año en Español, Matemáticas, Estudios Sociales, Educación Cívica, Inglés o Francés (a elegir) y Biología, Química o Física (a elegir). Para los colegios técnicos se toman en cuenta las calificaciones obtenidas en décimo año, undécimo año y los dos primeros trimestres de duodécimo año. (División de Control de Calidad, "Pruebas de Bachillerato", página electrónica del MEP, mep.go.cr). Los resultados en la prueba de matemática de bachillerato son desalentadores. En el 2011, aplicaron Bachillerato 775 instituciones públicas en las cuales se obtuvo un promedio de 65,8 en la nota del examen de bachillerato en matemáticas. Además, 644 instituciones públicas de las 775 obtuvieron un promedio de notas inferiores a 70 en el examen de bachillerato en matemática. Esto quiere decir que más del 80% de estas instituciones están con un rendimiento preocupante en la asignatura de matemáticas.

Para tener más detalle del rendimiento en ese año, en el G*ráfico 1* se muestra la cantidad de estas Instituciones de acuerdo a su promedio de notas en el examen de matemática.

Gráfico 1. Cantidad de instituciones públicas de acuerdo al promedio de notas obtenidas en el examen de bachillerato en matemáticas, 2011.



Fuente: Elaboración propia con base en datos de la Dirección de Gestión y Evaluación de la Calidad. MEP.

1.3 Diagnósticos en las universidades públicas

Las pruebas de Bachillerato no son de un alto nivel cognitivo, se centran en evaluar conceptos y procedimientos mecánicos y no conocimientos puestos en práctica en la resolución de problemas y la modelización. Cuando estos estudiantes, que han ganado su bachillerato, llegan a una universidad pública los resultados son también muy desalentadores.

La baja promoción en los primeros cursos de matemáticas es una constante desde hace años. Y esto no ha sido responsabilidad exclusiva de estas universidades. Para poner un ejemplo, desde hace varios años se creó en la Universidad de Costa Rica el examen de diagnóstico en matemática (DiMa) con el propósito de alertar a estudiantes, profesores y autoridades universitarias sobre posibles deficiencias en los conocimientos y destrezas en el área de matemáticas y proponer posibles soluciones.

En el año 2010 se admitieron 4322 estudiantes de primer ingreso a carreras que incluyen al menos un curso de cálculo en la Universidad de Costa Rica. De ellos, 331 habían aprobado MA0125 o MA1001 con el programa MATEM, por lo que estaban eximidos de aplicar el examen de diagnóstico. Muchos de estos estudiantes (277) ingresaron a carreras que requieren cursos de matemática, por lo que la población meta era de 4045 estudiantes. Al examen de diagnóstico de ese año se presentaron 2645 estudiantes (de ellos sólo 1 no era de primer ingreso) abarcando cerca del 65% de la población meta. **De los 2645 estudiantes que realizaron la prueba diagnóstica, 1706 obtuvieron notas inferiores a 50** (o sea el 64,5%). Solamente 423 estudiantes obtuvieron notas superiores a 70 (o sea tan sólo 16%) y de ellos el 32,1% son de instituciones privadas y 20,7% de instituciones semioficiales.

Hay que tener claro que esto no es un hecho aislado. De acuerdo a la información del Primer Informe de Resultados, DiMa 2010, se presenta el siguiente cuadro con resultados históricos:

Cuadro 2: Resultados históricos del Examen de Diagnóstico en Matemática
Universidad de Costa Rica
Porcentaje de notas inferiores a 50.
Años 2004 hasta 2010

Año	Cantidad de estudiantes con notas inferiores a 50	Porcentaje (%)	Total de estudiantes que realizaron la prueba diagnóstica
2004	557	53,1	1049
2005	1011	59,2	1708
2006	1642	61,5	2670
2007	1876	64,2	2921
2008	1603	62,6	2562
2009	1929	69,0	2795
2010	1706	64,5	2644
Fuente: Elaboración propia con base en el Primer Informe de Resultados, DiMa 2010.			

Puede observarse en el gráfico que en los últimos cinco años más del 60% de los estudiantes que aplican este diagnóstico obtienen notas inferiores a 50. A raíz de esta problemática otras universidades públicas están implementando planes similares a la UCR.

En el Instituto Tecnológico de Costa Rica los resultados son parecidos. Así lo muestran Ramírez y Barquero (2010, p. 74) en un análisis de pruebas diagnósticas que fueron contestadas por 1077 estudiantes en el 2008, por 1230 estudiantes en el 2009 y 1042 en el 2010 que se matricularon en los cursos de Matemática General, Matemática Básica o Fundamentos de Matemática I y que estuvieron presentes el día de la aplicación:

> En el 2008 el promedio general fue de 52,4 con una desviación estándar de 17,43. En el 2009 el promedio general fue de 37,05 con una desviación estándar de 17,82. En el 2010 el promedio general fue de 31,62 con una desviación estándar de 17,83.

Similarmente, la Universidad Nacional ha realizado este tipo de diagnósticos para valorar el nivel de conocimientos y habilidades matemáticas que presentan los estudiantes de nuevo ingreso. Los siguientes son resultados del examen diagnóstico aplicado en el 2008:

Cuadro 3: Rendimiento en el Examen Diagnóstico de Matemáticas
Universidad Nacional
Año 2008

Calificación	**Número de estudiantes**	**Porcentaje**	**Porcentaje acumulado**
Menos de 20	96	8,1	8,1
De 20 a menos de 40	425	36,1	44,2
De 40 a menos de 60	351	29,8	74,0
De 60 a menos de 80	205	17,4	91,4
Más de 80	101	8,6	100,0
Total que respondió	**1178**	100,0	
Total	**1385**		
Fuente: Edwin Chaves Esquivel, exdirector de la Escuela de Matemática de la Universidad Nacional.			

De igual forma, los resultados en el año 2009 son también alarmantes, ya que aplicaron el examen de diagnóstico 1027 estudiantes, de los cuales solamente 27 tuvieron nota superior a 70, y la media fue 34, la mediana 33 y la moda 32.

1.4 Causas

Estos resultados obedecen a varias causas. Algunas son externas al sistema educativo, otras son responsabilidad de éste. Las características de la formación inicial y la continua son una dimensión. Es muy importante la forma de trabajo en las aulas, y los insumos que brinde el sistema educativo para ello.

No se puede eximir de responsabilidad a los programas de estudio en los problemas de la enseñanza de las matemáticas. Es correcta la valoración de la Unión Costarricense de Cámaras y Asociaciones del Sector Empresarial Privado UCCAEP, que reseña el Banco Mundial (2009):

> Una de las **deficiencias principales** de la división académica del sistema secundario de educación parece ser la falta de calidad y pertinencia, que **están asociadas con programas**

> **de estudios** y sistemas de evaluación **obsoletos**, y capacitación deficiente de profesores. Además y vinculado a esto, no hay suficientes estudiantes que están siendo capacitados adecuadamente en campos que son sumamente importantes para la competitividad de la nación, como matemáticas, ciencias y programas técnicos. Esto ha contribuido a un excedente de profesionales en las ciencias sociales, la ley y la administración, mientras hay una escasez de técnicos, científicos e ingenieros. (p. 29). Énfasis añadido.

Con base en esta apreciación concluye en el tercer informe del Estado de la Educación:

> Del análisis de los resultados obtenidos por los estudiantes se concluye que, para enfrentar de una mejor forma otras pruebas internacionales, como PISA y TIMSS, es necesario desarrollar capacidades, valores y actitudes que permitan a los alumnos hacer frente a las distintas situaciones, tomar decisiones utilizando la información disponible y resolver problemas. **Lo anterior solo es factible si se asume el reto de buscar nuevos modelos para la enseñanza de las Matemáticas, en los que estrategias como la resolución de problemas y la modelización sean los ejes primordiales para la construcción de los conceptos matemáticos**. Este modo de trabajar es el que se tiene que adoptar en las escuelas del país. (p. 134). Énfasis añadido.

2. Análisis de los programas de estudio 1995-2005

Los programas vigentes para la Educación General Básica y el Ciclo Diversificado en sus elementos esenciales datan de 1995 y, desde entonces, no han sufrido modificaciones importantes. Los cambios han sido más que todo de desplazamiento de contenidos de un año a otro, o la incorporación de un apartado llamado "*La transversalidad en los programas de estudio"*.

Los programas vigentes jugaron un papel en su momento. Introdujeron una perspectiva constructivista valiosa (aquella que tiene que ver con la construcción de aprendizajes por parte del sujeto), que aunque no mordió la realidad del aula por muchas razones (desde las limitaciones teóricas a las prácticas) sí fue un cambio positivo. En lo que se introdujo en 1995 como en el 2001 y 2005 (estas últimas obedecieron a dimensiones educativas más generales) hay avances que deben reconocerse. Por supuesto que se podrían señalarles dificultades, como que términos como "racionalismo" y "humanismo" en los documentos de la política educativa nacional no fueron empleados de la manera más rigurosa (filosóficamente), pero al menos en matemáticas se dio un enfoque que ayudó a romper los esquemas tradicionales que gobernaron estos programas desde 1964.

2.1. En el aula no intervienen los propósitos generales que se afirma fundamentan los programas.

Los programas vigentes enuncian correctamente que la estrategia que se utilice en el aula "se base en la construcción e investigación del conocimiento, basado en las experiencias concretas, vivencias cotidianas, hechos científicos y tecnológicos, de tal manera que el aprendizaje sea significativo para el estudiante" (MEP, 2005b, p.34). Para ello se recomienda la "*resolución de problemas*" como una estrategia idónea para lograr los objetivos educativos. Entonces: "se exige dar prioridad a la resolución de problemas y no al aprendizaje de los aspectos formales de la disciplina" (p. 36).

Explícitamente se indica que el rol del educador consiste en proveer un entorno "*rico intelectualmente*" que propicie situaciones de aprendizaje que rete a los estudiantes hacia la búsqueda de soluciones a los problemas planteados. Se enuncia algo apropiado: romper con la antigua visión del profesor como poseedor del conocimiento y encargado de llevar a cabo su transmisión en forma lineal.

Sin embargo, esto no ha sido la realidad en las aulas costarricenses. Chaves Esquivel et al (2010, p. 27) informan:

> En los ambientes de aula observados, las Matemáticas que se desarrollaron estuvieron, casi en su totalidad, centradas en la definición de conceptos y la aplicación de procedimientos algorítmicos. La rutina que predominó en las actividades desplegadas se enfocó hacia la definición teórica del nuevo concepto o contenido matemático y la posterior ejemplificación de la forma en que el concepto se utiliza para resolver ejercicios. Esto último se realizó mediante la explicación de uno o varios ejemplos, posterior a ello, se planteaba un listado de ejercicios para que los estudiantes los resolvieran. Aunque se apreciaron algunas experiencias aisladas, en las que se intentó introducir el concepto matemático por medio de alguna aplicación práctica o alguna referencia histórica, los casos fueron muy pocos y,

> rápidamente convergieron al mismo patrón anterior. La contextualización de los contenidos se presentó en muy pocas ocasiones, normalmente mediante ejemplos hipotéticos.

¿Por qué ocurre esta disparidad entre enunciados y realidad de aula? En términos generales, la fundamentación teórica de los programas de estudio en matemática plantea elementos concordantes con la política educativa vigente en el país y con algunas tendencias internacionales del año en que fueron elaborados esencialmente (1995), pero, varios de los aspectos propuestos no son tratados con la profundidad adecuada y no plantean opciones adecuadas para su implementación, por lo que limita decisivamente su comprensión y ejecución. Los ajustes realizados en 2001 y 2005 no cambiaron en esencia lo diseñado en 1995-1996. Se puede afirmar en el año 2012 que Costa Rica ha trabajado durante 17 años con básicamente los mismos programas de matemáticas.

Es importante reconocer que hay muchos aspectos vulnerables, lo cual ha sido documentado en varias investigaciones y ha formado parte de los cuestionamientos de docentes, expresados en decenas de eventos y foros educativos.

2.2 La estructura de la malla curricular es poco útil para guiar la acción educativa.

Son muchos los cuestionamientos e investigaciones que evidencian las debilidades de la malla curricular propuesta por los *Programas 1995-2005*.

2.2.1 Exceso de contenidos

Lo primero que se puede señalar de la malla curricular es el abarrotamiento en sus contenidos:

> Un factor que recurrentemente se ha planteado como característica de la educación media es que los programas de estudio están saturados de contenidos. A partir de esta situación se justifica la dificultad de cubrir los diversos temas o de aplicar estrategias didácticas distintas a las tradicionales bajo el argumento de que requieren de un tiempo con el que no se cuenta. Meza, Agüero y Calderón (2011, p.13)

Este es un asunto que emerge en todas las reuniones con docentes.

Este exceso de contenidos en cada nivel educativo limita la profundidad temática y afecta la implementación de los propósitos teóricos de la propuesta.

2.2.2 Se enfatiza contenidos específicos y no los principios que enuncian

En estos programas se establece que las "*matemáticas a enseñar*" responden a intereses globales, como la resolución de problemas y la contextualización. Sin embargo, la estructura que presenta este componente dentro de los documentos, permite que los docentes enfaticen más en los contenidos específicos por encima de dichos principios, los cuales podrían ser relegados o, del todo, no ser considerados.

Un reporte lo brinda el tercer Estado de la Educación (2011), que hace referencia a varios cuestionamientos de la malla curricular:

2.2.3 Incongruencia entre lineamientos y malla curricular:

> (…) **los docentes consideran que la malla curricular no es congruente con los lineamientos dictados.** El enfoque teórico planteado en la política educativa que rige desde 1994, debería articularse adecuadamente con el componente operativo, es decir, con los diversos elementos de la malla curricular. (p.333). Énfasis añadido.

2.2.4 Un modelo desfasado:

> (…) el modelo utilizado no dista mucho de la clasificación convencional que se empleaba en programas anteriores, pues incluye los usuales segmentos de objetivos, contenidos, procedimientos y aprendizajes por evaluar. (p.333).

2.2.5 Inconsistencia entre metodología y estructura de planes de estudio:

> Tanto la estructura horizontal como la vertical muestran una lógica de linealidad que no pareciera ser consistente con las orientaciones metodológicas que se plantean en los planes de estudio.(p. 333)

2.2.6 Ausencia de conexiones ente las áreas del currículo

Aunque la mayoría de temas son analizados en diferentes niveles y, supuestamente, en forma de "*espiral*", la ausencia de una adecuada articulación transversal afecta su integración.

La situación es, sin embargo, más compleja. La estructura de la malla curricular repite esquemas tradicionales, donde los contenidos aparecen en forma aislada unos de otros, carece de conexiones internas, son sumamente lineales, tanto horizontal como verticalmente. [1]

> No se visualizan las interrelaciones entre los diversos temas matemáticos, ni entre éstos y los de otras disciplinas
> Un ejemplo de lo anterior se presenta con el tema de Estadística, la propuesta en la malla curricular subestima la disciplina pues le da un carácter procedimental al enfatizar en cálculos y construcción de cuadros. Con ello se desaprovecha el potencial de la disciplina para el análisis global de información que se genera en el contexto estudiantil y la posibilidad de desarrollar varias habilidades intelectuales y competencias transversales a partir de estos análisis.
> Pero además, la Estadística aparece aislada de los demás tópicos matemáticos y de las otras asignaturas, lo que la hace ver como un apéndice dentro del área matemática (p. 333).

Un estudio cuidadoso revela que las columnas que se usan son repetitivas (a veces cambios verbales), que las indicaciones suelen ser artificiales tanto en lo que refiere a actitudes y valores como a método y evaluación.

2.3 Existe inconsistencia entre una enunciada orientación constructivista y empirista y lo que se propone en los planes de estudio.

En la columna *Procedimientos* por cada objetivo de aprendizaje se establece una serie de instrucciones o pasos a seguir para desarrollarlo de manera mecánica. Esto, aparte de que puede cortar la creatividad del docente, se sintoniza mejor con un enfoque conductista (estímulo-respuesta) de objetivos operativos. Esto va a contrapelo de la fundamentación teórica y no asume *La Política Educativa hacia el Siglo XXI*, donde se establecen los enfoques constructivista, humanista y racionalista como guías de la Educación Costarricense desde 1994. Un par de ejemplos para ilustrar este enfoque procedimental:

OBJETIVOS	CONTENIDOS	PROCEDIMIENTOS	VALORES Y ACTITUDES	APRENDIZAJES POR EVALUAR
2) Resolver ejercicios y problemas de la cultura cotidiana y sistematizada mediante ecuaciones logarítmicas.	Preimágenes en la función logarítmica $f: IR^+ \to IR$ $f(x) = \log_a x$ $a \in IR^+$, a $\neq$ 1. Ecuaciones logarítmicas.	Definición del concepto de ecuación logarítmica. Interpretación de la información que proporcionan las imágenes y las preimágenes, en una determinada función logarítmica. Resolución de ecuaciones logarítmicas derivadas del cálculo de preimágenes. Resolución de ecuaciones logarítmicas sencillas, mediante la transformación de notación logarítmica, en notación exponencial.	Capacidad para dialogar en las interacciones grupales. Flexibilidad intelectual para elaborar generalizaciones. Habilidad para enfrentarse a situaciones problemáticas en su crecimiento intelectual. Equidad, solidaridad y cooperación en el trabajo de equipo, y en el intercambio de información.	Resolución de ejercicios y problemas de la cultura cotidiana y sistematizadas mediante ecuaciones logarítmicas.

Fuente: Imagen tomada de los programas de estudio (MEP, 2005a, p.75)

Además, en este caso el objetivo de aprendizaje en particular, no concuerda con los procedimientos, cero relación con la cultura cotidiana y la resolución de problemas. No es inusual esto. Véase de forma integrada:

Objetivos	Procedimientos
2) Resolver ejercicios y problemas de la cultura cotidiana y sistematizada mediante ecuaciones logarítmicas.	Definición del concepto de ecuación logarítmica. Interpretación de la información que proporcionan las imágenes y las preimágenes, en una determinada función logarítmica. Resolución de ecuaciones logarítmicas derivadas del cálculo de preimágenes. Resolución de ecuaciones logarítmicas sencillas, mediante la transformación de notación logarítmica, en notación exponencial.

Otro ejemplo, de los Programas de Estudio (MEP, 2005a, p. 58)

OBJETIVOS	CONTENIDOS	PROCEDIMIENTOS	VALORES Y ACTITUDES	APRENDIZAJES POR EVALUAR
4) Determinar el dominio, codominio, ámbito, imagen y preimagen de funciones.	Dominio, codominio, ámbito, imagen, preimagen y notación de funciones. Dominio máximo de funciones cuyo criterio se enuncia con expresiones algebraicas sencillas tales como: -Expresiones polinomiales de una variable. -Expresiones racionales en las que el denominador es de la forma x + b, con $b \in IR$ -Expresiones radicales de índice par, en las que el subradical es de la forma x + b con $b \in IR$ Representación gráfica de una función.	Definición de los conceptos de dominio, codominio, ámbito, imágenes y preimágenes, a partir de funciones que modelan relaciones extraídas de situaciones de la cultura cotidiana y sistematizada. Determinación de la imagen de una función, a partir de la preimagen y viceversa. Determinación del ámbito de una función, a partir del dominio y viceversa. Determinación de posibles dominios que conviertan relaciones extraídas de situaciones del entorno en funciones, considerando los criterios que modelan dichas relaciones. Identificación del dominio, el codominio, el ámbito, imágenes y preimágenes de una función, a partir de su representación gráfica.	Valoración de los elementos del ambiente cultural, social y natural. Respeto por las opiniones diferentes de sus compañeros. Respeto por las normas de urbanidad y convivencia democrática. Interés por la necesidad de cuidar su propio cuerpo, para conservar su salud. Sensibilidad ante la pérdida del equilibrio ecológico.	Determinación del dominio, codominio, preimágenes, imágenes y ámbito de funciones.

En la columna de procedimientos se evidencia un enfoque que no propicia la construcción activa de aprendizajes.

Un ejemplo más, en Tercer ciclo (MEP, p. 84):

84

OBJETIVOS	CONTENIDOS	PROCEDIMIENTOS	VALORES Y ACTITUDES	APRENDIZAJES POR EVALUAR
10. Aplicar el Teorema Fundamental de la Proporcionalidad y su recíproco, en la solución de ejercicios y de problemas extraídos de la cultura cotidiana y sistematizada.	Teorema Fundamental de la Proporcionalidad (también llamado Teorema Fundamental de Semejanza o Segundo Teorema de Thales) "Si una recta paralela a un lado de un triángulo interseca en puntos distintos a los otros dos lados, entonces determina sobre ellos segmentos que son propor-	Adquisición de información sobre el teorema fundamental de la proporcionalidad. Fundamentación del teorema fundamental de la proporcionalidad. Interpretación del teorema fundamental de la proporcionalidad. Utilización del teorema fundamental de la proporcionalidad en la solución de ejercicios y problemas.	Aceptación en la convivencia escolar, respetando las ideas y opiniones, así como facilitando la integración y cooperación de sus compañeros, al interpretar los resultados de los problemas.	Resolución de ejercicios y problemas en los que para su solución se requiera de la aplicación del Teorema Fundamental de la Proporcionalidad o su recíproco.

Nota: se resaltó el texto con amarillo para señalar los elementos en discusión.

Esta forma de estructurar contenidos y objetivos es una fuente para que la "mediación pedagógica" esté centrada en la definición de conceptos y la aplicación de procedimientos algorítmicos. Bajo estos procedimientos se deja de lado la resolución de problemas como estrategia metodológica y predomina la tradicional lección enfocada hacia la definición teórica del nuevo concepto o contenido matemático, la posterior ejemplificación de la forma en que el concepto se utiliza para resolver ejercicios y por último la rutinaria lista de ejercicios.

La manera en que se podría salir de esa tipo de enfoque procedimental solo podría ser construyendo situaciones que el estudiante enfrente, ponga en acción capacidades cognitivas, y haga intervenir los conocimientos específicos; esto sin un conjunto rígido de procedimientos a seguir.

Chaves Esquivel et al. (2010) finalizan su análisis de la malla curricular con el siguiente argumento:

> **Este es un simple ejemplo, de la incoherencia que se nota entre lo postulado acá y en el resto del documento, lo que puede implicar una importante amenaza para la articulación global de la propuesta por parte de los profesores.** Hay que recordar que este apartado juega un papel fundamental en la labor de los docentes, pues corresponde a la sección del programa que los profesores consultan en mayor medida, debido a que plantea los objetivos específicos por contenido matemático y las pautas que deberían seguir para el desarrollo de dicho contenido. (p. 18). Énfasis añadido.

2.4 Una visión insuficiente de la resolución de problemas que genera desorientación y prácticas educativas equivocadas

En los programas de estudio en matemática en cada nivel escolar se proponen aspectos metodológicos generales para la resolución de problemas como: trabajo en grupos, revisión de resultados, discusión de los resultados, medidas de apoyo, pero no hay una verdadera disposición hacia la resolución de problemas como estrategia metodológica.

Hay, para empezar, varios elementos relevantes para la implementación adecuada de esta estrategia que los *Programas 1995-2005* no consideran del todo o consideran artificialmente: en primer lugar la escogencia apropiada de las situaciones de aprendizaje, pero, en segundo lugar, el uso de la historia de las matemáticas, las aplicaciones de las matemáticas y sus contextualizaciones, el uso de las tecnologías, etc. Y son asuntos muy importantes. [2]

El asunto es más complejo. Existen varias otras debilidades de los *Programas 1995-2005* que impiden que la resolución de problemas se pueda instalar en la educación matemática del país.

2.4.1 No hay precisión en la noción de resolución de problemas que se usa los programas de estudio, y eso conduce a la confusión, y a la ausencia de guía para el docente.

Los *Programas 1995-2005* de tercer ciclo y educación diversificada[3] señalan: "En la resolución de problemas relacionados con lo cotidiano o con otras ciencias, el énfasis se debe dar al proceso de razonamiento para resolver el problema.” (p. 37). Aunque parece ser que lo que busca es enseñar “a través” de los problemas, sus indicaciones metodológicas y la malla curricular apuntan hacia “saber resolver problemas” (problemas como un conjunto de técnicas de resolución) o a utilizar los problemas para reforzar contenidos. Es decir, hay contradicción entre una cosa y la otra.

Repasar o reforzar significa que primero se explican los conceptos y luego se proponen los mismos como una práctica de lo aprendido. Algo contrario es cuando lo que se pretende es el aprendizaje mediante la resolución de problemas, pues entonces los contenidos matemáticos se aprenderán a través de los mismos (en él y en el proceso de resolución se identificarán o construirán los contenidos pertinentes).

Esto tiene claras repercusiones en la compresión de la estrategia que debe seguir el docente. El enfoque que se le dé a la resolución de problemas tiene altas repercusiones para la organización de la lección (Ruiz, Alfaro y Gamboa, 2006).[4]

2.4.2 No se comprende el papel del problema como propulsor de capacidades cognitivas superiores.

Los *Programas 1995-2005* consideran dos tipos de problemas para todos los niveles:

> Aquellos en los que, para su solución, se requiera de operaciones o conceptos relevantes del tema que se está estudiando
> En los que, para su solución, se requiera de un ordenamiento de ideas lógicas y la aplicación de conceptos básicos, llamados por algunos autores como problemas de ingenio y acertijos.

Los problemas del primer tipo serían los que podrían organizar la lección de acuerdo a esta metodología (“La manera en que se debe organizar una clase o lección de solución de problemas, MEP, 2005, p. 37”)[5]. Sin embargo, no se dan ejemplos de este tipo. Solamente se muestran ejemplos del segundo tipo de problemas (de ingenio y acertijos), los cuales aunque pueden ser entretenidos para los estudiantes tienen poca o nula conexión con los conocimientos que se desarrollan en los programas.[6]

La resolución de problemas no puede ser un tema más, para aprender heurísticas en problemas de entrenamiento que se presentan como pasatiempos en periódicos, revistas, etc. A la par del contenido, se deben estimular los procesos mentales de resolución de problemas; esto debe estar articulado. La práctica y el análisis de diferentes estrategias heurísticas, para la resolución de problemas, debe estar asociado al desarrollo de conocimientos de la disciplina.

Lo que revela esta inconsistencia entre lo que se coloca como objeto teórico (en el fundamento) y la malla curricular, es que no existe suficiente elaboración teórica y asimilación de lo que fue citado o incluido como fundamento.

2.4.3 No plantean un trabajo en distintos niveles de complejidad, precisamente porque no se comprende el papel del problema en la acción de aula.

No se establecen claramente en los *Programas 1995-2005* niveles de complejidad de los problemas que se desarrollarán y evaluarán. No es extraño que los docentes concentren sus lecciones en ejercicios y problemas rutinarios con solución única.

Una estrategia adecuada de la complejidad constituye una orientación para el docente sobre las características específicas de las tareas matemáticas que se deberán desarrollar en sus lecciones. Por esta misma razón, lo conveniente es que en un currículo se adopten pautas claras referentes a este aspecto, donde se pueda lograr un equilibrio entre los distintos niveles de complejidad de los problemas, siendo notable el fortalecimiento y el impulso a aquellos problemas y ejercicios que se escapan de lo rutinario y mecánico.

Esta ausencia en los programas de estudio se ve reflejada en las percepciones tanto de docentes como de estudiantes:

> (…) se piensa, tanto por parte de los alumnos como de los profesores, que si alguien sabe del tema, debe poder resolver un problema en 15 minutos o menos; una mayoría significativa, en ambos grupos, incluso piensa que un problema matemático se puede resolver en menos de 10 minutos. (Alfaro y Barrantes, 2008, p.95)

Por eso no es extraño que ninguno de los pocos ejemplos que se proponen en los *Programas 1995-2005* obedece a lo que en educación matemática se suele entender por un problema, una tarea matemática que incluye demanda cognitivas de cierto nivel (no rutinarias, supone algo nuevo). Más bien, refieren a lo que se define como ejercicio.

La colocación de ejercicios rutinarios no encaja dentro de una metodología de construcción de aprendizajes "a través" de la resolución de problemas, y en parte explica por qué los que se incluyen no pueden ilustrar lo que algunos párrafos de la fundamentación teórica de los programas señalan.[7]

2.4.4 No se toman en cuenta las particularidades ni los niveles cognitivos

Los problemas (del tipo acertijos) que se presentan en el primer ciclo son los mismos que aparecen en los demás ciclos del Sistema Educativo, no hay ninguna modificación. Los problemas aunque sean de ese tipo deben estar conectados a los años escolares.

2.4.5 No se ofrecen indicaciones y ejemplos

Esto es una constante. Para generar aprendizajes a través de la resolución de problemas son necesarias indicaciones precisas acerca de cómo realizar una adecuada selección de problemas, que resulten significativos desde un punto de vista matemático, que sean pertinentes para este tipo de metodología y que sean relevantes para el estudiante. Es aquí donde se requiere investigación y la adopción de principios didácticos y epistemológicos. La naturaleza del concepto matemático en juego es determinante para definir una estrategia metodológica y pedagógica. La escogencia, presentación y desarrollo de los mismos se puede hacer a partir de recursos metodológicos como la historia, la tecnología, los modelos matemáticos, los entornos culturales y otros medios que logren motivar el interés del estudiante.

Sin indicaciones adecuadas en número y calidad no es extraño que la resolución de problemas sea entendida por los docentes como un contenido más dentro del programa escolar, y, al igual que con todos los otros, asignarle un tiempo para ser estudiado.

La resolución de problemas como eje central dentro de los programas de estudio, la contextualización real (no artificial), los modelos, las tecnologías jugarían un papel especial en el desarrollo de habilidades y capacidades cognitivas de mayor nivel.

2.5 Se plantea una contextualización[8] artificial

En cuanto a la contextualización, los *Programas 1995-2005* establecen que los estudiantes:

> Tengan experiencias variadas en relación con la evolución cultural, histórica y científica de las matemáticas, de forma que puedan apreciar el papel que cumplen las matemáticas en el desarrollo de nuestra sociedad y el impacto que tienen en la cultura y la vida diaria.
> Exploren las relaciones existentes entre las matemáticas y las disciplinas con las que interactúan. (p. 15)

Sin embargo, al igual que sucede con otros elementos que se enuncian en el marco teórico, en el plan de estudio no hay indicaciones metodológicas adecuadas, ni ejemplos de cómo se puede realizar una contextualización a la hora de desarrollar los contenidos y los objetivos propuestos. Las únicas indicaciones que se hacen con respecto a la naturaleza de los problemas son similares a las siguientes:

> Conllevar una determinada finalidad, esto es, que la solución signifique una manera diferente de conocer mejor su medio ambiente, o de explicar las cosas que suceden a su alrededor. Por ejemplo, es mediante la solución de problemas y la discusión de sus resultados, que el docente concienciará a sus alumnos y alumnas en la valoración de la importancia de la utilidad y conservación del agua, del respeto por la conservación de la Naturaleza y el aprecio por la calidad de la vida.
> Referirse a situaciones propias de la vida cotidiana, tomando en cuenta las características concretas del pensamiento de los alumnos de la Educación Diversificada.
> Referirse a una amplia gama de contextos, de este modo el o la adolescente se verán enfrentados a situaciones que retan su capacidad reflexiva y creativa. (MEP, 2005d, p. 37)

Indicaciones de este tipo no dicen nada y no son suficientes para poder de alguna manera cumplir con los fines fundamentales antes citados. Para poder apelar a una matemática más humana y social se deben de brindar las pautas teóricas necesarias para que el docente pueda efectivamente incluir esto en su planeamiento didáctico y acción de aula.

De nuevo, la ausencia de indicaciones debe verse como una causa de que no haya contextualización adecuada de la matemática en las aulas costarricenses, y se vea una matemática abstracta y desligada de la realidad, que no motiva ni el interés ni la activación de capacidades cognitivas de mayor nivel.[9]

La clave del éxito para que la contextualización sea activa y estimule la participación estudiantil reside en la creación de modelos cercanos a la realidad; es decir, por medio de procesos de matematización y aplicación de instrumentos matemáticos. Se debe hacer referencia a la modelización, que exige estrategias múltiples de aproximación y solución. Con asociación con la estrategia general de la resolución de problemas, aunque de manera precisa: construcción de situaciones matematizables de lo real, problemas especiales que potencien las capacidades matemáticas y el disfrute de las mismas.[10]

En los *Programas 1995-2005* en la Educación Secundaria, en particular, es común encontrar objetivos con la expresión "Resolver ejercicios y problemas de la cultura cotidiana y sistematizada mediante…" pero esto no indica la propuesta de problemas en contextos reales que empujen la acción del estudiante. Son frases accesorias.

2. 6 Problemas con la evaluación y la medición

Estos programas de estudio poseen una visión equivocada de la evaluación y la medición en la acción educativa. Los programas señalan:

> Se debe tener muy presente la diferencia entre evaluar y medir, además, recordar que el objetivo de la medición se basa fundamentalmente en señalar los errores en que ha incurrido el estudiante, para corregirlos. La actitud del docente debe ser de comprensión al niño que ha cometido un error y ayudarlo a corregirlo y no de imposición de un castigo. (MEP, 2005b, p. 103)

El propósito que tienen los procesos de medición de los aprendizajes debe, sin embargo, ir más lejos. La medición es una orientación tanto para el docente como para los estudiantes. No debe verse con un sentido "punitivo" o como un medio para "clasificar" a los estudiantes de una manera rígida y definitiva. Tampoco, es correcto dar la perspectiva de que la medición sólo sirve para corregir errores en que hayan incurrido los estudiantes; también deben proveer al docente información necesaria para valorar su acción en el aula, y si es necesario redireccionar sus estrategias y métodos didácticos; así como ofrecerle opciones de actividad al estudiante que fortalezcan su aprendizaje. De la misma manera, la medición debe darle al estudiante señales sobre lo que debe hacer en la materia: asegurar su dominio de un tópico, profundizar procedimientos, obtener una mayor comprensión conceptual, identificar y enfrentar debilidades, mientras le permite diseñar caminos de trabajo y estudio.

Indicar que "…el objetivo de la medición se basa fundamentalmente en señalar los errores en que ha incurrido el estudiante, para corregirlos" es una perspectiva parcial e inadecuada de lo que un proceso de medición puede significar en la acción educativa.

Aunque en los programas de estudio (MEP, 2005b) se le resta importancia a los procesos de medición, contradictoriamente sólo hay indicaciones de medición (MEP, 2005b, p. 104):

el resultado final. Así como el diagnóstico antes de iniciar el curso lectivo y cada tema.

Al medir a los estudiantes, se debe recordar que:

- Las pruebas pueden ser escritas, orales o de ejecución, y deben responder a un cuadro de balanceo.
- En las pruebas escritas, orales o de ejecución, se deben medir los aspectos relevantes y no todo objetivo que se proponga en el proceso, puede medirse en una prueba escrita
- Previamente se les debe indicar a los estudiantes, con una distribución porcentual, esos aspectos relevantes en que van a ser medidos
- En la prueba se esté midiendo verdaderamente de acuerdo con la distribución porcentual, y en aquellos aspectos que fueron señalados con antelación.
- Los distractores de los ítemes de selección, deben corresponder a verdaderos errores de procedimiento que puedan cometer los estudiantes.
- Las pruebas NO son una competencia de velocidad, en las que el estudiante no contesta por falta de tiempo, aunque el concepto lo tenga muy claro.
- Las pruebas se aplican para conocer el estado en que se encuentran los estudiantes de acuerdo con los temas estudiados en clase.
- Los errores que se cometen en las pruebas deben rectificarse, de lo contrario, la aplicación de los exámenes no tendría sentido.

Otros instrumentos que se utilizan en la evaluación de los aprendizajes, pueden ser:

Listas de cotejo
Escalas de calificación
Registros anecdóticos
Registros de desempeño

Debido a que el currículo, las actividades y el conocimiento matemático que propugnan estos programas tienen una base conceptual, la evaluación no es una tarea simple ni reducida. El desarrollo de estructuras conceptuales constituye un proceso a largo plazo; las estructuras conceptuales se desarrollan, elaboran, profundizan y se van haciendo más completas con el paso del tiempo. En consecuencia, la evaluación debe ser un proceso continuo. No puede asumirse que una experiencia suelta de aprendizaje o de evaluación vaya a ofrecer un cuadro completo del desarrollo intelectual de los estudiantes. La evaluación debe intentar dar a todos los estudiantes la oportunidad de reconocer sus capacidades, potencialidades y limitaciones y de como superar estas últimas.

Nota: se resaltó el texto con amarillo para señalar lo que está en discusión.

Otro aspecto a tomar en cuenta, es que la sección (de apenas dos páginas) llamada “Orientaciones para la evaluación de la matemática” para Primer ciclo es la misma para el Segundo ciclo, no hay modificación alguna.

Además, se dan indicaciones muy generales como:

> Los documentos deben estar preparados para que puedan evaluar a sus estudiantes en cuanto al desarrollo de valores y actitudes como: la autonomía, la autoestima, la criticidad, el razonamiento lógico y divergente, la capacidad de hacer estimaciones, la capacidad de hacer juicios críticos, el de asumir retos que se le presentan en el aprendizaje de los contenidos programáticos y en su vida, y de como es consciente de sus capacidades, potencialidades y limitaciones, en la socialización y cooperación al trabajar y compartir con sus compañeros.
> Por lo anterior la evaluación de un contenido en matemática, debe valorarse como un todo, ya que el contenido matemático no se enseña, ni lo aprende el estudiante desligado del contexto social en que se desenvuelve (valores), del desarrollo de habilidades mentales y destrezas, de las diferencias individuales en cuanto a madurez intelectual, afectiva, económica, etc.
> Entonces, esta forma de evaluar el proceso de aprendizaje de la Matemática, implica un cambio en la forma en que se ha hecho la evaluación. (MEP, 2005a, p. 103).

Como puede verse en la anterior cita, sólo se exponen cuestiones muy generales y aspiraciones de qué se quiere lograr. Por ejemplo se indica que “Los documentos deben estar preparados para que puedan evaluar a sus estudiantes en cuanto al desarrollo de valores y actitudes…” Esto es simplemente una aspiración, ya que en el resto de la sección no se le brinda al docente las orientaciones precisas de cómo lograrlo; ni siquiera un ejemplo de lo que se proyecta en los programas; por lo que no hay indicaciones que sean verdaderamente útiles para el docente en su acción de aula. Las indicaciones de evaluación deberían ser precisas y con especificaciones de acuerdo a las diferencias entre los ciclos. Además, respetando las particularidades metodológicas de cada una de las áreas matemáticas, deberían haber indicaciones específicas en cada ciclo por área.

En el caso de Tercer ciclo y Ciclo diversificado el enfoque de las orientaciones es el mismo que en primaria: prevalecen las indicaciones de medición acerca de la prueba escrita y sus componentes (ítems, distractores, posibles errores, etc.) y de otras pruebas que se pueden realizar (orales, de ejecución). Esta sección no se centra en la evaluación sino en la utilización de pruebas.

Con respecto a otros instrumentos que pueden servir para una evaluación formativa, la única indicación que se tiene es la siguiente:

> Otros instrumentos que se utilizan en la evaluación de los aprendizajes, pueden ser:
>
> Listas de cotejo
> Escalas de calificación
> Registros anecdóticos
> Registros de desempeño (MEP, 2005d, p. 60)

Los anteriores instrumentos solo se mencionan, no se explica su funcionamiento ni sus ventajas o desventajas. Además, los mismos se mencionan de la misma forma en los restantes Ciclos.

En Tercer ciclo y Ciclo diversificado hay otras sugerencias de gestión de la prueba escrita como las siguientes:

> - Los exámenes acumulativos deben referirse a la información incluida en los programas y vista en clase.
> - Las preguntas de desarrollo son un medio excelente para la evaluación en matemáticas, por medio de ellas se pueden detectar las destrezas y habilidades en forma clara.
>
> Es importante contemplar lo siguiente:
>
> - Su solución no puede estar sujeta a un “chispazo”: no debe depender de si al educando se le ocurre o no determinada idea.
> - La distribución del puntaje debe ser justa: un punto por cada paso.
> - Los errores no se deben castigar más de una vez: si se tiene la respuesta final incorrecta, se le castiga el punto que corresponde al error y se deben otorgar los puntos siguientes aunque arrastren el error. (MEP, 2005d, p. 59)

Lo anterior evidencia la predisposición a la medición cuantitativa de la sección *"Orientaciones para la evaluación de la matemática…"* en Tercer ciclo y Ciclo diversificado. Hay que tener presente que la evaluación de los aprendizajes representa más que la medición de conductas por medio de instrumentos. Además, la evaluación de la matemática no es un solo paquete, debe adecuarse de acuerdo a las áreas matemáticas y al nivel educativo.

También, en estos ciclos, hay *"sugerencias remediales"* muy generales y hasta de sentido común como en la última sugerencia que se menciona (MEP, 2005d, p.58):

- Si los objetivos no corresponden al nivel de aprendizaje hay que modificarlos y adecuarlos a las necesidades de los estudiantes y del grupo.
- Si los contenidos son demasiado difíciles, debe procederse en el mismo sentido.
- Si las deficiencias son subsanables dentro de la misma situación, no hay otra salida que volver a enseñar utilizando situaciones concretas y significativas lo que no fue aprendido. No se podrá adoptar la posición cómoda de continuar con otros temas cuando la mayoría de los alumnos y alumnas desconoce el tema dado anteriormente. Énfasis añadido.

No contienen los programas vigentes indicaciones generales sobre evaluación o sugerencias que orienten al docente. En la malla curricular tampoco hay auténticas indicaciones de evaluación. Lo que existe en la mayoría de los casos son variaciones de figuras gramaticales entre los objetivos propuestos y los aprendizajes por evaluar. A continuación se expone un ejemplo de primaria y otro de secundaria como una pequeña muestra de algo que se presenta a través de todo el currículo:

ESTADISTICA				
1- Aplicar técnicas elementales de recolección de datos y de representación gráfica de estos.	Recolección de datos. Diagrama de barras.	Recolección de datos sobre objetos, fenómenos o situaciones del entorno familiar o escolar, utilizando técnicas elementales de recolección de datos (encuesta, observación y medición). Elaboración de diagramas de barras con material concreto y datos poco numerosos relativos a situaciones del entorno familiar o escolar.	Sensibilidad ante los animales. Compañerismo y solidaridad en los trabajos de aula al compartir sus materiales.	Aplicación de técnicas elementales de recolección de datos y de representación gráfica de estos, mediante diferentes estrategias.

Nota: se resaltó el texto con amarillo para señalar lo que está en discusión. (MEP, 2005b, p. 121)

NÚMEROS ENTEROS

OBJETIVOS	CONTENIDOS	PROCEDIMIENTOS	VALORES Y ACTITUDES	APRENDIZAJES POR EVALUAR
1. Describir al conjunto de los números enteros negativos.	Conjunto de los Números Enteros Negativos: Notación simbólica de los números enteros negativos. Representación de números enteros negativos en la recta numérica. Símbolo y notación por extensión del conjunto de los números enteros negativos.	Selección de información numérica que utiliza números enteros negativos, que expresan datos relacionados con el entorno. Identificación de los números enteros negativos con su respectiva notación simbólica. Asociación de números enteros negativos con enteros negativos, su símbolo y la representación por extensión. Identificación de los números enteros negativos con símbolo, y la representación por extensión. Descripción de características del conjunto de los números enteros negativos. Puntos en una recta numérica.	Interés por estudiar datos y hechos numéricos relacionados con la cultura ambiental para el desarrollo sostenible, educación para la salud y educación integral de la sexualidad. Participación equitativa de alumnos en la interpretación y representación de conceptos matemáticos.	Descripción del conjunto de los números enteros negativos.

Nota: se resaltó el texto con amarillo para señalar lo que está en discusión. (MEP, 2005d, p. 69)

Al ser tan repetitiva con respecto a los objetivos, se puede considerar innecesaria la columna de *"Aprendizajes por evaluar"*; habría bastado indicar que lo que se evaluaría son los objetivos de aprendizaje propuestos.

2.7 Ausencia de indicaciones adecuadas para el uso de tecnologías digitales

El uso de la tecnología en los *Programas 1995-2005* se reduce al uso de la calculadora.

Es importante tener presente que éste y otros recursos tecnológicos digitales han evolucionado aceleradamente en las últimas décadas. Más aún, en algunos ámbitos de la sociedad estas herramientas se han convertido en elementos de la vida cotidiana de niños y jóvenes. Por eso, el correcto empleo de la calculadora y de otros recursos son una necesidad en la formación del estudiante.

Los beneficios para los estudiantes del uso de las tecnologías han sido documentados incluso en Costa Rica, por ejemplo: Jiménez, Espinoza y Morales (2011) describen la experiencia desarrollada con profesores de matemática de Secundaria, en los cantones de Guácimo y Pococí, en el uso de la tecnología, a través de una iniciativa desarrollada en el marco del Programa de Regionalización Interuniversitaria. El diagnóstico incluyó la participación 384 estudiantes de la zona, con similar distribución de género. Se tomaron en cuenta a cinco colegios de la región, cuyos estudiantes residían en 11 distritos diferentes. La edad promedio de los estudiantes encuestados fue de 14 años. Los siguientes son algunos resultados del diagnóstico:

> Con respecto al gusto o interés por la informática, solo el 2% dice no estar interesado en lo más mínimo en la informática, mientras que el 90% de los encuestados indica que la informática es útil. Un 81,3% de los estudiantes expresan su grado de satisfacción por asistir a clases dónde se utiliza la informática. **El 63% de los estudiantes indican que cuando**

> **utilizan las tecnologías informáticas sienten más ganas de aprender y solo el 4% indica que le ayuda poco.** Además, el 33% de los estudiantes están totalmente de acuerdo en que: utilizar equipo tecnológico incentiva la permanencia en el colegio y por ende no abandonar los estudios de educación secundaria. (p. 5). Énfasis añadido.

La existencia de software gratuito como GeoGebra favorece su incorporación en la educación y generar los amplios beneficios que, por ejemplo, en la resolución de problemas se pueden obtener (Arias, Guillén y Ortiz, 2011, p. 2; Meza, Agüero y Calderón, 2011, p.25).

Es importante incluir de manera adecuada los usos de la tecnología (y dar indicaciones precisas) para favorecer aprendizajes como también para evitar formas inadecuadas de usarla, como ha sucedido en Costa Rica (Meza, Agüero y Calderón, 2011, p. 13).

En los programas de estudio (MEP, 2005a, p.46) se indica que "La calculadora no resuelve problemas, no piensa ni razona, solamente agiliza los cálculos", sin embargo: "(…) en estos documentos es notable la ausencia de lineamientos que propicien otros recursos con características similares a las calculadoras, y que permita ampliar las alternativas que podrían tener los docentes. (Chaves et al., 2010, p.15). En las aulas costarricenses, aunque "los docentes admiten que los estudiantes las utilicen durante las lecciones, pero, en pocos casos, se ofrece una preparación especial para su uso." (Chaves et al., 2010, p.32)

Es decir: los programas no son una guía adecuada para fortalecer el uso de tecnologías en la acción de aula.

La sección llamada "Uso de la calculadora" de los programas vigentes, que da "lineamientos" para todos los niveles, es muy limitada. Por ejemplo, para I y II solo seis ejemplos, que además son poco ilustrativos y pertinentes de lo que es el uso eficiente y eficaz de la tecnología en los procesos de enseñanza y aprendizaje. Todo se reduce a las siguientes sugerencias:

- Utilizar los dígitos del 1 al 5 para formar un número de dos dígitos y uno de tres dígitos de forma que su producto sea el máximo posible.
- Por ejemplo: se usa la tecla de constante de una calculadora, los niños y las niñas pueden construir una tabla de números de entrada y salida, y después expresar la relación mediante una expresión indeterminada.
- El juego suma, es un juego de calculadoras que refuerza el registro de hechos básicos y de aritmética mental. Después de borrar la memoria de la calculadora, dos niños seleccionan una meta por ejemplo 27 y se turnan en teclear un número de 1 a 5. Cada suma nueva se mete en memoria pulsando la tecla M+. Cuando un jugador cree que el número meta está en la memoria después de teclear su turno, lo comprueba en la memoria.
- También deben tener los niños y las niñas abundantes oportunidades de decidir si precisan una respuesta exacta y cómo van a completar una operación.

Y se concluye con generalidades:

> Los estudiantes deben modelar muchos problemas de forma concreta, recoger y organizar tablas e identificar patrones, representar datos, usar calculadora para resolver problemas y

> simplificar operaciones. Mediante el uso de la calculadora, se puede realizar numerosos ejemplos de cómo estas coadyuvan en la resolución de situaciones problema, como contexto para explorar ideas matemáticas. (p. 100)
> *El uso frecuente de calculadoras, del cálculo mental y de estimaciones ayuda a que el niño desarrolle un punto de vista más realista sobre las operaciones, y hace que pueda ser más flexible en la selección de métodos de cálculo. Deben usarse calculadoras para resolver problemas que exijan tediosos cálculos. La estimación y la valoración de resultados, requieren una atención especial cuando los estudiantes usan calculadoras*. (p. 101)

En la malla curricular propiamente tampoco se hacen indicaciones pertinentes acerca de su uso. Más que todo se reduce a indicar cuándo y en dónde se puede utilizar este instrumento.

Para los programas de Tercer ciclo y Ciclo diversificado la situación es similar, solo que no se dan ejemplos del uso.

Las indicaciones se reducen a una promoción general del uso de calculadora.[11]

Al igual que en la malla curricular de I y II ciclo, en III ciclo y Ciclo diversificado tampoco se hacen indicaciones pertinentes acerca de su uso; todo se reduce a indicar cuándo y en dónde se puede utilizar este instrumento.

El uso de la tecnología está reducido a una mínima expresión en estos programas, no hay ejemplos coherentes que ilustren las posibilidades de su uso, y hay ausencia grave de indicaciones precisas y pertinentes.

El mal uso que se le ha dado a las calculadoras o a la tecnología en el país no es ajeno a esta debilidad que poseen los *Programas 1995-2005*.

2.8 Ausencia de integración entre los ciclos educativos

Como indica el Banco Interamericano de Desarrollo (BID) (2010) y como se ha demostrado en una variedad de investigaciones[12], un programa de matemática debe ir desde el contenido básico en los años de primaria hasta las herramientas matemáticas más complejas cognitivamente en la secundaria.

Esto debe darse, con una articulación tanto vertical como horizontal desde los primeros años de Educación Primaria hasta los últimos años en Educación Secundaria. Esto no se da así en los programas de estudio vigentes, ya que no sólo hay un divorcio entre la fundamentación teórica de Primaria y de Secundaria, sino también existe una desconexión entre el enfoque y las áreas matemáticas.

Esto por lo tanto, es una causa de peso en la gran brecha entre primaria y secundaria, que se ve reflejado en el alto porcentaje de deserción en sétimo año.

2.9 Debilidades en el área de Números

2.9.1 En el trabajo con números, tanto en educación primaria como secundaria, está ausente el desarrollo del sentido numérico. Esto es una ausencia importante ya que el sentido numérico es muy necesario para descifrar una diversidad de problemas y fenómenos, además sirve como medio de comunicar, procesar e interpretar información que pueda ser modelizada en un contexto real. Además, en un enfoque de resolución de problemas, como se enuncia formalmente en los programas vigentes, es necesario desarrollar gran variedad de habilidades matemáticas que potencien el buen manejo de la información cuantitativa, así como la habilidad para usar los números y métodos cuantitativos en contextos reales. Esto no se da en los programas de estudio (MEP, 2005).

2.9.2 En la educación primaria el peso que se le da a la estimación y al cálculo mental es muy pobre. Además, carece de indicaciones precisas en cuanto a diferentes estrategias que se pueden utilizar de acuerdo a la madurez cognitiva del estudiante. En secundaria la estimación está ausente debido a un énfasis tradicional sobre "la respuesta exacta". Consistente con esos programas, las pruebas de bachillerato plantea, en general, respuestas exactas de sus ítems. La estimación es una habilidad mental que entre otras cosas tiene una aplicación práctica en la vida diaria y por otra parte completa la formación escolar de los estudiantes, al estimar no se busca dar respuestas exactas a un problema sino que su propósito es dar una respuesta cercana pero eficiente al planteamiento. Por ejemplo, en la vida cotidiana: ¿qué es más útil, saber que la diagonal de una cancha de futbol de 87 metros de ancho por 109 metros de largo es igual a $5\sqrt{778}$ metros o saber que mide aproximadamente 139 metros con 46 centímetros?

2.9.3 No se promueven, sobre todo en secundaria, las diversas representaciones del número, no hay indicaciones que orienten las diversas formas de representar un número racional, sobre todo cuando éste es negativo. Lo único que se indica en los procedimientos es "Análisis de las características que presenta la expansión decimal de un número y su relación con la notación fraccionaria." (2005d, p.76). Esto no es suficiente para comprender aspectos que han sido conflictivos a través de la historia.

2.9.4 No hay indicaciones metodológicas precisas ni estrategias didácticas para desarrollar el concepto de número irracional. Con respecto al contenido de Números irracionales la malla curricular (MEP, 2005d, p. 97) presenta lo siguiente:

NÚMEROS REALES

OBJETIVOS	CONTENIDOS	PROCEDIMIENTOS	VALORES Y ACTITUDES	APRENDIZAJES POR EVALUAR
1.Analizar situaciones que hacen evidente la existencia de números irracionales.	Existencia de números irracionales.	Indagación en diversas fuentes de información acerca de la existencia de los números irracionales. Análisis de diversas situaciones que evidencian la existencia de números irracionales.	Respeto por las distintas formas de pensamiento de sus compañeros.	Análisis de situaciones que hacen evidente la existencia de números irracionales.
2.Reconocer números irracionales en notación decimal, en notación radical y otras notaciones particulares.	Números irracionales. Números π y e.	Identificación de las partes de un radical: índice, subradical, coeficiente numérico. Interpretación de expresiones de la forma: $\sqrt[n]{a} = b \Leftrightarrow b^n = a$ Utilización de diferentes estrategias en el cálculo de la expansión decimal de expresiones radicales. Discriminación de los números racionales, cuya expansión decimal no es infinita periódica. Reconocimiento de números irracionales en notación decimal, en notación radical y otras notaciones particulares, (π y e), utilizando diferentes estrategias.	Valoración de la importancia de los cálculos y estimaciones en la vida cotidiana. Interés por la búsqueda de soluciones a situaciones o problemas relacionados con su entorno.	Reconocimiento de números irracionales en notación decimal, en notación radical y otras notaciones particulares.

Como se nota en la columna de procedimientos las indicaciones son imprecisas, globales y de un tono muy conductista y procedimental. No hay un manejo histórico de la evolución del concepto del número irracional que pueda sensibilizar y hacer menos abstracto este tema. Peor aún, cuando se pretende dar un tratamiento conjuntista abstracto como el que se hace en estos programas de estudio. En el siguiente fragmento de la malla curricular (MEP, 2005d, p. 98) se aprecia un enfoque formal y abstracto de este tema, dejando de lado la estimación y la aplicación en contextos reales (elementos importantes en la resolución de problemas y en la motivación del estudiante):

OBJETIVOS	CONTENIDOS	PROCEDIMIENTOS	VALORES Y ACTITUDES	APRENDIZAJES POR EVALUAR
3.Caracterizar el conjunto de los números irracionales.	El conjunto de los números irracionales. Elementos del conjunto $\mathbb{I}$. Representación de números irracionales y sus opuestos en la recta numérica. Interpretación de la expresión $\mathbb{Q} \cap \mathbb{I} = \varnothing$	Identificación del conjunto de los números irracionales con el símbolo $\mathbb{I}$. Discriminación entre expansiones decimales correspondientes a números racionales e irracionales. Identificación de los números con expansión decimal infinita no periódica, como números irracionales. Utilización de diferentes estrategias para asociar números irracionales y sus opuestos con puntos de la recta numérica. Comparación de las características del conjunto de los números racionales con las características del conjunto de los números irracionales.	Disposición para la búsqueda sistemática de relaciones entre conceptos matemáticos para crear nuevos conocimientos.	Caracterización del conjunto de los números irracionales.

Además, como se observa en la columna de *Procedimientos*, predomina un enfoque conductista donde se da la receta que debe seguir el docente; aquí hay un problema muy serio: no se dan las herramientas adecuadas para implementar lo que se pide. Por ejemplo, se indica en esta columna: "Utilización de diferentes estrategias para asociar números irracionales y sus opuestos con puntos de la recta numérica.". Esto es una indicación poco ventajosa para el docente, ya que no dice cuáles son las estrategias que se persiguen. No se indica si se utilizará un enfoque histórico utilizando la geometría, si se utilizará la aproximación, y si es así, de qué forma (método de bisección, uso de la calculadora, uso de software, etc.), etc. Incluso, el docente podría utilizar métodos numéricos elevados como el método de la secante en educación secundaria. Por lo tanto, es evidente que estas indicaciones no son claras ni precisas, por lo que abren el portillo para estrategias formalistas y/o desligadas del nivel cognitivo del estudiante.

2.9.5 Otro aspecto, a tomar en cuenta es el salto enorme que hay entre pasar de números naturales al conjunto de números enteros, no hay que olvidar que históricamente esto no fue sencillo, por lo que es necesario un tratamiento intuitivo de estas nociones. Lo mismo sucede al pasar del tema de fracciones que se desarrolla en primaria de forma operatoria y aplicada, al tema de conjunto de números racionales en sétimo año. Aquí se evidencia que hay un abandono del manejo numérico en primaria, para pasar a un enfoque formal de conjuntos, con sus respectivos conceptos (pertenencia, inclusión, unión, subconjuntos, etc.). Esto muestra un elemento más de la desconexión entre primaria y secundaria.

2.9.6 Otra inconsistencia es incluir contenidos tan abstractos como la continuidad, densidad e infinitud de un conjunto en Tercer ciclo. Sobre todo cuando no se dan las estrategias didácticas para poder asimilar correctamente tópicos que históricamente han tenido diferentes formas de análisis. En el siguiente fragmento de la malla curricular (MEP, 2005d, p. 99) se ilustra la situación:

99

OBJETIVOS	CONTENIDOS	PROCEDIMIENTOS	VALORES Y ACTITUDES	APRENDIZAJES POR EVALUAR
4. Caracterizar al conjunto de los números reales.	Completitud de $\mathbb{R}$. Relaciones de orden en $\mathbb{R}$. Infinitud y continuidad de $\mathbb{R}$.	Utilización de diversas estrategias para establecer una correspondencia biunívoca entre los puntos de la recta y los números reales. Utilización de conocimientos previos en la interpretación de las relaciones de orden con los elementos de $\mathbb{R}$. Interpretación del conjunto $\mathbb{R}$ como un conjunto infinito y continuo, a partir de la representación de sus elementos en la recta numérica. Análisis de las características de los conjuntos $\mathbb{R}$, $\mathbb{Q}$, $\mathbb{I}$, $\mathbb{Z}$, $\mathbb{N}$. Establecimiento de diferencias y semejanzas entre los conjuntos $\mathbb{R}$, $\mathbb{Q}$, $\mathbb{I}$, $\mathbb{Z}$, $\mathbb{N}$.		

2.9.7 No se puede menospreciar temas tan abstractos como la completitud del conjunto de los números reales con indicaciones tan generales como “Utilización de diversas estrategias para establecer una correspondencia biunívoca entre los puntos de la recta y los números reales.”; mucho menos restar importancia a temas tan complejos como la infinitud y continuidad de este conjunto con indicaciones como “Interpretación del conjunto $\mathbb{R}$ como un conjunto infinito y continuo, a partir de la representación de sus elementos en la recta numérica.”. Estas indicaciones son muy generales y amplias que son de poca ayuda para la mediación pedagógica. En temas tan abstractos como los citados debería haber mayor precisión en metodología que se pretende.

2.9.8 Diversas investigaciones y resultados documentan que la formación matemática de los docentes de primaria en Costa Rica es muy débil y limitada. Es por esto que deben haber suficientes indicaciones metodológicas y de la disciplina misma que le apoyen en su labor docente. En los programas vigentes no existen este tipo de indicaciones; la columna de procedimientos presentan sólo instrucciones muy generales que dejan desprovisto al docente de una orientación metodológica clara, que conlleva a una gran incertidumbre de la forma de abordar los tópicos propuestos. Un ejemplo de esta situación es el siguiente (MEP, 2005c, p. 195):

3- Caracterizar el conjunto de los números naturales IN, estableciendo sus propiedades.	Propiedades del conjunto de los números naturales: *a) Existe un número natural que es menor que todos los demás: tiene primer elemento.* *b) No existe un número que sea mayor que todos los otros (es infinito).* *c) Todo número natural tiene su sucesor.* *d) Todo número natural, excepto el cero, tiene un antecesor.* *e) Dados dos números naturales diferentes, siempre uno es mayor que el otro (es ordenado).*	Formulación, en forma experimental y operativa, de las propiedades del conjunto de los números naturales. Elaboración de diferentes estrategias que permitan interpretar el concepto de "unidad" en la recta numérica, para representar números naturales.	Curiosidad por explorar y descubrir las características, propiedades y ventajas que posee el conjunto de los números naturales. Valoración de las cualidades positivas de sus compañeros. Utilización racional de los materiales disponibles.	Caracterización del conjunto de los números naturales IN, estableciendo sus propiedades.

No es adecuado que para desarrollar todas estas propiedades del conjunto de los números naturales, solamente se den estos dos procedimientos: "Formulación, en forma experimental y operativa, de las propiedades de los números naturales" y "Elaboración de diferentes estrategias que permitan interpretar el concepto de "unidad" en la recta numérica, para representar números naturales". En este currículo se habla muchas veces de la implementación de diferentes estrategias; sin embargo, a lo largo de mismo no hay lineamientos precisos que establezcan estas estrategias.

2.10 Debilidades en el área de Geometría

2.10.1 En los *Programas 1995-2005* a lo largo de los ciclos se trabaja solamente con geometría sintética, la cual aunque es importante no permite usar ciertas ventajas de la geometría analítica. Esto hace que el área de geometría carezca de movimiento y conexión con el álgebra. Por ejemplo, con el uso de geometría analítica se pueden resolver problemas algebraicamente y viceversa, se pueden resolver problemas algebraicos utilizando geometría analítica. La geometría de coordenadas permite crear ambientes muy ricos de aprendizajes basados en la resolución de problemas. Esta ausencia es una gran debilidad de los programa vigentes.

2.10.2 Con este tipo de tratamiento es común privilegiar una aproximación a la geometría basada en el estudio de objetos ideales y abstractos, que si bien es importante su aprendizaje debe construirse usando andamios pedagógicos adecuados.

No se puede restar importancia a la geometría sintética para el desarrollo de procesos de razonamiento y de prueba, y debe ser parte relevante del currículo. Sin embargo, para identificar modelos y contextualizar problemas es importante trabajar también con geometría de coordenadas. Con la incorporación de la geometría analítica se pueden usar transformaciones como homotecias, reflexiones, rotaciones, etc., que favorecen las relaciones geométricas en entornos espaciales. Esto potencia procesos matemáticos de alto nivel como el razonamiento, argumentación y modelización; además potencia la variedad de representaciones y conexiones con áreas matemáticas y otras disciplinas.

2.10.3 En primaria no se trabaja un sentido espacial real, esto quiere decir que aunque se trabaja con objetos tridimensionales éstos no se ubican en un espacio ni un contexto. No hay que olvidar que las formas y objetos tienen un espacio; si esto se deja de lado ocurrirá que los estudiantes piensen que los cuerpos sólidos son dibujos en dos dimensiones. Como se muestra en el siguiente fragmento de la malla curricular (MEP, 2005b, p. 192) ni el objetivo ni los procedimientos indican el reconocimiento de cuerpos sólidos en un contexto, tampoco se hace referencia al objeto con una ubicación en el espacio.

6- Identificar las características básicas de los cuerpos geométricos.	Cuerpos geométricos: prismas, pirámides, conos y cilindros.	Descripción oral de objetos con formas de prismas, pirámides, conos y cilindros. Comparación y clasificación de los cuerpos geométricos, de acuerdo con su forma y con las características de la base. Identificación de los cuerpos geométricos, por su nombre y por sus características.	Compañerismo en los trabajos de aula, al compartir materiales.	Identificación de las características básicas de los cuerpos geométricos.

2.10.4 La indicación *"Descripción oral de objetos con formas de primas, pirámides, conos y cilindros"* es muy limitada para las diversas posibilidades de desarrollar el sentido espacial en los estudiantes. Esto quiere decir analizar un objeto con respecto a su entorno y a otros cuerpos en el mismo espacio, visualizar las distintas perspectivas del objeto, analizar un cuerpo como la composición de otros, etc. Lo preocupante es que este objetivo es de sexto año, donde tomando en cuenta el nivel cognitivo de los estudiantes se podría potenciar el sentido espacial y la contextualización con objetos en espacios determinados.

2.10.5 Hay un divorcio entre las figuras planas y los cuerpos sólidos. El tratamiento de los elementos geométricos como el punto, el segmento y las figuras planas se hace desligado del espacio y no se hace la conexión con algunos cuerpos sólidos que están formados precisamente por esos componentes. Por el ejemplo, la pirámide cuadrada está formada por un cuadrado y cuatro triángulos isósceles congruentes, o que un cubo tiene doce segmentos y está formado por seis cuadrados.

2.10.6 Esta separación no es adecuada ya que aleja de la realidad a estos elementos y limita los múltiples vínculos que se pueden lograr con objetos del espacio. En secundaria es más alarmante, ya que en tercer ciclo desaparece el sentido espacial, trabajando solamente con geometría sintética en dos dimensiones. No existe ningún vínculo con cuerpos sólidos. Esta es una señal más de la desconexión que muestran los programas de estudio de primaria con los de secundaria; ya que aunque se haga de forma poco acertada, en educación primaria se trabajan los cuerpos sólidos en los dos ciclos, y todo esto se pierde en el tercer ciclo. En el ciclo diversificado, lo que se da es un manejo de fórmulas para el área y para el volumen. Así lo establecen los únicos dos objetivos referentes a cuerpos sólidos que aparecen en este ciclo:

> Aplicar fórmulas para el cálculo del área total y área parcial del prisma, del cilindro, de la pirámide, del cono y de la esfera, en la solución de ejercicios y problemas. (p. 85)
> Aplicar las fórmulas para el cálculo del volumen de un cuerpo geométrico o de la unión o complemento de dos o más de ellos, en la solución de ejercicios o problemas. (p. 86)

Esto, además, deja de lado el análisis y la modelización para dar paso a los problemas y ejercicios rutinarios de aplicación mecánica de fórmulas.

2.10.7 La geometría en todos los niveles carece de modelización y de resolución de problemas como estrategia metodológica. La malla curricular se limita a proponer la memorización de propiedades y fórmulas de las figuras geométricas. En el siguiente ejemplo (MEP, 2005c, p. 68) se muestra que el objetivo es aplicar características y propiedades:

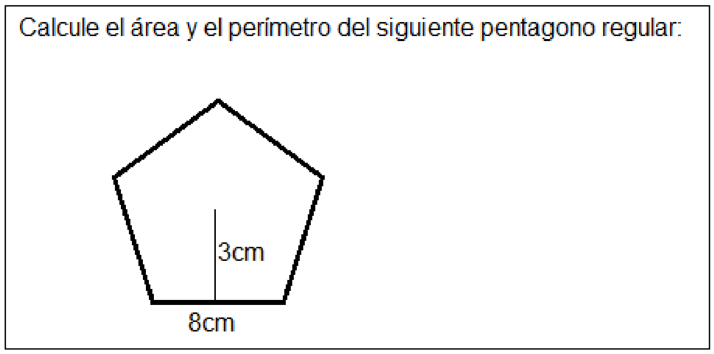
9.Aplicar las características y propiedades de los diferentes tipos de cuadriláteros, en la solución de ejercicios y problemas.	Problemas y ejercicios en los que se aplican las características y propiedades de los diferentes tipos de cuadriláteros.	Reconocimiento de las características de los diferentes tipos de cuadriláteros. Descripción de las características y propiedades de los diferentes tipos de cuadriláteros. Construcción geométrica de cuadriláteros, a partir de las características y propiedades de estos. Utilización de las características de los cuadriláteros en la solución de ejercicios y problemas donde, entre otras cosas, se reconozcan, en diseños, algún tipo de cuadrilátero.	Interés por la observación de la diversidad y la búsqueda de patrones y relaciones en el entorno. Inquietud por la verificación de hechos antes de emitir juicios.	Resolución de ejercicios y problemas geométricos en los que se aplican las características y propiedades de los diferentes tipos de cuadriláteros.

Como puede verse, aunque al final del objetivo se indique "…en ejercicios y problemas" esto no es suficiente para orientar al docente en la creación de problemas que se puedan resolver con modelos apropiados; más bien, lanza al docente a un enfoque tradicional: trasmisión de conocimientos, explicación de ejemplos y por último práctica rutinaria basada en ejercicios.

2.10.8 Hay errores conceptuales también. Uno de ellos es el siguiente (MEP, 2005b, p. 192):

OBJETIVOS	CONTENIDOS	PROCEDIMIENTOS	VALORES Y ACTITUDES	APRENDIZAJES POR EVALUAR
5- Aplicar las fórmulas de cálculo de área y perímetro de polígonos regulares, en la solución de ejercicios y problemas.	Perímetro y área de polígonos regulares. Ejercicios y problemas en cuya resolución se emplean las fórmulas de perímetro y área de los polígonos regulares.	Utilización de diversas estrategias para interpretar, plantear y resolver problemas y ejercicios, relacionados con el cálculo del perímetro y el área de polígonos regulares.	Respeto por las personas de diferente sexo, etnia, clases sociales, credo, edad, o con necesidades educativas especiales, con las que se relaciona.	Aplicación de las fórmulas de cálculo de área y perímetro de polígonos regulares, en la solución de ejercicios y problemas.

El objetivo pide aplicar las fórmula del cálculo de área de polígonos regulares, en la solución de ejercicios y problemas. Sin embargo, no se indica cuál es la fórmula a utilizar, aunque por lo general los docentes utilizan para el área: el resultado del perímetro por el valor numérico de la apotema dividido entre dos. Esto no es razonable ya que para poder resolver ejercicios y problemas donde se involucre obtener el valor de la apotema en la mayoría de los casos se deben tener conocimientos de trigonometría o simplemente dar el valor de la apotema para que el estudiante sustituya en la fórmula los valores y obtenga el resultado. Cabe preguntarse qué procesos de razonamiento puede generar este objetivo. Debido a este error conceptual los docentes de primaria optan por dar un valor numérico a la apotema (aunque no lo indique así el programa), esto convierte al tema en el aprendizaje de procedimientos memorísticos de poco nivel. Otra implicación es que a raíz de la poca formación matemática del docente, propone valores para la apotema incorrectos y sin ningún fundamento matemático, probablemente porque no hay una indicación precisa que le haga ver la necesidad de utilizar trigonometría para estos cálculos. Por eso se dan ejercicios matemáticamente incorrectos y de bajo nivel en las prácticas de educación primaria. Un ejemplo que ilustra la situación es el siguiente:



Ejemplo creado con el propósito de ilustrar

Este ejercicio es matemáticamente incorrecto ya que un pentágono regular de 8 cm de lado tendrá aproximadamente 5,51 cm de apotema. Incluso en una misma práctica se pueden encontrar dos pentágonos regulares con la misma medida del lado pero diferente apotema. Además, qué nivel de razonamientos puede desarrollar para un estudiante de sexto año un ejercicio como éste que lo único que tiene que hacer es aplicar la fórmula planteada por el docente: $5\times8\times3\div2=60$ (la respuesta real de un pentágono de lado 8cm es aproximadamente 110,2cm^2, gran diferencia).

2.10.9 Con respecto a trigonometría sólo se hace la siguiente indicación general:

> Su principal objetivo es la resolución de problemas ligados al entorno del educando, pero que no requieren de cálculos engorrosos.
> Este tema resulta ser una base importante en el estudio de otras disciplinas, por lo que el estudiante debe ser conocedor de esta relación, preferiblemente a través de problemas adecuados.
> La trigonometría se debe ver como una ampliación de la Geometría, tal como fue su surgimiento histórico. (MEP, 2005d, p. 54-55)

Las anteriores indicaciones no son precisas ni mucho menos ventajosas para la acción docente; más bien son simples deseos y generalidades que no dicen nada. Véanse los objetivos y procedimientos propuestos en la malla curricular para este tema (MEP, 2005c, p. 111-114):

Objetivos	**Procedimientos**
1 Analizar la aplicación de las razones trigonométricas en el desarrollo científico y tecnológico.	Interpretación de la información detectada en diversas fuentes de información acerca del concepto de trigonometría y sus aportes en el desarrollo científico y tecnológico.

	Explicación de síntesis de información que da a conocer los aportes de la trigonometría en el desarrollo científico y tecnológico.
2. Determinar el valor de las razones trigonométricas, seno, coseno y tangente, de los ángulos agudos de un triángulo rectángulo, a partir de las medidas de los lados del triángulo.	Identificación, en triángulos rectángulos, de la hipotenusa, el cateto opuesto y el cateto adyacente a un ángulo agudo. Establecimiento de la igualdad de las razones trigonométricas de un ángulo correspondiente α, en triángulos rectángulos semejantes. Explicación de diferentes procedimientos que pueden ser utilizados para el cálculo de las razones trigonométricas, de ángulos agudos de un triángulo rectángulo, a partir de las medidas de los lados. Resolución de ejercicios en que se determina el valor de razones trigonométricas de ángulos agudos de un triángulo rectángulo, a partir de las medidas de los lados.
3.Determinar las medidas de lados y ángulos de un triángulo rectángulo, utilizando razones trigonométricas.	Formulación de hipótesis sobre las relaciones que se cumplen entre el $\text{sen}\alpha$ y el $\cos\beta$, si α y β son ángulos complementarios. Utilización de las razones trigonométricas de los ángulos complementarios, al determinar medidas de lados y ángulos en triángulos rectángulos. Cálculo de las razones trigonométricas de los ángulos de medidas 30º, 45º y 60º. Determinación de medidas de lados y de ángulos de triángulos rectángulos, utilizando razones trigonométricas de los ángulos de medidas 30º, 45º y 60º.
4 Determinar las medidas de lados y ángulos de un triángulo rectángulo, utilizando razones trigonométricas de ángulos complementarios.	Reconocimiento de ángulos de elevación y ángulos de depresión. Descripción de problemas que se refieren a situaciones de aplicación práctica de los conceptos de ángulo de elevación y ángulo de depresión. Explicación de procedimientos que pueden ser utilizados para la resolución de problemas relacionados con el contenido. Resolución de problemas que involucran los conceptos de ángulo de elevación y ángulo de depresión.
5. Resolver problemas provenientes de la cultura cotidiana y sistematizada, que involucren los conceptos de ángulo de elevación y ángulo de depresión.	Reconocimiento de ángulos de elevación y ángulos de depresión. Descripción de problemas que se refieren a situaciones de aplicación práctica de los conceptos de ángulo de elevación y ángulo de depresión. Explicación de procedimientos que pueden ser utilizados para la resolución de problemas relacionados con el contenido. Resolución de problemas que involucran los conceptos de ángulo de elevación y ángulo de depresión.
6. Resolver problemas en que es necesaria la aplicación de la ley de senos.	Identificación de diferentes situaciones en que se aplican proporciones. Reconocimiento de diferentes situaciones problemáticas en que se aplica la ley de senos para su resolución. Resolución de problemas que requieren la aplicación de la ley de senos.

En el objetivo 1 es importante indicar que esa no es la forma más adecuada de que un estudiante valore la aplicación de las razones trigonométricas en el desarrollo científico y tecnológico; esto puesto que los procedimientos que ahí se proponen son artificiales y no permiten lograr su cometido. La manera de que un estudiante interiorice la importancia de la aplicación de este tema es enfrentándolo a problemas pertinentes y reales que involucren la aplicación de la trigonometría en estos contextos. Como se evidencia en esta tabla los objetivos del 2 al 4 son objetivos que exigen un nivel muy bajo de razonamiento, más que todo se basa en identificación y en la determinación de mediante la aplicación de las razones trigonométricas. No hay modelos ni problemas, solo cálculo de medidas. En los objetivos 5 y 6, a manera de apéndice surge la resolución de problemas "provenientes de la cultura cotidiana y sistematizada". Aunque esto es una buena intención, no se dan las indicaciones precisas ni los ejemplos a los largo del currículo para que esto sea posible en las aulas. Además los procedimientos son generalistas, poco útiles para el docente y con un enfoque conductista.

2.10.10 No hay uso de la tecnología en esta área. En un currículo del siglo XXI esto es inadmisible. El tratamiento del movimiento en geometría había sido difícil de incorporar en los currículos escolares, por las limitaciones para el trazado y su presentación gráfica. Con las tecnologías digitales esto cambió radicalmente. La presencia de software diverso de geometría dinámica y de representación geométrica desde hace bastantes años permite aproximarse a los fenómenos geométricos incluyendo esta propiedad esencial. Pero es más que eso: la tecnología permite replantear la lógica del currículo y de muchos de sus contenidos en la geometría y en otras áreas. Este sentido dinámico se puede introducir en congruencias, semejanzas y simetría lineal o rotacional de objetos que se transforman, lo que permite conexiones estrechas con el pensamiento *funcional*.

Por tanto, esta área debería promover un enfoque que incluya un énfasis en el sentido espacial, el movimiento y el uso de coordenadas y una relación especial con el álgebra.

2.11 Debilidades en el área de Medidas

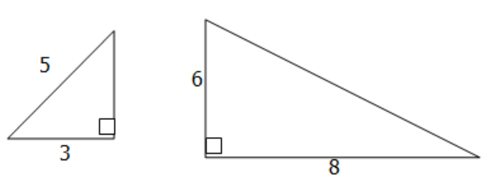
2.11.1 Las medidas por su generalidad y aplicabilidad en la vida son un tema crucial que puede ofrecer situaciones y oportunidades para la resolución de problemas y la modelización, permitiendo importantes conexiones con otras disciplinas no matemáticas. Aunque en los programas de estudio de primaria se plantea el tema de medidas, el enfoque que se le da no es más rico. El tema de medidas se resume en primaria a aprender de memoria todas las diferentes medidas y aprender a realizar conversiones. Por eso deja un vacío en la contextualización que se puede lograr al crear conexiones con otras áreas matemáticas y con otras disciplinas. Una muestra de esto se da en sexto año (MEP, 2005b, p. 163):

MEDIDAS				
OBJETIVOS	CONTENIDOS	PROCEDIMIENTOS	VALORES Y ACTITUDES	APRENDIZAJES POR EVALUAR
1- Establecer relaciones entre los múltiplos y submúltiplos, y la unidad de las medidas de longitud, masa, capacidad, superficie y tiempo.	Unidades de medida de longitud, capacidad, masa, tiempo y superficie.	Ejecución de mediciones empleando las unidades de medida de longitud, capacidad, masa, tiempo y superficie. Determinación de equivalencias entre múltiplos y submúltiplos, y la unidad de medidas de longitud, masa, capacidad, superficie y tiempo.	Reflexión acerca de la importancia de la medición exacta y justa. Honradez en su intercambio con los demás. Respeto por el medio ambiente, al aprovechar material reciclable.	Relación entre múltiplos y submúltiplos y la unidad de medidas de superficie, masa, capacidad, longitud y tiempo.

Con este objetivo se pretende hacer una síntesis de las medidas desarrolladas a lo largo del currículo. Como se puede ver el objetivo es de carácter procedimental y así lo confirman la columna de procedimientos "Ejecución de mediciones…", "Determinación de equivalencias". Esto debe hacerse bajo situaciones reales de las ciencias, la tecnología, la ingeniería, etc., y no mecánicamente como se propone. Además, no se proponen conexiones con áreas como la geometría y la estadística.

2.11.2 El área de medidas debería jugar un papel muy importante en el currículo, pues potencia el dominio en los cálculos, aproximaciones y estimaciones en la medición, y el tratamiento contextualizado de temas matemáticos. Es inadmisible que esta área esté ausente en secundaria. Es una evidencia más de la desconexión entre primaria y secundaria. Provoca que no haya un sentido de estimación y del uso de instrumentos. Esto propicia, por ejemplo, que el manejo de temas de geometría sea meramente conceptual y que se propongan ejercicios en donde no se tome en cuenta las medidas de las figuras. Los *Programas 1995-2005* fomentan esta práctica inconveniente:

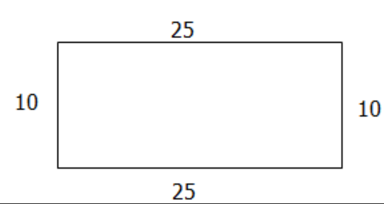
Observe bien las dos figuras:



Escriba al menos tres semejanzas y tres diferencias entre ellas.

(MEP, 2005c, p. 23)

Por ejemplo, para introducir las operaciones con monomios y polinomios, se pueden utilizar problemas de áreas y perímetros de triángulos y cuadriláteros, puesto que estas son las figuras conocidas en la escuela.



(MEP, 2005c, p. 23)

No solamente faltan las medidas, sino que también no se promueve la contextualización. Son muy pocos los ejemplos que se proponen en los programas de estudio, es por esto que deberían estar acordes con lo que se plantea en la fundamentación teórica.

2.12 Debilidades en el área de Relaciones y álgebra

2.12.1 Hay un enfoque equivocado del álgebra. El álgebra no es solo manejo simbólico de expresiones, va más allá. El álgebra se refiere a varios temas como el estudio de patrones y relaciones diversas (numéricas, geométricas, etc.), como medio de potenciar procesos de generalización y simbolización. El enfoque que se le da en los programas de estudio (MEP, 2005) se orienta a procedimientos mecánicos de expresiones algebraicas sin un contexto. A manera de ejemplo a continuación se presentan todos los objetivos de los programas de estudio (MEP, 2005d) propuestos para octavo año:

1. Reconocer expresiones matemáticas que corresponden a expresiones algebraicas.
2. Determinar el valor numérico de una expresión algebraica.
3. Identificar expresiones algebraicas que son monomios y sus partes.
4. Reconocer monomios semejantes.
5. Determinar la expresión algebraica que resulta de sumar o restar monomios.
6. Clasificar expresiones algebraicas en binomios, trinomios o polinomios.
7. Efectuar sumas y restas de polinomios expresando el resultado en forma reducida.
8. Efectuar multiplicaciones y divisiones de monomios.
9. Efectuar multiplicaciones de polinomios con coeficientes enteros.
10. Aplicar los productos notables en la solución de ejercicios.
11. Resolver ecuaciones de primer grado con una incógnita.
12. Resolver problemas de situaciones, hechos y fenómenos de la cultura cotidiana, con ecuaciones de primer grado con una incógnita. (p. 86-92)

Aquí se pueden evidenciar varios aspectos:

i), el enfoque se orienta al manejo simbólico y procedimental de expresiones algebraicas, sin propiciar situaciones que permitan asociarlas a contextos reales.

ii) los objetivos que se proponen son de bajo nivel cognitivo (reconocer, determinar, clasificar, efectuar operaciones, aplicar, resolver operaciones), no hay un impulso a la resolución de problemas como estrategia metodológica, no se promueven procesos de razonamiento, argumentación, comunicación, representación, etc.

iii) no hay evidencia de conexiones ni con otras áreas ni con otras disciplinas; todo gira en torno a las expresiones algebraicas en sí mismas.

2.12.2 No hay una construcción gradual del pensamiento algebraico desde primaria. Como ya se mencionó, este programa de estudio (MEP, 2005d) inicia el área de álgebra en octavo año y empieza de sopetón trabajando con expresiones algebraicas; no se usa la parte intuitiva y empírica para ir construyendo paulatinamente el pensamiento algebraico, y favorecer el aprendizaje. Por ejemplo, se podría empezar por el estudio de patrones y relaciones mediante a tablas numéricas, diferentes representaciones de cantidades y expresiones verbales, luego identificar regularidades en sucesiones ascendentes y descendentes, poco a poco ir introduciendo el concento de cantidades constantes y cantidades variables, valor faltante para ir preparando la introducción a las ecuaciones, dependencia e independencia de variables de forma natural con diversas relaciones de la cotidianidad para ir preparando el terreno para el tema de funciones.

Es una debilidad iniciar el tema de funciones hasta ciclo diversificado, sin ningún tratamiento previo en otros años. Esto hace que su introducción se haga de manera abstracta sin puentes teóricos previos que permitan una mejor asimilación del mismo (MEP, 2005a, p. 56) Véase:

FUNCIONES: CONCEPTOS GENERALES

OBJETIVOS	CONTENIDOS	PROCEDIMIENTOS	VALORES Y ACTITUDES	APRENDIZAJES POR EVALUAR
1) Interpretar el concepto de variable dependiente y de variable independiente en las relaciones.	Concepto de relación. Variables dependientes, variables independientes.	Definición del concepto matemático de relación, mediante hechos cotidianos que involucran dos variables (dependiente e independiente). Formulación del concepto de variable dependiente y de variable independiente en una relación, a partir de ejemplos de la vida cotidiana. Diferenciación de la variable dependiente y de la variable independiente en situaciones de índole científica, tecnológica, social y otros.	Conciencia social al trabajar en forma cooperativa con sus compañeros. Confianza en las propias capacidades para interpretar situaciones del entorno, modeladas mediante la matemática.	Interpretación del concepto de variable dependiente y de variable independiente, en diferentes relaciones extraídas de situaciones de la vida real.
2) Identificar relaciones que corresponden a funciones.	Concepto de función.	Identificación de las características que determinan las relaciones, para que estas sean funciones, utilizando diferentes estrategias. Justificación de las relaciones que corresponden a funciones.	Respeto por el espacio verbal de otros. Equidad en el trato, eliminando discriminaciones por etnia o género.	Identificación, entre varias relaciones, de aquellas que son funciones.

Al no construirse paulatinamente el concepto de relación el tema debe introducirse drásticamente, con la "Definición del concepto matemático de relación, mediante hechos cotidianos que involucren dos variables (dependiente e independiente)" en lugar de ir poco a poco desde la primaria. El hecho de que en el procedimiento se diga "… mediante hechos cotidianos que involucren dos variables…" es un intento poco útil y artificial de pretender que con ese simple añadido se logrará una contextualización de una definición formal.

No es adecuado el manejo desarticulado que hay en los programas de estudio (MEP, 2005) con respecto a esta área tan importante. Se trata de otra evidencia de la desconexión entre primaria y secundaria, y entre la fundamentación teórica y la malla curricular.

2.12.3 Se habla de relaciones pero no se proponen ejemplos concretos de ellas, como por ejemplo la circunferencia, una relación algebraica muy importante que se ha trabajo sintéticamente desde de la primaria. Es una debilidad que sólo se trate de manera sintética, pues el trabajo algebraico de relaciones como la circunferencia conectan el álgebra con la geometría y promueven una geometría con movimiento (que permite el desarrollo de procesos matemáticos).

2.12.4 El álgebra ofrece grandes oportunidades para identificar y usar modelos matemáticos del entorno, que amplían las posibilidades para mostrar la utilidad de las matemáticas. En los

Programas 1995-2005 no hay contextualización ni utilización de modelos en esta área. La resolución de problemas y modelización podría intervenir en el uso de las funciones dentro de situaciones contextualizadas, lo que a su vez promovería conexiones con distintas disciplinas y otras áreas de las matemáticas. El uso que se le da a las funciones en el ciclo diversificado es meramente la identificación de características y obtención de valores mediantes procedimientos mecánicos. Así lo muestra los programas de estudio (MEP, 2005a, p. 72):

LA FUNCIÓN EXPONENCIAL Y LA ECUACIÓN EXPONENCIAL

OBJETIVOS	CONTENIDOS	PROCEDIMIENTOS	VALORES Y ACTITUDES	APRENDIZAJES POR EVALUAR
1) Caracterizar la función exponencial de acuerdo con su criterio, su dominio, su codominio, y su representación gráfica.	La función exponencial. Concepto, criterio, dominio, codominio, ámbito, preimágenes, imágenes, representación gráfica, intersección con el eje de ordenadas. $f: IR \to IR^{+}$ f (x) = a^x $a \in IR^{+}, a \neq 1$ Funciones exponenciales crecientes y decrecientes.	Identificación de funciones exponenciales que modelan situaciones extraídas de la cultura cotidiana y sistematizada. Descripción de las características que presentan las funciones exponenciales que modelan situaciones cotidianas. Determinación de las características que posee la función exponencial, comparando casos particulares de esta. Caracterización de la base, del dominio y el codominio, para que la función sea biyectiva. Clasificación de funciones exponenciales en crecientes o decrecientes, de acuerdo con su base "a". Comparación de las características de las funciones exponenciales de base "a", de acuerdo con la relación 0< a <1 ó a >1.	Sensibilidad ante los seres vivos y su entorno. Habilidad para enfrentarse a situaciones problemáticas Respeto por la participación equitativa de sus compañeros. Perseverancia y empeño en la búsqueda de diferentes estrategias y nuevas alternativas para solucionar una situación determinada. Seguridad y confianza en sí mismo al establecer conclusiones y generalizaciones.	Caracterización de la función exponencial de acuerdo con su criterio, su dominio, su codominio, y su representación gráfica.

En el anterior ejemplo, aunque uno de los procedimientos sea "Identificación de funciones exponenciales que modelen situaciones extraídas de la cultura cotidiana y sistematizada", esta no es una indicación metodológica precisa, ni mucho menos útil para el docente. Lo adecuado sería señalar algunos modelos con sus respectivas indicaciones precisas para orientar al docente; como por ejemplo: proponer modelos de crecimiento de poblaciones (modelo demográfico) o una difusión epidémica en una población. Es importante indicar que el objetivo propuesto no va orientado a la modelización, sino más bien a "Caracterizar la función exponencial de acuerdo con su criterio, su dominio, su codominio, y su representación gráfica.", como lo muestran los cinco procedimientos restantes.

2.12.5 No hay mucha conexión entre los diversos contenidos de álgebra y las relaciones funciones en la malla curricular. Por ejemplo, no se conecta la ecuación lineal con la función lineal, la ecuación cuadrática con la función cuadrática, la factorización con la exploración de ceros de funciones, etc. Esto impide construir aprendizajes de manera integrada sobre esta área, que apoyen el significado de estos objetos matemáticos.

2.12.6 Estos programas no incluyen el tratamiento de ciertos temas de las relaciones y el álgebra por medio de tecnologías adecuadas. Esto es una gran debilidad, pues hay dimensiones de esto tópicos que se evidencian mejor con ese tipo de usos. La dinámica histórica potenciará este tipo de instrumentos.

En los *Programas 1995-2005* ni siquiera existen indicaciones para el uso de la calculadora en esta área.

2.13 Debilidades en el área de Estadística y probabilidad

2.13.1 La Estadística ocupa un pequeño espacio en el programa de octavo año y, aunque a partir del 2005, se incluyó también en noveno, no parece ser suficiente para poder desarrollar un aprendizaje significativo en este campo. Así los muestran los programas de estudio de primaria (MEP, 2005b, p. 12):

EJES TEMÁTICOS
POR NIVEL

I AÑO	**II AÑO**	**III AÑO**	**IV AÑO**	**V AÑO**	**VI AÑO**
CONCEPTOS BÁSICOS	GEOMETRÍA	GEOMETRÍA	GEOMETRÍA	GEOMETRÍA	GEOMETRÍA
GEOMETRÍA	SISTEMA DE NUMERACIÓN	SISTEMA DE NUMERACIÓN	SISTEMA DE NUMERACIÓN	MEDIDAS	MEDIDAS
SISTEMA DE NUMERACIÓN	OPERACIONES FUNDAMENTALES	TEORÍA DE NÚMEROS	OPERACIONES FUNDAMENTALES	SISTEMA DE NUMERACIÓN	SISTEMA DE NUMERACIÓN
OPERACIONES FUNDAMENTALES: SUMA Y RESTA	MEDIDAS	OPERACIONES FUNDAMENTALES	FRACCIONES	OPERACIONES FUNDAMENTALES	OPERACIONES FUNDAMENTALES
MEDIDAS	**ESTADÍSTICA**	FRACCIONES	MEDIDAS	TEORÍA DE NÚMEROS	RAZONES Y PROPORCIONES
ESTADÍSTICA		MEDIDAS	**PROBABILIDAD Y ESTADÍSTICA**	FRACCIONES	FRACCIONES
		PROBABILIDAD Y ESTADÍSTICA		**PROBABILIDAD Y ESTADÍSTICA**	

Nota: se resaltó el texto con amarillo para señalar lo que está en discusión.

Como puede verse en primero y segundo año no se trabaja con probabilidad y en sexto año desaparece la estadística y probabilidad en el currículo.

La misma carencia se da en la secundaria (MEP, 2005d, p. 11):

DISTRIBUCIÓN DE UNIDADES DE ESTUDIO POR NIVEL
MATEMÁTICA III CICLO

7° Nivel	8° Nivel	9° Nivel
UNIDADES	UNIDADES	UNIDADES
Geometría Números enteros Números Racionales	Geometría Álgebra Estadística	Números reales Estadística Geometría Trigonometría Algebra

Nota: se resaltó el texto con amarillo para señalar lo que está en discusión.

En el tercer ciclo la probabilidad está ausente y en el ciclo diversificado desaparece por completo tanto la estadística y como la probabilidad; por lo que no se evalúa en bachillerato. Esto acarrea un gran problema: los docentes de secundaria optan por priorizar unidades como Geometría, Álgebra, Trigonometría y Números. Se abandona dejando un área que permite el "amarre" y la contextualización de conceptos debido a su alto potencial de conexiones con áreas matemáticas y otras disciplinas.

2.13.2 Hay una gran desconexión entre primaria y secundaria: en la primaria se llega con la estadística y probabilidad hasta quinto año y luego vuelve aparecer solamente la estadística hasta finales de octavo año, dos años después. Es una debilidad no brindar continuidad a esta área.

La ausencia de probabilidad en la secundaria impide dar algo de continuidad a lo poco que se plantea de ésta en la primaria. Destruye lo que se plantea para la primaria. Es inconsistente. Se impide la formación ciudadana en la aleatoriedad y la incertidumbre, inadmisible en el escenario que se vive.

2.13.3 No se incluyen conceptos claves dentro de la estadística como azar, aleatoriedad, probabilidad, frecuencia relativa, variabilidad, error aleatorio. Esto provoca que en los procesos de mediación pedagógica no se consideren las intuiciones que tienen los estudiantes, y que podrían favorecer un mejor aprendizaje de la estadística.

2.13.4 Los objetivos del área así como las indicaciones de la columna de procedimientos están en función de una enseñanza mecanizada, donde el cálculo y la construcción de cuadros y gráficos son un fin en sí mismos. Por ejemplo, todos los objetivos de primaria se orientan a labores instrumentales como construcción de gráficos:

Cuadro 4. Objetivos de estadística y probabilidad en los programas de estudio de primaria (MEP, 2005)

Nivel	Objetivos de estadística	Objetivos de Probabilidad
Primer año	Aplicar técnicas elementales de recolección de datos y de representación gráfica de estos.	No hay objetivos.
	Utilizar registros estadísticos y	

	cuadros de doble entrada en la organización de datos sobre situaciones o acontecimientos del entorno. Representar gráficamente los datos de una encuesta por medio de gráficas de barras. Interpretar la información numérica de gráficas de barras sencillas.	
Segundo año	Representar información numérica obtenida de encuestas y registros estadísticos, mediante gráficas de barras.	Identificar eventos probables y no probables, en acciones que realiza todos los días.
Tercer año	Elaborar tablas y gráficas de barras con base en registros estadísticos.	Construir intuitivamente los conceptos básicos del cálculo de probabilidades.
Cuarto año	Construir gráficas de barras y pictogramas, a partir de información suministrada en tablas de registros estadísticos.	Establecer conjeturas y pronósticos de eventos que se producen en la vida cotidiana, de acuerdo con la probabilidad de que sucedan.
Quinto año	Interpretar gráficas de barras, circulares, lineales y pictogramas.	Calcular el valor de la probabilidad de un evento, a partir de informaciones estadísticas, para establecer conjeturas y predicciones.
Sexto año	No hay objetivos.	No hay objetivos.
Fuente: Programas de estudio (MEP, 2005b, 2005c). Elaboración propia.		

i) La estadística es mucho más que la construcción de gráficas. Enfatizar el medio (y no el sentido) impide comprender el papel del dato como unidad básica para el tratamiento de información y la variabilidad en los datos (que son la principal fuente de análisis dentro de los estudios estadísticos).

ii) Es un error hablar de eventos probables y no probables, si antes no se diferencia entre situaciones deterministas y situaciones aleatorias. Hay que recordar que la probabilidad nace de la incertidumbre que presentan algunas situaciones, por eso primero se debe identificar situaciones aleatorias dentro de la cotidianidad y eventos asociados con ellas antes de hablar de probabilidad. Esto puede conllevar a errores conceptuales, como hablar de eventos más o menos probables en situaciones deterministas.

2.13.5 Los *Programas 1995-2005* carecen de indicaciones adecuadas, la columna de procedimientos con simples instrucciones conductistas es muy poco útil. Véase por ejemplo:

OBJETIVOS	CONTENIDOS	PROCEDIMIENTOS	VALORES Y ACTITUDES	APRENDIZAJES POR EVALUAR
4. Representar gráficamente la información tabulada en una tabla de frecuencias.	Gráfico de bastones, gráfico de barras y gráfico circular para variables discretas.	Identificar los gráficos de bastones, gráficos de barras y los gráficos circulares. Determinación del gráfico más adecuado para representar la información. Construcción de un gráfico donde se representa adecuadamente la información recopilada. Descripción de los diferentes tipos de gráfico y la forma de construirlos.	Respeto la necesidad de mejorar su propio entorno. Respeto a la opinión que exteriorizan otras personas. Reflexión ecuánime al confrontar la información suministrada.	Confección de gráficos que resumen la información contenida en una distribución de frecuencias para variables discretas, seleccionando el tipo de gráfico más adecuado para una determinada variable.

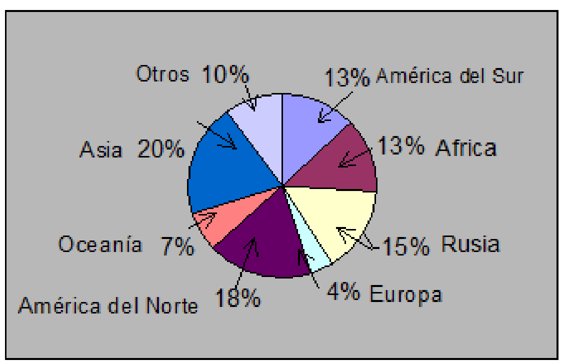
(MEP, 2005d, p. 94).

A este enfoque mecánico se suma la casi nula existencia de ejemplos que muestren el tratamiento que se quiere lograr con esta área. En secundaria, sólo se presenta el siguiente ejemplo con alguna relación a la estadística:

Un ejercicio que ejemplifica cómo puede evaluarse esta operación, es:

Establezca algunas conclusiones que se pueden obtener al interpretar la información que presenta el siguiente gráfico:

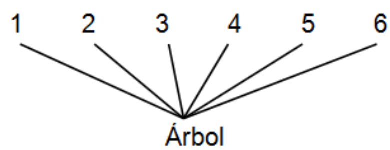
PORCENTAJE DE ÁREAS DE ALGUNAS ZONAS EN EL MUNDO



(MEP, 2005d, p. 26)

Aparte de que es un ejercicio muy pobre para evaluar análisis, es el mismo que se propone en ciclo diversificado (donde no hay estadística).

En primaria, la única indicación que se hace de probabilidad es la siguiente (MEP, 2005b, p.100):

> Los casos favorables y posibles de un experimento se pueden representar en forma de árbol, como por ejemplo al arrojar un dado y al arrojar dos dados.
>
> El conjunto de todos los casos posibles (conjunto de sucesos), se puede representar en este esquema, el cual se considera como una red de líneas que se van ramificando en abanico. Un árbol se comienza a dibujar por abajo (del tronco) y las diferentes líneas se van ramificando según el problema, por ejemplo.
>
> Casos posibles al lanzar un dado una vez (6 posibilidades)
>
> 
>
>
> Deben presentarse ejercicios que animen a los niños a realizar predicciones, a usar dibujos, símbolos para interpretar situaciones.

No se promueve un enfoque de resolución de problemas ni modelización. No hay contextualización, aunque al final se diga *"Deben presentarse ejercicios que animen a los niños a realizar predicciones, a usar dibujos, símbolos para interpretar situaciones"*. No son ni suficientes ni relevantes las instrucciones que se dan en la columna de procedimientos para los niveles de primaria:

Nivel	**Procedimientos**
Tercer año	Realización de actividades donde pueda diferenciar intuitivamente entre eventos probables y eventos poco probables. Comparación entre eventos de mayor o de menor probabilidad que, y eventos igualmente probables, con base en situaciones y juegos donde interviene el azar. Identificación de eventos muy probables o poco probables, ordenándolos según su probabilidad de ocurrencia y según los experimentos propuestos. Interpretación intuitiva de los conceptos básicos del cálculo de probabilidades de un evento, muestra al azar; de mayor o de menor probabilidad, e igualmente probable y los explican con ejemplos concretos. Realización de experimentos en los que se aplican los conceptos de mayor o menor probabilidad de eventos.
Cuarto año	Predicción de diferentes situaciones cotidianas, (por ejemplo: comportamiento del cambio en los precios de la gasolina, canasta básica, entre otros). Clasificación de eventos en probables, no probables y seguros. Establecimiento de eventos simples, analizando las relaciones existentes, para determinar la probabilidad de mayor, menor o igual cantidad de repetición de un evento, derivado de situaciones concretas.

Quinto año	Construcción intuitiva del concepto de probabilidad calculando su valor a partir de situaciones del entorno escolar, comunal y regional. Utilización de una probabilidad determinada para establecer predicciones de distintas situaciones cotidianas (comercio, agricultura, el comportamiento del cambio de la moneda internacional, precios de artículos, producción de artículos agrícolas, campañas de salud y otros).
Fuente: Programas de estudio (MEP, 2005b, 2005c). Elaboración propia	

No son suficientes porque los que se proponen son poco útiles para el docente.

No son pertinentes porque tienen un enfoque conductista contradictorio con la fundamentación teórica del currículo

2.13.6 Esta área aparece en forma aislada dentro del currículo. Los temas de estadística en los diferentes niveles educativos están completamente desvinculados de las otras áreas de las Matemáticas y de las otras asignaturas. Esto va en contradicción con el gran potencial de la Estadística para favorecer otras áreas.

2.13.7 No se incluye el uso de la tecnología como recurso didáctico en esta área. Incluso desde el segundo ciclo se podría iniciar con el uso de la tecnología como una herramienta para favorecer los cálculos y las representaciones. El uso de la calculadora y la computadora son instrumentos de mucho valor práctico que le permiten al estudiante concentrarse en los análisis y la argumentación.

2.14 Artificialidad en la introducción de los ejes transversales

Los programas incluyen al inicio un “adendum” sobre el desarrollo de temas transversales bajo un enfoque de competencias y con una derivación hacia el “eje de valores”[13]. Se indica que las competencias transversales deben abordarse mediante un aporte integrado y coordinado de todas las asignaturas presentes en el currículo.

En los *Programas 1995-2005* no hay indicaciones acerca del manejo de competencias transversales, no queda claro cómo desarrollar estos temas mediante la disciplina y lo más importante: las columnas de *Procedimientos* y *Valores y Actitudes* de los programas de estudio no establecen una correspondencia real del manejo de estos temas. Un ejemplo de esta inconsistencia es el siguiente (MEP, 2005d, p. 87):

87

OBJETIVOS	CONTENIDOS	PROCEDIMIENTOS	VALORES Y ACTITUDES	APRENDIZAJES POR EVALUAR
4 Reconocer monomios semejantes.	Monomios semejantes	Establecimiento de criterios para calificar a dos a más monomios como semejantes. Justificación de la semejanza o no de monomios.	Valoración de la importancia del consumo de alimentos nutritivos para una adecuada salud.	Reconocimiento entre varios monomios de aquellos que corresponden a monomios semejantes.
5. Determinar la expresión algebraica que resulta de sumar o restar monomios.	Suma y resta de monomios (con tres variables a lo sumo).	Evocación de la propiedad distributiva de la multiplicación con respecto a la suma. Descripción del procedimiento para sumar o restar monomios, haciendo evidente la utilización de la propiedad distributiva de la multiplicación con respecto a la suma. Realización de sumas y restas de monomios que expresan hechos específicos.	Interés por la valoración y conservación de los recursos naturales.	Determinación de sumas y restas de monomios donde comprueba que: -La suma o resta de monomios semejantes es un monomio. -La suma o resta de monomios no todos semejantes, no es un monomio.

Nota: se resaltó el texto con amarillo para señalar lo que está en discusión.

No hay evidencia entre la articulación entre "Reconocer monomios semejantes" y la "Valoración de la importancia del consumo de alimentos nutritivos para una adecuada salud". O, también, entre "Determinar la expresión algebraica que resulta de sumar o restar monomios" y el "Interés por la valoración y conservación de los recursos naturales". Además, en el fragmento de la malla curricular las indicaciones de la columna de *Procedimientos* no apuntalan una conexión entre los objetivos propuestos y la columna de *Valores y Actitudes*, para modular los ejes transversales en los procesos de enseñanza y aprendizaje. Esto hace que el camino a seguir para el docente sea poco claro, y lo lance a realizar acciones alejadas de lo que se plantea con los ejes transversales en el currículo.

La artificialidad de cómo se introducen esos ejes transversales provoca que en la realidad de aula no se operacionalicen como podría ser. Así lo muestran Chaves et al. (2010, p. 28):

> En el desarrollo de las lecciones que se observaron, **la evocación a los temas transversales fue superficial y aislada de la disciplina**; además, muy pocos profesores abordaron el tema. Las actividades que se determinaron sobre este punto, se enfocaron en leer reflexiones y comentarlas.
> Al momento de analizar con los docentes el tema, señalan que la amplitud de contenidos matemáticos no les permite dedicar suficiente tiempo para tratarlo; además coinciden en que no cuentan con la preparación suficiente para un adecuado abordaje pedagógico.
> Esta situación denota el desconocimiento que, casi la totalidad de los profesores observados tiene sobre el principio de transversalidad. Las respuestas que se obtuvieron, son un indicio de que conciben los temas transversales como contenidos adicionales y no como competencias que pueden ser generadas durante el desarrollo de las actividades regulares.

No se identifican lineamientos curriculares metodológicos que articulen el propósito de las competencias.

2.15 Debilidades en la bibliografía

La fundamentación teórica de los *Programas 1995-2005* en los diferentes niveles se respalda en bibliografía muy antigua y desactualizada y alejada de los resultados y experiencias que proporciona la educación matemática moderna. Por ejemplo en Educación Primaria hay bibliografía que va desde 1968 hasta 1998, siendo común referencias de los años setentas y ochentas. Inclusive el marco teórico en el tema de *Construcción del número* se toma, principalmente, de la obra *"El número en la educación preescolar"* de la investigadora Constance Kamii (como así lo indica el mismo programa en su página 22). Esta referencia es del 1985 (versión en inglés: 1982). Después de más de veinticinco años ha habido en el mundo múltiples y diversas investigaciones acerca de este tema, donde los constructos y teorías han evolucionado. En el 2001 y el 2005 se tuvo la oportunidad de actualizar académica e intelectualmente los elementos teóricos que se usaron en el 1995. Sin embargo, no se dieron cambios significativos en las fuentes usadas. Tal vez habría sido pertinente usar otras obras de investigación, y al menos algunos trabajos recientes de esa misma autora, por ejemplo solo para mencionar algunas relevantes: Kamii (1996, 1997, 1998, 1999, 2001, 2003, 2004).

En educación secundaria la situación es similar, las referencias van del año 1943 al año 2002, siendo también muy común referencias de los años setentas y ochentas. Con respecto a la resolución de problemas como estrategia metodológica en la última década se han dado diversas y numerosas investigaciones a nivel nacional e internacional que apuntalan hacia un enfoque moderno del método, de las cuales carecen los programas de estudio vigentes.

3. A manera de conclusión: elementos para diseñar un nuevo currículo en el actual contexto educativo costarricense

En los *Programas 1995-2005* se plantea que “los estudiantes desarrollarán y aplicarán habilidades mentales que les permitan plantear razonamientos lógicos matemáticos sólidos, que sustenten la formulación de hipótesis y la comprobación de teorías” (MEP, 2005). (p.330). Sin embargo el testimonio de los docentes es contundente:

> (…) **la implementación de los programas oficiales de Matemáticas se ha constituido en una utopía, plasmada en el papel pero lejana de la realidad**. Los actuales procesos educativos parecen estar en disonancia con lo escrito en esos documentos. (tercer Estado de la Educación, 2011, p. 331). Énfasis añadido.

Los programas actuales jugaron un papel positivo en su momento. Pero poseen graves debilidades, entre otras, como:

- Una fuerte inconsistencia entre lo enunciado en los fundamentos teóricos y lo planteado realmente en la malla curricular.
- Una estructura de malla curricular inadecuada, desconectada vertical y horizontalmente.
- Serias carencias en indicaciones metodológicas, evaluación y gestión de aula, que sean pertinentes, precisas y adecuadas a cada año lectivo y área matemática.
- Imprecisión e inadecuado tratamiento de la resolución de problemas.
- Una contextualización artificial.
- Ausencia de un lugar apropiado para el uso de la tecnología, en correspondencia con las necesidades del siglo XXI.
- Desconexión entre las áreas y su relación con otras asignaturas.
- Desarticulación entre los ciclos, especialmente entre el segundo y el tercero.
- Un tratamiento artificial de los ejes curriculares transversales oficiales.
- Una bibliografía desactualizada.
- Debilidad grave en el lugar del área de Estadística y Probabilidad, que es crucial para el ciudadano del escenario histórico que se vive.
- Ausencia de contenidos clave para las matemáticas y de enfoques apropiados para el tratamiento de las áreas matemáticas.

Sus debilidades y los desafíos de un escenario histórico con mayores demandas para nuestra sociedad, hacen ineludible una reforma curricular en educación matemática.

¿Cómo de cara al escenario actual superar las debilidades de esos programas en un nuevo currículo escolar?

Para completar este documento se proponen algunos lineamientos.

Es importante que el currículo tenga claridad en sus perspectivas centrales

Una de las premisas que deben usarse para proporcionar un currículo es la definición de su perspectiva general. Se debe responder a la pregunta ¿para qué debe ser la formación matemática que se brinda en nuestra aulas? Esto está muy ligado a lo que se considere son las matemáticas y la capacidad matemática. En el actual momento hay mucho consenso internacional en que esa perspectiva debe ser la construcción de capacidades en el ciudadano para usar las matemática para describir y actuar sobe diversos contextos reales. Asumir esa perspectiva permitiría guiar una propuesta de programas de matemáticas escolares en muchos de sus aspectos: ejes disciplinares curriculares, el sentido de las áreas y los tópicos matemáticos, la gestión y el método. Este debería se el inicio de lo que se proponga.

Los planes de estudio deben corresponder al enfoque aceptado por la política educativa nacional que enfatiza la construcción de los aprendizaje por los estudiantes. Enunciar este enfoque y, sin embargo, colocar los contenidos y expectativas de aprendizaje de manera conductista, es una contradicción que solo puede impedir una implementación adecuada del currículo.

La organización del currículo debe ser coherente, útil y equilibrada para la acción de aula

Es crucial que exista consistencia entre fundamentos teóricos y la malla curricular. Las apreciaciones y elementos que se introducen en los fundamentos no deben ser meros enunciados sin una incorporación de los mismos en los planes de estudio. Lo contrario deja la sensación de que son simples accesorios o que no hay comprensión de lo que se enuncia.

Y mucho menos puede existir inconsistencia entre los planteamientos teóricos y esos planes.

La estructura de los planes de estudio además debe ser útil y guiar la acción docente, no deben colocarse elementos de manera artificial y que no estén integrados operativamente en los planes de estudio.

Es muy importante que haya indicaciones diversas (de significado de los propósitos, evaluación, método, gestión) que acompañen los tópicos y expectativas de aprendizaje planteadas en los ciclos y las áreas. A la vez que existan indicaciones generales para todos los niveles educativos, también es decisivo que las haya de manera precisa para cada año lectivo, en cada área. Es clave que se proporcionen ejemplos específicos para cada nivel y cada área matemática, que puedan evidenciar lo que se propone en los programas. Las indicaciones de calidad son un medio para establece la conexión entre los fundamentos y la malla curricular.

Mediante una integración vertical de los planes de estudio (desde el primero de la primaria al último de la secundaria) es posible realizar importantes conexiones entre los ciclos educativos y trabajar con una perspectiva estratégica en la introducción de los contenidos matemáticos.

Debe contener enfoques apropiados

La *Resolución de problemas* debe ser potenciada dentro del currículo: sin embargo, no debe verse solo como la búsqueda de un entrenamiento en estrategias y heurísticas para resolver problemas, o para repasar temas vistos de manera abstracta. Existe un consenso en la educación matemática internacional sobre esto: lo decisivo es comprenderla como una estrategia pedagógica general que nutra la organización de las lecciones, que permita construir los aprendizajes y el desarrollo de capacidades cognitivas de alto nivel. La resolución de problemas así concebida constituiría el mejor medio para acuerpar el propósito constructivista de la participación activa de los estudiantes en su aprendizaje.

Es muy importante incluir el trabajo en contextos reales al tratar los contenidos matemáticos. Para eso se requiere usar situaciones reales y lo que se ha llamado desde hace bastantes años *modelización*, y no solamente ofrecer un revestimiento artificial de entorno a situaciones matemáticas. Solo así será posible involucrar al estudiante de una manera activa y participativa.

Debe contener temas transversales importantes

El uso de historia de las matemáticas debe incluirse con un perfil adecuado, pues permite dar un rostro humano a las matemáticas y generar una gran cantidad de oportunidades para resolver problemas en contextos reales, y provocar motivación y habilidades con las matemáticas.

No es posible responder al escenario actual que atraviesa nuestra sociedad sin una incorporación lúcida y práctica en el uso de tecnologías. No hacerlo implicaría alejarse de la realidades de nuestros niños y jóvenes, y a la vez favorecer usos inapropiados de la tecnología en la educación.

Cultivar las actitudes positivas sobre las matemáticas debe estar en el currículo de manera explícita y debe hacerse operativo en los planes de estudio.

Debe darse respuesta a los desafíos que posee la educación nacional con una visión estratégica

El currículo debe favorecer el progreso de capacidades cognitivas de mayor nivel. Eso plantea acciones en los contenidos como en la metodología y la gestión. Eso se logra por medio del trabajo con problemas de complejidad creciente dentro de una estrategia pedagógicamente equilibrada. Aquí es esencial que en el aula se introduzcan de manera explícita procesos matemáticos (actividades transversales a todas las áreas) que provoquen el trabajo en el aula con esos niveles superiores.

Es importante que se establezcan ejes curriculares disciplinares para darle consistencia e integración vertical y horizontal a los programas, para definir énfasis que permitan responder a las debilidades que posee la enseñanza de las matemáticas en el país, y para adoptar estándares de calidad internacional en armonía con nuestra realidad.

El currículo debe tomar en cuenta las debilidades en cuanto a la formación de docentes, y aquellas de los programas vigentes, sin embargo no se debe subordinar a ellas. Hacerlo así sería hipotecar el progreso educativo del país. Es esencial que se ofrezca una orientación general que puedan asumir los diversos protagonistas de la educación y construir con responsabilidad y perspectiva de largo plazo las mediaciones en el aula con responsabilidad, lucidez y compromiso nacional.

Es necesario ajustar las áreas y contenidos de acuerdo a la evolución de la educación matemática en el mundo

En este momento histórico es importante que se introduzcan algunos temas y enfoques en las áreas matemáticas, que fortalezcan el progreso de la enseñanza de las matemáticas de una manera que no se ha hecho antes:

- Es necesario dar un lugar importante a la estadística y la probabilidad en todos los años lectivos de los planes de estudio, que subraye su papel de organizador de la información y la experiencia (no como listado de recetas), que entrene en la toma de decisiones en la incertidumbre, y que permita asociaciones especiales con las otras áreas matemáticas y con la realidad.
- En Números: potenciar el cultivo del sentido numérico y de las habilidades asociadas con el cálculo numérico.
- En Geometría: fortalecer el cultivo del sentido espacial, la introducción del movimiento de sus objetos y formas, el tratamiento con coordenadas de sus objetos y una asociación con el álgebra.
- En Relaciones y álgebra: adoptar una reconceptualización de lo que tradicionalmente se ha entendido por esto, brindar un tratamiento gradual de sus objetos desde la primaria para crear las mediaciones pedagógicas que fortalezcan su aprendizaje, y favorecer una asociación lúcida de sus contenidos, …
- En Medidas: es importante usarlas como un soporte para el trabajo en contextos reales, que debe permear el programa, y proponer su uso en toda la formación educativa.
- Se deben buscar todas las conexiones posibles entre las áreas matemáticas, para afianzar los aprendizajes y lograr niveles mayores de comprensión. Una estrategia basada en la resolución de problemas con énfasis en contextos reales favorece ese propósito.

El plan de estudios debe equilibrar con mucho cuidado los conocimientos y expectativas de aprendizaje para impedir que haya un exceso de tópicos que no se cubran ni se asimilen en la práctica de aula. Debe tenerse siempre en mente que los programas deben ser implementados en entornos distintos y en tiempos precisos. La introducción de los nuevos tópicos y un enfoque como el que se propone, plantean la necesidad de recortar algunos contenidos, transformar unos más así como dar un tratamiento integrado de otros.

Notas

[1]Hay planteamientos como el siguiente en I y II ciclo (MEP, 2005):

> Plantear los contenidos a partir de situaciones problemáticas lleva a considerar otra característica: la correlación de contenidos; esto es, relacionar los contenidos de la matemática al abordar los diferentes temas de la disciplina.
> Por ejemplo, el estudio de la geometría se puede relacionar con las fracciones y estas con las nociones de la medición, y así sucesivamente. Pero esta correlación no solo debe darse en el interior de la disciplina, sino que el maestro debe buscar los enlaces que existen con otras materias, por ejemplo, la educación física se puede relacionar con el estudio de la geometría y de la medición. Así, el aprendizaje de la matemática se lleva a cabo tanto en el aula, como fuera de ella. (p.18)

No hay indicaciones explícitas ni ejemplos representativos del cómo realizar estas conexiones. Además, el formar un ordenamiento por contenido no concuerda plenamente con lo establecido en los modelos que potencian una orientación constructivista y empírica, en donde la resolución de problemas se convierte en la estrategia metodológica por excelencia, al respecto los estudios de PISA señalan:

> Intentar establecer una clasificación de contenidos basada en los fenómenos que estudian presenta la dificultad de que éstos no están organizados lógicamente. La estrategia asumida en la evaluación PISA consiste en definir el rango del contenido que puede evaluarse haciendo uso de una aproximación fenomenológica para describir las ideas, estructuras y conceptos matemáticos. Esto significa describir el contenido en relación con los fenómenos y los tipos de problemas de los que surgieron, es decir, organizar los contenidos atendiendo a grandes áreas temáticas. (Rico, 2006; p. 54)

[2]Ruiz, Alfaro y Gamboa (2006) se refieren a la relevancia de la incorporación de estos elementos en la resolución de problemas:

> *La historia de las matemáticas*
> No sólo como interesantes anécdotas o la presentación de contextos para entender las construcciones matemáticas, sino como un recurso para determinar incluso la lógica de un currículo, por ejemplo el orden de presentación de algunos contenidos, o para realizar un vínculo con otras disciplinas cognoscitivas o la cultura en general. La historia puede ser usada para propiciar no sólo la confrontación con problemas de las matemáticas a partir de las condiciones históricas específicas que permiten valorar el significado de los resultados, sino también para la realización de los objetivos en la comunicación y verbalización de conceptos y procedimientos matemáticos.
> *La contextualización*
> Los modelos matemáticos que permiten establecer su relación con el entorno social o físico también permiten valorar el significado y la utilidad de las matemáticas.
> *Uso adecuado de tecnologías*
> Las tecnologías diversas pueden participar en este proceso no sólo para simplificar cálculos rutinarios y simples, ofrecer más tiempo para otras formas de razonamiento, sino también para, en algunos casos, “visualizar” matemáticas, aumentar procesos de interacción y actividad, o potenciar las posibilidades para el enfrentamiento con problemas matemáticos interesantes.

[3] En I y II ciclo no se hace esta indicación, simplemente se empieza con las generalidades.

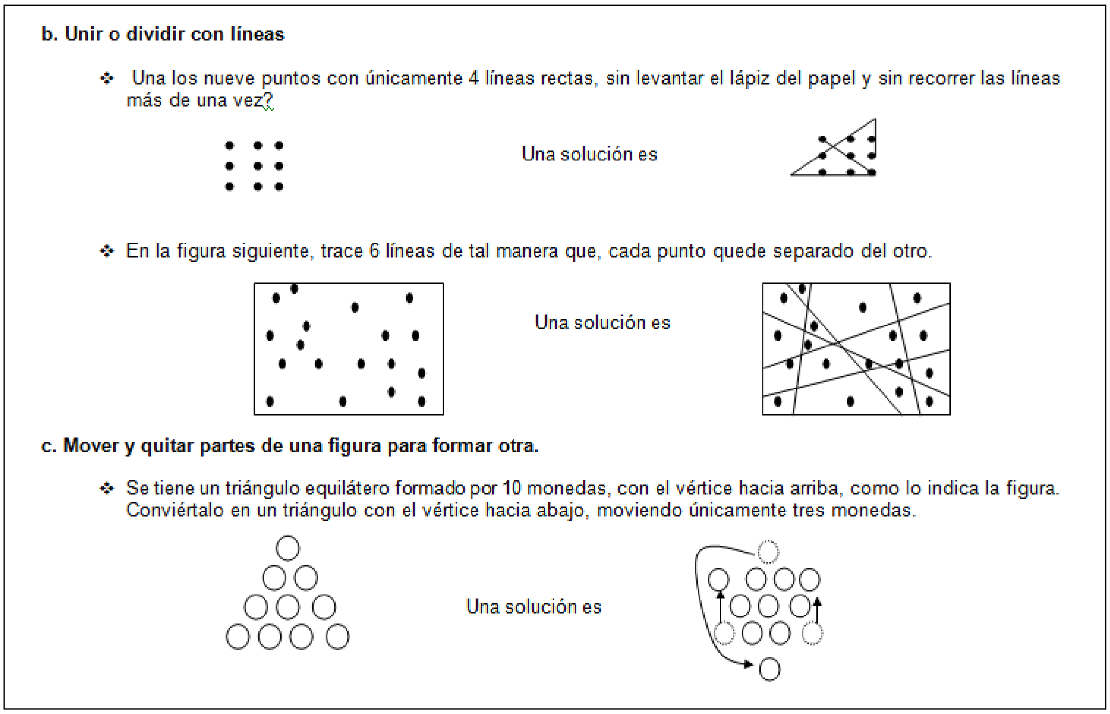
[4]El punto teórico aquí, sin embargo, es acerca de cuáles son los problemas que deben servir para una estrategia así considerada. Aquí interviene la epistemología más general. El tipo de problemas y las situaciones que los plantean dependen de la naturaleza intima de los conceptos de las matemáticas, de los influjos sociales (el contexto), de las condiciones de los sujetos participantes, de los recursos didácticos disponibles, etc. Hay diferencias si se enfoca la

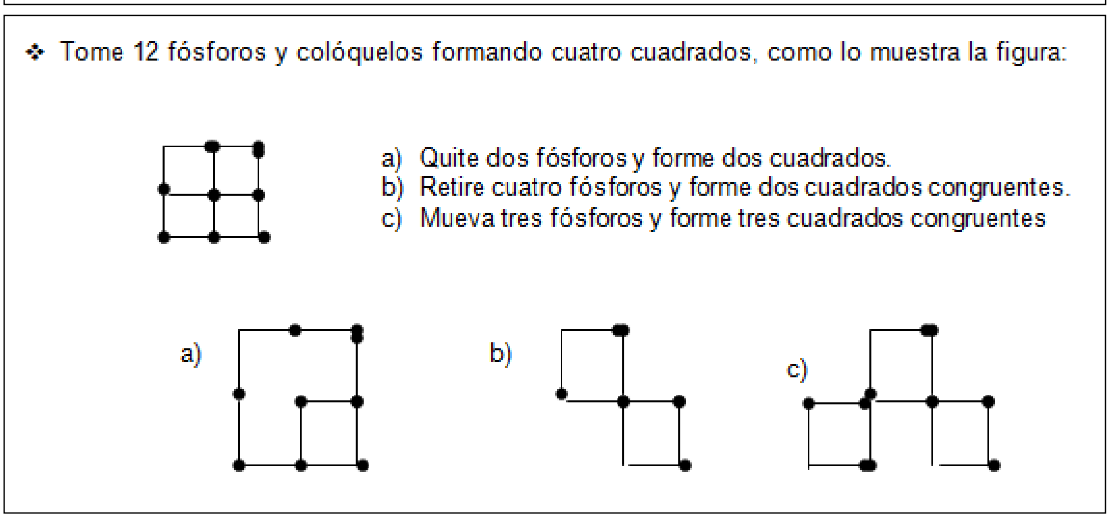
construcción de esos problemas con una óptica como la Didáctica de las Matemáticas de la escuela francesa, o la fenomenología de Freudenthal, o un enfoque constructivista ortodoxo, etc. (Ruiz, Alfaro y Gamboa, 2006).

[5] Programas 2005:

> Cuando los estudiantes han intentado resolver un problema por sí solos, las explicaciones del profesor o profesora sobre el contenido del tema tiene mayor sentido para ellos.
> (…)
> En un segundo momento, el docente enseña algunos aspectos del contenido del tema. Empieza por hacer preguntas sobre lo que los estudiantes han realizado y los resultados que obtuvieron, cómo han llegado a la solución o las razones por las que no han tenido éxito. Termina mostrándoles otros procedimientos o diciéndoles cómo se escribe con símbolos lo que han hecho. (Tercer ciclo, p. 38).

[6] Las siguientes imágenes muestran algunos problemas que se proponen en los *Programas 1995-2005*:





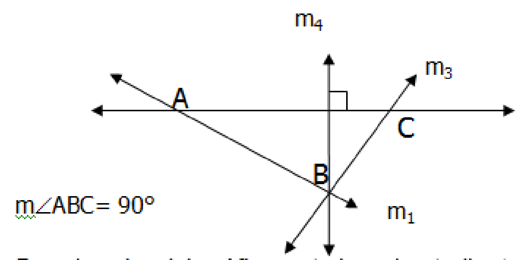
[7] Un par de ejemplos:

97

Por ejemplo en el problema siguiente se da la situación donde dos personas, Heidy y Joaquín, compraron una rifa. Heidy puso ¢ 7, Joaquín puso ¢ 3. Se sacaron un premio de ¢ 30000. Decidieron repartirse el premio en proporción a lo que pagaron : 7 para Heidy y 3 para Joaquín.

(MEP, 2005b, p.97)

- Identificar simbólicamente rectas perpendiculares a partir de la información que se presenta en gráficos y dibujos.



- Por ejemplo, del gráfico anterior, el estudiante debe ser capaz de escribir simbólicamente $m_1 \perp m_3$ y $m_2 \perp m_4$.

(MEP, 2005d, p.53)

[8]Se entiende contextualización el establecimiento específico de vínculos estrechos entre las matemáticas y el entorno de los estudiantes, ocupando un papel privilegiado en el currículo por dos razones:

- Ofrece significados, sentido de utilidad y situaciones diversas para poner en juego las competencias y habilidades matemáticas, generando de esta forma una actitud más positiva hacia las matemáticas. La experiencia internacional revela que es posible generar competencias matemáticas suficientes para pasar pruebas incluso complejas, pero no necesariamente la formación recibida se vuelve significativa para toda la vida profesional o provoca que la actitud hacia las matemáticas sea positiva. Es la experiencia en países como Japón, Corea y Hong Kong (China). Uno de los factores centrales al que se acude en la búsqueda por generar placer, seguridad y aprecio por las matemáticas es esta relación estrecha y amplia de contactos entre matemáticas y entornos.
- Otra razón es pedagógica propiamente y tiene que ver con que la contextualización activa ofrece andamios para la construcción de los aprendizajes desde lo concreto hacia lo abstracto.

Además, esto es relevante puesto que hay un fundamento teórico: las matemáticas poseen como objetos los aspectos más generales de lo real y de la relación de los sujetos con el entorno, y tal vez precisamente por eso poseen múltiples posibilidades de relacionarse con el mundo físico y social.

[9]Ruiz (2001) amplia:

> (…) apelar a las situaciones de la vida real debe hacerse dentro de una estrategia definida que asigne con mucho cuidado dónde y cómo se usan estas situaciones. Esto es así porque se puede pensar que toda o la mayoría de las matemáticas debe estar en referencia a situaciones de la vida real, toda o la mayoría de las matemáticas deben plantearse de manera contextualizada. Algo así como que buscando enderezar un árbol cargado de formalismos y abstracciones mal planteadas, se debe pasar al otro lado, cayendo en una simplificación empírica de las matemáticas y su enseñanza. Esto sería un grave error. (p. 3)

Lo anterior implica que se deba apuntar hacia una estrategia educativa que sepa colocar las dimensiones abstractas y las no abstractas en el lugar que le corresponde a cada una, de acuerdo a los mejores fines de fortalecer la formación matemática de la población con vista al mundo que hoy enfrentamos. Ruiz (2001) amplía

Mentalidades de cara al pasado y no al futuro como la que analizamos arriba, se asocian, también, a otras que equivocan el sentido de la contextualización en la educación matemática. Cuando se habla de contextualización a veces se pierde de vista que ésta no quiere decir exclusivamente referencia al entorno inmediato en el que se mueve el alumno: su familia, su pueblo, su país. Si bien es muy conveniente hacer este tipo de referencia porque permite una identificación local, una relación con el contexto en el que vive cotidianamente, no se debe perder de vista que se busca una formación en la cultura universal. La contextualización, además, puede referirse a situaciones en momentos históricos y lugares diferentes al que el alumno vive. Más aún, es fundamental promover este tipo de contextualizaciones como un recurso valioso para ampliar los horizontes culturales del educando, y la perspectiva en la que el conocimiento se ha desarrollado.
Si la tendencia que se favorece es volcar excesivamente la contextualización hacia lo local, se pierde un recurso extraordinario para mejorar la formación de nuestros niños y jóvenes. Por desgracia esta ha sido una tendencia muy fuerte en nuestro país desde hace varios años. (p. 9)

[10] Los pocos ejemplos que se ofrecen en los *Programas 1995-2005* para todos los niveles evidencia una "contextualización artificial". Véanse los siguientes ejemplos:

Ejemplos con contexto artificial:

Por ejemplo:

Si la unidad está compuesta por el conjunto formado por 8 animales, entonces cuántos animales forman los $\frac{3}{4}$

El conjunto se debe dividir en 4 partes iguales (2 animales cada parte) y de esas partes iguales, se deben tomar 3. Al final se tienen 6 animales.

(Primer ciclo, p. 83)

En este ejemplo, aparte de que no hay una contextualización real, qué pasaría si un estudiante quiere saber cuántos animales forman los 1/3. El contexto no lo permite, ya que no es posible que hayan 8/3 o 2,666… animales.

Un ejemplo mediante el cual se puede evaluar esta operación es:
Observe la tabla siguiente.
Observe cada curva y marque una equis en el renglón correspondiente según su utilidad

Utilidad	Elipse	Parábola	Circunferencia	Sinusoide
Modelos atómicos				
Péndulo				
Ondas, vibraciones				
Reflectores, linternas				
Oscilaciones				
Poleas				
Resortes				

(Ciclo diversificado, p.18)

Este último ejemplo, en particular, está desconectado de los contenidos del programa de estudio (MEP, 2005a), ya que en el área de álgebra no se trabajan relaciones como la elipse, la circunferencia y mucho menos el Sinusoide. Además, aunque se trabaja con la función cuadrática, no se emplea el término parábola. El ejemplo, aunque interesante para trabajar la habilidad de identificación no se vincula con este programa de estudio y no presenta una contextualización real.

[11] Son como las siguientes:

- Es necesario, por lo tanto, agilizar los cálculos, de ahí que el uso de la tecnología y específicamente, la calculadora, resultan muy valiosos. Permite, no solamente realizar las operaciones más rápidamente, sino, también, clarificar, acentuar y profundizar el concepto, es decir, obtener información de mayor valor cognoscitivo.
- Recuerde que la calculadora agiliza los procedimientos algorítmicos, los mecanismos que se llevan a cabo sin ningún razonamiento, por ello, no se debe tener temor en su uso pues de ninguna manera la calculadora atrofia el razonamiento de los estudiantes.
- Mediante el uso de la calculadora, se puede realizar numerosos ejemplos de cómo éstas coadyuvan en la resolución de situaciones problema, como contexto para explorar ideas matemáticas.
- El uso frecuente de calculadoras, del cálculo mental y de estimaciones ayuda a que el estudiante desarrolle un punto de vista más realista sobre las operaciones, y hace que pueda ser más flexible en la selección de métodos de cálculo. (Tercer ciclo, p. 46-47)

Y se dan otras pautas muy generales, como las siguientes:

- Mediante el uso de la calculadora, se puede realizar numerosos ejemplos de cómo éstas coadyuvan en la resolución de situaciones problema, como contexto para explorar ideas matemáticas.
- Debe estimularse al estudiante para que empiece a crear sus propias estrategias y a resolver problemas en forma autónoma, sin tener que recurrir a recetas preestablecidas.
- Pueden usarse calculadoras para resolver problemas que exijan tediosos cálculos. La estimación y la valoración de resultados, requieren una atención especial cuando los estudiantes usan calculadoras. (Tercer ciclo, p. 46-47)

Además, sólo se hacen las siguientes indicaciones muy generales acerca del uso de la tecnología:

- El uso de tecnología debe estar acompañado, no-solo de instrucción sobre la misma, sino también del desarrollo y fortalecimiento de habilidades mentales, como cálculo mental y estimación de medidas y valores.
- Inmerso en el desarrollo tecnológico actual se encuentra la utilización de los diferentes programas de computación, que aunados con la creatividad y las innovaciones del docente constituyen una valiosa herramienta para el desarrollo de muchos de los contenidos. (Tercer ciclo, p. 47)

[12] Tales estudios, enfocados en las matemáticas, se han beneficiado enormemente del uso de comparaciones internacionales (Callingham y Watson 2004; Cogan, Wang y Schmidt 2001; Conley 2003; Ertl 2006; McKnight y otros 1987; Mcknight y Valverde 1999; Resnick y Nolan 1995; Schmidt y otros 1997ª, 1997b, 2001; Schoenfeld 1994; Stevenson y Baker 1991; Tuijnman y Postlthwaite 1994; Valverde y Mcknight 1997; Valverde y Schmidt 2000).

[13] Documento elaborado por la Comisión Nacional Ampliada de Transversalidad, para todas las asignaturas.

Bibliografía y referencias

Alfaro, C. & Barrantes, H. (2008). ¿Qué es un problema matemático? Percepciones en la enseñanza media costarricense. *Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática*, *4*, 83-98.

Alpízar, M. (2007). Herramientas tecnológicas en el proceso de enseñanza y aprendizaje de la estadística. *Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática*, *3*, 99-118.

Australian Council for Educactional Research. (2011). *PISA 2009: Plus Results*. Recuperado de https://mypisa.acer.edu.au/images/mypisadoc/acer_pisa%202009%2B%20international_1.pdf

Banco Interamericano de Desarrollo, BID. (2010). *La condición de la educación en matemáticas y ciencias naturales en América Latina y el Caribe.* Recuperado de http://www.oei.es/salactsi/bidciencias.pdf

Banco Mundial. (2009, junio). *Competitividad en Costa Rica.* Recuperado de http://siteresources.worldbank.org/INTCOSTARICAINSPANISH/Resources/CostaRicaCompetitiveness.pdf

Callingham, R. & Watson, J. (2004). A developmental scale of mental computation with part-whole numbers. *Mathematics Education Research Journal*, *16*(2), 69–86.

Calvo, M. (2008). Enseñanza eficaz de la resolución de problemas en matemáticas. *Revista Educación*, *32*(1), 123-138. Recuperado de http://redalyc.uaemex.mx/pdf/440/44032109.pdf

Chaves, E. (2007, marzo). Inconsistencias entre los programas de estudio y la realidad de aula en la enseñanza de la estadística en secundaria. *Actualidades Investigativas en Educación*, *7*(3), 1-35. Recuperado de http://revista.inie.ucr.ac.cr/uploads/tx_magazine/estadistica_01.pdf

Chaves, E. (2008, marzo). Análisis de la propuesta ministerial para la enseñanza de la estadística en Secundaria. *Revista Posgrado y Sociedad*, *8*(1), 51-88.

Chaves, E., Castillo, M., Chaves, E., Fonseca, J. & Loría R. (2010). *La enseñanza de las matemáticas en la secundaria costarricense: entre la realidad y la utopía*. Ponencia preparada para el Tercer Informe Estado de la Educación. San José, Programa Estado de la Nación.

Clark, F. B., & Kamii, C. (1996). Identification of multiplicative thinking in children in grades 1-5. *Journal for Research in Mathematics Education*, *27*, 41-51.

Cogan, L., Wang, H. & Schmidt, W. (2001). Culturally specific patterns in the conceptualization of the school science curriculum: Insights from TIMSS. *Studies in Science Education*, *36*, 105–33.

Conley, D. (2003). *Understanding University Success: A Report from Standards for Success*. Eugene, OR: Center for Educational Policy Research.

Consejo Superior de Educación, CSE. (1994). *La Política Educativa hacia el Siglo XXI.* Recuperado de http://www.oei.es/quipu/ costarica/politicaeducativasigloXXI. pdf.

De Faria, E. (2008, abril). Resolución de problemas en los programas de estudio de matemática del Ministerio de Educación Pública de Costa Rica. *Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática*, *4*, 157 - 173.

Ertl, H. (2006). Educational standards and the changing discourse on education: The reception and consequences of the PISA Study in Germany. *Oxford Review of Education*, *32* (5), 619–34.

Figueroa, N. & Jiménez, K. (2010). *Primer informe de resultados. Examen de Diagnóstico en Matemática, DiMa.* Recuperado de http://www.diagnostico.emate.ucr.ac.cr/sites/diagnostico.emate.ucr.ac.cr/files/PrimerInformeDiMa2010.pdf

Gamboa, R. (2007). Uso de la tecnología en la enseñanza de las matemáticas. *Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática*, *3*, 11-44.

Jiménez, M., Espinoza J. & Morales, I. (2011). *Capacitación docente y Tecnologías Digitales en la Enseñanza de la Matemática*. Recuperado de http://www.cimm.ucr.ac.cr/ocs/files/conferences/1/schedConfs/1/papers/2474/supp/2474-6563-1-SP.pdf

Kamii, C. (1997). The role of a scientific theory of knowledge in education. *Journal of Early Childhood Teacher Education*, *18*(2), 5-11.

Kamii, C. (2004). Primary arithmetic based on Piaget's constructivism. En H. Fujita, Y. Hashimoto, B. R. Hodgson, Peng Yee Lee, S. Lerman, & T. Sawada (Eds.), *Proceedings of the Ninth International Congress on Mathematical Education*, 142-143, Makuhari, Japan, 2000. Norwell, MA: Kluwer Academic Publishers.

Kamii, C., & Dominick, A. (1998). The harmful effects of algorithms in grades 1-4. En L. J. Morrow & M. J. Kenney (Eds.), *The teaching and learning of algorithms in school mathematics: 1998 NCTM yearbook* (pp. 130–140). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.

Kamii, C., & Long, K. (2003). The measurement of time: Transitivity, unit iteration, and conservation of speed. En Clements, D. H., & G. Bright (Eds.), *Learning and teaching measurement: 2003 NCTM Yearbook,* 169–180. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.

Kamii, C., & Warrington, M. A. (1999). Teaching fractions: Fostering children's own reasoning. En Stiff, L. V., & F. R. Curcio (Eds.), *Developing mathematical reasoning in grades K-12: 1999 NCTM yearbook* (pp. 82–92). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.

Kamii, C., Kirkland, L., & Lewis, B. A. (2001). Representation and abstraction in young children's numerical reasoning. En A. A. Cuoco & F. R. Curcio (Eds.), *The roles of representation in school mathematics: 2001 NCTM yearbook* (pp. 24–34). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.

McKnight, C. & Valverde, G. (1999). Explaining TIMSS mathematics achievement: A preliminary survey. En G. Kaiser, E. Luna, & I. Huntley. (eds). *International Comparisons in Mathematics Education*. London: Falmer Press.

McKnight, C., Crosswhite, F., Dossey, J., Kifer, E., Swafford, J., Travers, K. & Cooney, T. (1987). *The Underachieving Curriculum: Assessing U.S. School Mathematics from an International Perspective.* Champaign, IL: Stipes Publishing Company.

Meza, L., Agüero, E. & Calderón, M. (2011). *La teoría en la práctica educativa: una perspectiva desde la experiencia de docentes graduados/as de la carrera "Enseñanza de la matemática asistida por computadora"*. Recuperado de http://www.tec.ac.cr/sitios/Docencia/matematica/Documents/Informe%20Final-documento%201-formato%20VIE-Meza-Aguero-Calderon-2011.pdf

Ministerio de Educación Pública. (2005a). *Programa de estudios. Educación Diversificada. Matemáticas.* Costa Rica: autor.

Ministerio de Educación Pública. (2005b). *Programa de estudios. Primer ciclo. Matemáticas.* Costa Rica: autor.

Ministerio de Educación Pública. (2005c). *Programa de estudios. Segundo ciclo. Matemáticas.* Costa Rica: autor.

Ministerio de Educación Pública. (2005d). *Programa de estudios. Tercer ciclo. Matemáticas.* Costa Rica: autor.

Ministerio de Educación Pública. (2009). *Informe Preliminar Pruebas Nacionales Diagnósticas de Segundo Ciclo (2007-2009).* Resumen ejecutivo. San José, Departamento de Evaluación Académica y Certificación, Dirección de Gestión y Evaluación de la Calidad, Ministerio de Educación Pública.

National Council of Teachers of Mathematics (2003). *Principios y estándares para la educación matemática* [Traducción de Manuel Fernández Reyes]. Sevilla: Sociedad Andaluza para la Educación Matemática "THALES".

Programa Estado de la Nación. (2011). *Estado de la Educación 3.* San José, Costa Rica: Consejo Nacional de Rectores, Programa Estado de la Nación.

Ramírez, G. & Barquero, J. (2010). Análisis de las pruebas de diagnóstico en matemática del Instituto Tecnológico de Costa Rica. En Y. Morales (Ed.), *Memorias II CIEM*, 73-77. Recuperado de http://www.cicma.una.ac.cr/CICMA2010/CICMA_2010.pdf

Resnick, L. & Nolan, K. (1995, marzo). Where in the world are world-class standards? *Educational Leadership* (March), 6–10.

Rico, L. (2006). La competencia matemática en PISA. *PNA*, *1*(2), 47-66.

Ruiz, A. (2001). Asuntos de método en la educación matemática. *Revista Virtual Matemática, Educación e Internet*, *3*(2). Recuperado de http://www.tec-digital.itcr.ac.cr/revistamatematica/ContribucionesN12001/AngelRuiz/pag1.html

Schmidt, W., McKnight, C., Houang, R., Wang, H., Wiley, D., Cogan, L. & Wolfe, R. (2001). *Why Schools Matter: A Cross- National Comparison of Curriculum and Learning.* San Francisco: Jossey-Bass Publishers.

Schmidt, W., McKnight, C., Valverde, G., Houang, R. & Wiley, D. (1997a). *Many Visions, Many Aims: A Cross-National Investigation of Curricular Intentions in School Mathematics.* (Vol. 1). Dordrecht, The Netherlands: Kluwer Academic Publishers.

Schmidt, W., Raizen, S., Britton, E., Bianchi, L. & Wolfe, R. (1997b). *Many Visions, Many Aims: A Cross-National Investigation of Curricular Intentions in School Science*. (Vol. 2). Dordrecht, The Netherlands: Kluwer Academic Publishers.

Schoenfeld, A. (1994). What do we know about mathematics curricula? *Journal of Mathematical Behavior*, *13,* 55–80.

Stevenson, D. & Baker, D. (1991). State Control of the Curriculum and Classroom Instruction. *Sociology of Education, 64* (1), 1–10.

Tuijnman, A. & Postlethwaite, T. (eds) (1994). *Monitoring the Standards of Education.* London: Pergamon.

UNESCO. (2008). *Segundo Estudio Regional Comparativo y Explicativo (SERCE): Los aprendizajes de los estudiantes de América Latina el Caribe*. Recuperado de http://unesdoc.unesco.org/images/0016/001606/160660s.pdf

Valverde, G. & McKnight. C. (1997). Importancia del currículo y algunos temas comunes en la reforma educativa de la educación matemática y científica a nivel internacional. *Formas y Reformas de la Educación, 3*, 31–37.

Valverde, G. & Schmidt, W. (2000). Greater expectations: Learning from other nations in the quest for world-class standards in US School Mathematics and Science. *Journal of Curriculum Studies*, *32* (5), 651–87.